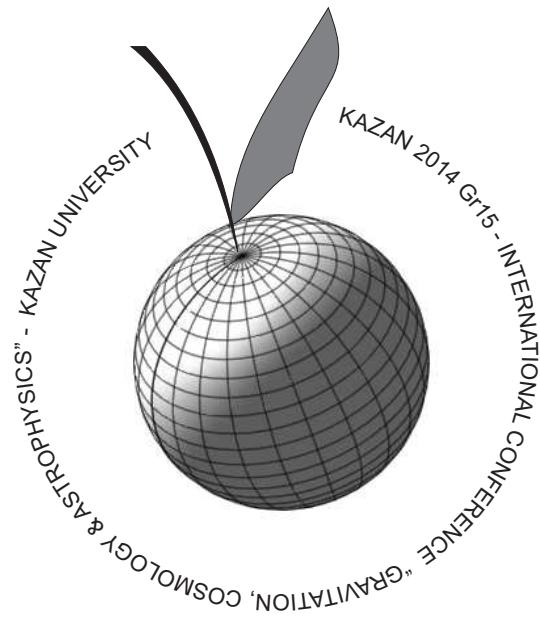

РОССИЙСКОЕ ГРАВИТАЦИОННОЕ ОБЩЕСТВО
РОССИЙСКИЙ ФОНД ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ и МЕХАНИКИ им. Н.И. ЛОВАЧЕВСКОГО
ЦЕНТР ГРАВИТАЦИИ И ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ МЕТРОЛОГИИ ВНИИМС
РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ

XV-Я РОССИЙСКАЯ ГРАВИТАЦИОННАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ

– «Международная конференция по гравитации,
космологии и астрофизике»,
Международная школа по гравитации и космологии
«GRACOS-2014»

Казань 30 июня - 5 июля 2014 года

МАТЕРИАЛЫ КОНФЕРЕНЦИИ



Казанский университет
2014

УДК 530.12+531.51+517.944+519.713+514.774

ББК 22.632

T78

Печатается по рекомендации Ученого Совета Института математики и механики
им. Н.И. Лобачевского

Под общей редакцией заслуженного деятеля науки РТ, доктора физ.-мат. наук,
проф. Ю.Г. Игнатьева

**Материалы XV-й Российской гравитационной конференции –
«Международной конференции по гравитации, космологии и
астрофизике» и Международной школы по гравитации и**

Т78 космологии «GRACOS-2014». 30.06 – 5.07 2014, Казань. / Под
общей редакцией заслуженного деятеля науки РТ, доктора физ.-мат.
наук, проф. Ю.Г. Игнатьева — Казань: Казанский университет, 2014. -
248 с.

Russian Gravitational Society, Russian Foundation for Basic Research Kazan Federal University, Centre for Gravitation and Fundamental Metrology, VNIIMS, Peoples' Friendship University of Russia.

15th Russian Gravitational Conference - «International Conference on Gravitation, Cosmology and Astrophysics (RUSGRAV-15)» and «International School on Gravitation and Cosmology (GRACOS-2014)». Kazan, June 30 - July 5, 2014. Proceeding of International Gravitational Conference «RUSGRAV-15». /Edited by Prof. Yu.G. Ignat'ev. — Russia, Kazan: Kazan Federal University, 2014.

Издание осуществлено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований – грант РФФИ 14-02-06029 г_2_2014

ISBN 978-5-905787-61-4

УДК 530.12+531.51+517.944+519.713

+514.774

ББК 22.632

©Казанский университет, 2014

©Лаборатория информационных технологий в
математическом образовании Института матема-
тики и механики КФУ, 2014

Оглавление

СЕКЦИЯ А. КЛАССИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ГРАВИТАЦИИ И ЕЕ ОБОВЩЕНИЯ.	
	10
Т.Ю. Альпин. <i>Расширенная аксионная электродинамика: аномальный динамооптический отклик, индуцированный плоской гравитационной волной</i>	10
А.В. Аминова, П.И. Чумаров. <i>Дионные кротовые норы, генерируемые продольными абелевыми калибровочными полями</i>	10
К.В. Андреев. <i>О решениях уравнения Клиффорда при четном n</i>	11
В.В. Аристов. <i>Реляционное статистическое пространство - время и единый подход к описанию гравитационных и квантовых эффектов</i>	12
Р.М. Avakyan, G.G. Harutyunyan. <i>On the solution of the stationary axially-symmetric problem</i>	13
О.В. Babourova, K.N. Lipkin, E.V. Febres, B.N. Frolov. <i>Dark energy and dark matter problems and the existence of the dirac scalar field in nature</i>	13
А.М. Баранов. <i>О конструировании статической модели жидкого шара как точном решении уравнений тяготения</i>	15
С.В. Bolokhov. <i>On the extended Fokker—Feynman—Wheeler action for gravitation and non-Abelian fields</i>	20
I.E. Bulyzhenkov. <i>Geometrization of matter in Einstein's Equation</i>	21
Ю.С. Владимиров. <i>Реляционно-статистическая природа пространственно-временных отношений</i>	22
Ю.С. Владимиров, Д.А. Терещенко. <i>Реляционно - статистическая теория атома</i>	23
А.Н. Голубятников, О.О. Иванов. <i>К потере массы в ОТО</i>	24
А.Н. Голубятников, С.Д. Ковалевская. <i>К ускорению ударных волн в гравитационном поле</i>	25
И.В. Жабрун. <i>О взаимосвязи энтропии и уравнения состояния в теории гравитации</i>	26
В.М. Жарков. <i>Ads/Cft соответствие, некомутативная геометрия и Arc's в высокотемпературных сверхпроводниках</i>	27
Kyosuke Hirochi. <i>Entropy for curvature squared gravity using surface term and auxiliary field</i>	28
Т.В. Каиров, В.В. Карбановский. <i>Вакуумные статические сферически-симметричные решения уравнений пост - Эйнштейновской теории гравитации</i>	29

Т.Г. Кирильцева, А.В. Соловьев. <i>О финслеровом механизме нарушения лоренцевой инвариантности</i>	29
N.P. Konopleva. <i>Instanton field configurations and gravity</i>	30
Б.В. Карбановский, К.Е. Белоушко. <i>Необходимое расширение ОТО</i>	31
Б.В. Карбановский, К.Е. Белоушко. <i>Решения статических сферически симметричных вакуумных уравнений ОТО, отличные от Шварцшильдоподобных метрик</i>	34
Б.В. Карбановский, О.В. Мелёхина, Т.В.Каиров. <i>Исследования основных проблем теории гравитации с вакуумной поляризацией</i>	38
Vladimir V. Kassandrov. <i>Weyl unified theory revived: covariantly-constant fields and geometrization of electrodynamics</i>	45
Vladimir V. Kassandrov, Ildus Sh. Khasanov. <i>Twistor algebraic dynamics on a unique worldline</i>	47
А.В. Коганов, В.Г. Кречет. <i>Введение бозонных струн в модель спиральных галактик</i>	48
М.Ю. Константинов. <i>Об одной гипотезе Хокинга</i>	49
В.Г. Кречет, С.В. Родичев, Д.В. Садовников. <i>Симметрии спинорного поля и полнота уравнений электродинамики</i>	50
R. Mingazova, R. Izmailov. <i>Light deflection correction using einstein-strauss vacuole model</i>	51
A.V. Minkevich, A.S. Garkun, V.I. Kudin, Yu.G. Vasilevski. <i>Limiting energy density and a regular gravitating spherically symmetric objects in Riemann-Cartan spacetime</i>	51
Н.Н. Паклин, А.Е. Путилова, А.В. Якубович. <i>Уравнения Эйнштейна для физического вакуума и чистого излучения</i>	52
В.Н. Первушин, А.Е. Павлов. <i>Элементы конформной теории гравитации</i> .	53
Ю.А. Портнов. <i>Обобщение теории электромагнетизма Максвелла в семимерном пространстве-времени</i>	54
V.N. Trishin. <i>The Sommers bivector of an shear-free congruence and CR geometry</i>	55
Alexander P. Yefremov. <i>General theory of mechanics from hypercomplex geometry</i>	56
СЕКЦИЯ В. КВАНТОВАЯ ГРАВИТАЦИЯ, ТЕОРИЯ СТРУН, СУПЕГРАВИТАЦИЯ.	59
Victor Berezin. <i>On the phenomenological description of particle creation and its influence on the space-time metrics</i>	59
Alexander Burinskii. <i>Kerr-Newman Electron as Spinning Soliton: Emergence of the Dirac Equation</i>	65
Ф.Ш. Зарипов. <i>Решения проблемы космологической постоянной в теории индуцированной гравитации. Эволюция параметров.</i>	66
Ф.Ш. Зарипов. <i>Многофазная система в модели индуцированной теории гравитации</i>	73
В.М. Журавлев. <i>Топология, гравитация и темная материя</i>	74
П.О. Казинский. <i>Пропагатор векторного поля на стационарном медленно меняющемся гравитационном фоне</i>	75
V.S. Kirchanov. <i>Heisenberg double of supersymmetric algebra for noncommutative quantum field theory</i>	75

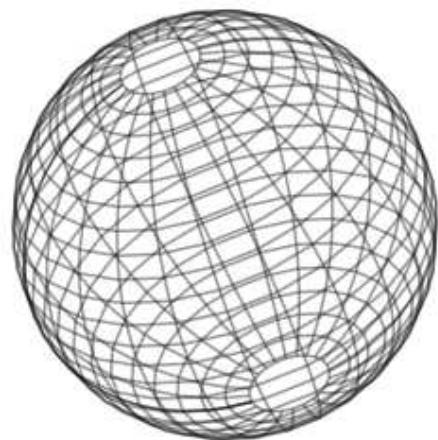
A.S. Kotanjyan, A.A. Saharian, H.A. Nersisyan. <i>Electromagnetic vacuum quantum effects in de Sitter spacetime</i>	76
Alexey L. Krugly. <i>Models of particles in a causal set approach to quantum gravity</i>	77
V.M. Mostepanenko. <i>Constraints on an axion and corrections to newtonian gravity from the Casimir effect</i>	77
Ю.В. Павлов. <i>О рождении частиц со связью с кривизной типа Гаусса-Бонне в однородных изотропных космологических моделях</i>	79
В.Н. Тимофеев. <i>Функция Грина для уравнения Дирака в слабом внешнем гравитационном поле</i>	80
П.А. Томази-Вшивцева. <i>Уравнения геодезических в нелинейной электродинамике вакуума</i>	80
Н.Р. Хутнутдинов, Р.Н. Кашапов. <i>Эффект Казимира для проводящих двумерных плоскостей</i>	86
СЕКЦИЯ С. МНОГОМЕРНАЯ ГРАВИТАЦИЯ И ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ КОНСТАНТЫ.	88
Б.Г.Алиев. <i>Уравнения движения заряженных пробных частиц и пятимерные тождества Риччи</i>	88
А.К. Гуц. <i>Машина времени и темная энергия</i>	89
V.D. Ivashchuk, V.N. Melnikov. <i>Quantum billiards in multidimensional models with branes</i>	90
V.M. Koryukin. <i>On the coupling of stable elementary particles masses with the space dimension</i>	91
С.А. Павлюченко, А.В. Топоренский, Д.М. Чирков. <i>Точные экспоненциальные решения в космологии Эйнштейна-Гаусса-Бонне</i>	99
СЕКЦИЯ Д. КОСМОЛОГИЯ.	102
Р.Р. Аббязов, С.В. Червон, Ф. Мюллер. <i>Темная энергия в σCDM модели с радиацией</i>	102
Р.А. Абзалов, С.В. Сушков. <i>Космологические возмущения в теории гравитации с неминимальной кинетической связью</i>	103
А.А. Агафонов, Ю.Г. Игнатьев. <i>Ранняя космологическая эволюция вырожденной Ферми-системы с фантомным скалярным взаимодействием</i>	104
К.Е. Белоушко, В.В. Карбановский. <i>Недиагональные космологические модели Робертсона-Уокера в ОТО</i>	107
С.Ю. Вернов, М.А. Скугорева, А.В. Топоренский. <i>Глобальный анализ устойчивости для моделей с ниминимально связанными скалярными полями</i>	109
A.M. Galiakhmetov. <i>Anisotropic cosmologies with torsion</i>	110
Alberto A. Garcia-Diaz. <i>Mean value theorem and Buchdahl type of bounds for static perfect fluid stars with λ in any dimension</i>	111
И.Х. Гарипова, Ю.Г. Игнатьев. <i>Математическое и компьютерное моделирование космологической эволюции спектра частиц сверхвысоких энергий на основе релятивистского диффузионного уравнения в приближении фоккера-Планка</i>	112

И.В. Дробов, С.Ф. Тегай. Усреднение космологической модели с расширяющимися тонкими оболочками	114
А.В. Жовтан, С.Н. Роцупкин. Численное и точное решения уравнений Эйнштейна, описывающих однородную анизотропную космологическую модель с вращением	115
G.G. Harutyunyan, R.M. Avakyan. On the dynamics of the Universe expansion in Jordan tensor-scalar theory	121
A.V. Hovsepyan, R.M. Avakyan, E.V. Chubaryan, G.G. Harutyunyan. Consideration of antigravity within the framework of modified Jordan-Brans-Dicke theory of gravitation	121
Ю.Г. Игнатьев. Кинетика установления термодинамического равновесия в ускоренной Вселенной при наличии скейлинга взаимодействий в универсальном пределе	122
Ю.Г. Игнатьев, И.А. Кох. Моделирование диффузии частиц сверхвысоких энергий в ускоренной Вселенной на основе методов асимптотических оценок	124
Ю.Г. Игнатьев, М.Л. Михайлов. Моделирование космологической эволюции двухкомпонентной симметрично скалярно заряженной больцмановской плазмы для фантомного скалярного взаимодействия	125
Ю.Г. Игнатьев, Р.Ф. Ми��тахов. Космологическая эволюция вырожденной Ферми - системы со сверхмассивными скалярно-заряженными фермionами	125
И.Ф. Исхаков. Статистические уравнения для функций распределения частиц бесстолкновительной кварк-глюонной плазмы	126
V.S. Kirchanov. About the Dark Matter Generation Mechanism	133
А.С. Кубасов. Точные решения в двухкомпонентной киральной космологической модели с фантомным полем	134
М.Н. Лалетин, К.М. Белоцкий, К. Куварис, М.Ю. Хлопов. Распад частиц «техницистовой» скрытой массы и избыток космических позитронов . .	135
С.Ф. Левин. Шкала космологических расстояний: метрология, модели и данные измерений	138
V.N. Melnikov. Gravitational and Cosmological Models with Extra dimensions. Recent Results.	140
Jiro Matsumoto. Cosmological perturbations in $F(R)$ gravity	141
A.V. Minkevich. Gravitational interaction and physical spacetime geometry . .	141
H.A. Nersisyan, A.A. Saharian, A.S. Kotanjyan. VEV of current density of charged scalar field in de Sitter spacetime with nontrivial topology	143
В.Ф. Панов, В.Н. Павелкин, Е.В. Кувшинова, О.В. Сандакова. Нестационарная космология с вращением	143
В.Ф. Панов, Е.В. Кувшинова, Д.М. Янишевский. Нестационарная космологическая модель с вращением с метрикой типа II по Бьянки	144
В.Ф. Панов, В.Н. Павелкин, О.В. Сандакова, К.А. Балеевских. Эволюция Вселенной с вращением с метрикой типа IX по Бьянки	145
Victor Rikhvitsky, Bijan Saha, Mihai Visinescu. Magnetic Bianchi type II string cosmological model in loop quantum cosmology	145
Б.У. Родионов. Нитевидная темная материя	146
Б.У. Родионов. Нуклеосинтез на нитях темной материи	147

Bijan Saha. <i>Spinor Fields and Anisotropy: Some Remarks</i>	148
Alexei A. Starobinsky. <i>Inflation after WMAP, Planck and BICEP2 observational data</i>	148
S.V. Sushkov. <i>Cosmology with non-minimal derivative coupling</i>	149
С.В. Червон, А.С. Кубасов, О.Д. Дорожкина. <i>Точные решения в киральной космологической модели для Эйнштейна-Гаусса-Бонне гравитации</i>	149
С.В. Червон, Р.Р. Аббязов, С.В. Крюков. <i>Фантомная модель с кинетически взаимодействием как 2-компонентная киральная космологическая модель</i>	151
СЕКЦИЯ Е. АСТРОФИЗИКА. ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ И КРОТОВЫЕ НОРЫ.	153
В.Г. Багров, В.А.Бордовицын, А.В.Куликова. <i>Построение и идентификация профилей линейно поляризованного излучения пульсаров</i>	153
S.V. Bolokhov, V.D. Ivashchuk. <i>On global structure of black hole solutions in the model with anisotropic fluid</i>	153
S.V. Bolokhov, K.A. Bronnikov, M.V. Skvortsova. <i>Magnetic black universes and wormholes with a phantom scalar</i>	154
K.A. Bronnikov. <i>Cylindrically and axially symmetric wormholes</i>	155
K.A. Bronnikov, O.B. Zaslavskii. <i>Dilaton gravity and (quasi-) black holes</i>	156
Alexander Burinskii. <i>Complex Kerr Geometry as Alternative to Superstring Theory</i>	156
А.А. Гриб, Ю.В. Павлов. <i>Являются ли черные дыры черными?</i>	158
А.А. Гриб, А.М. Расулова. <i>Некоторые свойства геодезических в пространстве-времени Керра</i>	159
Vyacheslav I. Dokuchaev. <i>Problem of mass inflation inside black hole</i>	160
Vyacheslav I. Dokuchaev. <i>Determination of the black hole mass and spin from the quasi-periodical oscillations of hot spots in accretion flow</i>	166
В.И. Докучаев, Ю.Н. Ерошенко. <i>Гидродинамическая проходимость кротовых нор</i>	173
У.Н. Закиров. <i>Примеры решения задач релятивистской динамики тел переменной массы покоя в космонавтике и астрофизике</i>	177
G. Akhtaryanova, R. Izmailov. <i>On generalized ellis-bronnikov wormhole</i>	177
М.О. Катанаев. <i>Проход по мосту Эйнштейна-Розена</i>	178
Sergey M. Kozyrev. <i>Some examples of composite wormholes</i>	179
P.В. Королев, С.В. Сушков. <i>Точные регулярные решения в теории гравитации с неминимальной кинетической связью</i>	182
В.Г. Кречет, Д.В. Садовников. <i>Астрофизические эффекты для самогравитирующих сильно нелинейных скалярных полей</i>	183
П.П. Миронов, В.М. Журавлев. <i>Метод максимальной энтропии в расширенной модели солнечного ветра с учетом турбулентных флюктуаций плазмы</i>	184
M.A. Makukov, E.G. Mychelkin, V.L. Saveliev. <i>Smoothed isothermal profile for tachyon neutrino dark matter</i>	185
E.G. Mychelkin, V.L. Saveliev, M.A. Makukov. <i>On the neutrino-antineutrino tachyonic dark matter</i>	186

А.А. Попов, О. Аслан. Эффект самодействия скалярного заряда в длинной горловине	187
К.С. Стригунов, А.В. Жовтан. Многолетние наблюдения блазара 1ES 1426+428 на черенковском телескопе ГТ-48	194
А. Khaybullina, R. Izmailov. Regular solutions in vacuum einstein theory and vacuum brans-dicke theory	201
Н.Р. Хуснутдинов. Излучение частицы, равномерно движущейся в пространстве кротовой норы	201
СЕКЦИЯ F. ГРАВИТАЦИОННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ.	204
I.A. Eganova, W. Kallies. To the issue of “Unexplainable systematic effects” in gravitational experiments. 1. Natural Dynamics of Mass	204
I.A. Eganova, W. Kallies. To the issue of “Unexplainable systematic effects” in gravitational experiments. 2. Mass Dynamics and the Sun Factor	206
I.A. Eganova, W. Kallies, V.N. Samoilov, V.I. Strelinsky. Natural dynamics of mass: reaction upon Solar eclipse	208
Л.В. Грунская, В.В. Исакевич, Д.В. Исакевич, В.Е. Лукьянов, Д.В. Рубай. Астрофизические процессы в электромагнитном поле Земли	211
В.В. Исакевич, Д.В. Исакевич. Использование собственных векторов ко-вариационных матриц для выявления энергетически недоминирующих квазипериодических составляющих временных рядов	221
L. Klimchitskaya. Measurements of the Casimir force between corrugated surfaces constrain axion to nucleon coupling constants	231
В.А. Попов. Детектирование аксионов с помощью двухконтактного СКВИДа	232
Ю.А. Портнов. Изменение угловой скорости вращения тел как детектор гравитационных волн	233
АВТОРСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ	234
ИНФОРМАЦИЯ О КОНФЕРЕНЦИИ	236
ИНФОРМАЦИЯ О МЕЖДУНАРОДНЫХ ШКОЛАХ «GRACOS»	238
Ю.Г. Игнатьев II Российская школа по гравитации и космологии Gracos-2009 и Международный семинар «Современные теоретические проблемы гравитации и космологии»	239

SECTION A. *Classical theory of gravity and its Modification*



**РАСШИРЕННАЯ АКСИОННАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА:
АНОМАЛЬНЫЙ ДИНАМООПТИЧЕСКИЙ ОТКЛИК,
ИНДУЦИРОВАННЫЙ ПЛОСКОЙ ГРАВИТАЦИОННОЙ ВОЛНОЙ**

Т.Ю. Альпин^a

"E-mail: *Timur.Alpin@kpfu.ru*; Казанский федеральный университет, Казань, Россия

Мы расширили теорию гравитационного, электромагнитного и акционного полей, включив в лагранжиан перекрёстные слагаемые динамооптического типа, квадратичные по тензору Максвелла, линейные по ковариантной производной 4-вектора макроскопической скорости среды, а также линейные по псевдоскалярному (акционному) полю, либо его градиенту. Мы проклассифицировали новые слагаемые по элементам неприводимого представления ковариантной производной 4-вектора макроскопической скорости среды: скаляру сжатия (расширения), 4-вектору ускорения, и тензорам сдвига и вращения. Основные уравнения расширенной акционной электродинамики используются для описания отклика акционно активной электродинамической системы, порождённого плосковолновым гравитационным фоном. Мы показываем, что этот отклик имеет критический характер, т.е. что электрическое и магнитное поля, динамооптически связанные с акционами, возрастают аномально под воздействием внешней плоской гравитационной волны.

Литература

- [1] A.B. Balakin and W.-T. Ni, Class. Quantum Grav. **27**, 055003 (2010).
- [2] Balakin A.B. and W.-T. Ni, Class. Quantum Grav., **31**, (2014).
- [3] L.D. Landau, E.M. Lifshitz and L.P. Pitaevskii, *Electrodynamics of continuous media*, Butterworth Heinemann, Oxford, (1996).

**ДИОННЫЕ КРОТОВЫЕ НОРЫ, ГЕНЕРИРУЕМЫЕ
ПРОДОЛЬНЫМИ АБЕЛЕВЫМИ КАЛИБРОВОЧНЫМИ ПОЛЯМИ**

А.В. Аминова^a, П.И. Чумаров^b

"E-mail: –; Казанский федеральный университет

^bE-mail: *p.i.t.choumarov@mail.ru*; Казанский федеральный университет

В статье [Aminova, A. V. Static cylindrically symmetric dyonic wormholes in six-dimensional Kaluza-Klein theory: Exact solutions /A.V. Aminova, P. I. Chumakov // PHYSICAL REVIEW D. 2013. - V. 88, Issue 4] показано, что статические четырехмерные цилиндрически симметричные решения в рамках $4 + n$ -мерной теории Калуцы-Клейна с максимальной абелевой группой изометрий внутреннего пространства с диагональной внутренней метрикой могут быть получены так же, как в случае суперсимметричной статической черной дыры, только если калибровочная группа $U(1)^n$ нарушается до произведения калибровочных групп $U(1)_e \times U(1)_m$; они соответствуют дионной конфигурации с одним электрическим и одним магнитным зарядами,

которые относятся либо к одному, либо к различным множителям калибровочной группы эффективной 6-мерной теории Калуцы-Клейна. В цитированной статье найдены новые точные решения в 6-мерной теории Калуцы-Клейна с двумя абелевыми калибровочными полями, дилатонным и скалярным полями, ассоциированными с внутренней метрикой; получены новые типы цилиндрически-симметричных кротовых нор с радиальными и продольными электрическими и магнитными полями в качестве источников. Данное сообщение посвящено исследованию геодезической структуры, сингулярностей и термодинамических свойств кротовых нор с продольными электрическим и магнитным полями.

О РЕШЕНИЯХ УРАВНЕНИЯ КЛИФФОРДА ПРИ ЧЕТНОМ N

К.В. Андреев^a

^aE-mail: krit_ufa@mail.ru; Строительная группа «Ани», УФА, Россия

Мир весь представляет собой единую целую картину, элементы которой переплетаются меж собой настолько причудливо, что связи иногда трудно уловимы. И, казалось, два вроде бы совершенно не связанных друг с другом факта вдруг оказываются объединены неразрывно условиями связи в одно единое целое.

Итак, имеются элементы:

1. Гиперкомплексные эластично-альтернативные алгебры \mathbb{A}^n , в том числе алгебры Кэлли-Диксона: $\forall a, b \in \mathbb{A}^n (a \cdot a) \cdot b - a \cdot (a \cdot b) = b \cdot (a \cdot a) - (b \cdot a) \cdot a$ (слабоальтернативное тождество). Делители нуля.
2. Принцип тройственности Картана и периодичность Ботта. Комплексные ортогональные преобразования (теорема Картана-Дьеонне). Нуль-пары Розенфельда. Соответствие Клейна.
3. Алгебры Клиффорда и клиффордово уравнение.
4. Комплексная и действительная реализации, в том числе связующих операторов и (псевдо-)римановых пространств. Оператор Нордена. Инволюция. Вложение действительного пространства в комплексное.
5. Связности в касательном и спинорном расслоении. Производная Ли, в том числе и на спин-парах.
6. Твисторное уравнение и нормализация грассманнанов Нордена-Нейфельда, спинорная нормализация.
7. Преобразования Боголюбова-Валатина.

Как, основываясь на этих элементах, воссоздать полную картину? Утверждается, что для этого необходимо решить комплексное уравнение Клиффорда для редуцированных спиноров Картана ($\Lambda, \Psi, \dots = \overline{1, n}$, $A, B, \dots = \overline{1, 2^{n/2-1}}$) $\eta_\Lambda{}^{AB} \eta_{\Psi AC} + \eta_\Psi{}^{AB} \eta_{\Lambda AC} = g_{\Lambda\Psi} \delta_C{}^B$. Частные решения такого уравнения могут быть построены в виде $\eta^\Psi{}_{AB} = \eta^\Psi{}_{(AB)} + \eta^\Psi{}_{[AB]}$, $\eta^\Psi{}_{(AB)} = \frac{1}{2} \sum_{Q=1}^{\frac{n}{2}+q} (\eta_Q)^\Psi (\varepsilon_Q)_{AB}$, $\eta^\Psi{}_{[AB]} = \frac{1}{2} \sum_{\tilde{Q}=1}^{\frac{n}{2}+\tilde{q}} (\eta_{\tilde{Q}})^\Psi (\varepsilon_{\tilde{Q}})_{AB}$ ($q + \tilde{q} = 0$).

Такие решения позволяют установить связь между структурными константами альтернативно - эластичных алгебр η_{ij}^k и генераторами действительных алгебр Клиффорда η_i^{AB} ($i, j, \dots = \overline{1, n}$). Третим элементом связи будет управляющий симметрический спин-тензор θ^{CD} : $\eta_{ij}^k := \sqrt{2}\eta_i^{AB}\eta_{jCA}\eta^k_{DB}\theta^{CD}$. Это позволяет строить гиперкомплексные алгебры для $n \bmod 8 = 0$ и применить для них периодичность Ботта. Приложения указанной теории таковы: 1. Можно перенести метрику пространства Минковского и Лиеву производную на параспинорное пространство. Для этого следует рассмотреть комплексификацию пространства Минковского, перейти к 8-мерной действительной реализации и вернуться назад обратным ходом. 2. Решения же уравнения Клиффорда при $n=6$ напрямую связаны с преобразованиями Боголюбова-Валатина.

РЕЛЯЦИОННОЕ СТАТИСТИЧЕСКОЕ ПРОСТРАНСТВО - ВРЕМЯ И ЕДИНЫЙ ПОДХОД К ОПИСАНИЮ ГРАВИТАЦИОННЫХ И КВАНТОВЫХ ЭФФЕКТОВ

В.В. Аристов^a

^aE-mail: aristovvl@yandex.ru; Вычислительный центр им. А.А.Дородницына РАН, Москва

В настоящей работе построение реляционного статистического пространства - времени (см. [1]) приводит к реализация принципа Маха, что позволяет связать микро- и макроуровни описания. Развиваемая статистическая модель обладает конструктивностью и универсальностью: в своих различных приближениях она описывает и гравитацию, и квантовые эффекты. В согласии с реляционными представлениями пространство и время оказываются связанными с характером распределения частиц в системе и способом их движения. При равномерном распределении и равномерном перемещении частиц фундаментальные приборы - часы и линейки моделируют свойства метрики Минковского. При малых массах и масштабах расстояний изучаемая дискретная геометрия приводит к неединственности традиционных образов (прямых, плоскостей и т.д.) евклидовой геометрии. Это сказывается также на характере описания с помощью модельного времени и ведет к индетерминизму, свойственному квантовой механике. Получен аналог соотношения неопределенности. Неоднозначность пространственно временного описания согласуется с формализмом Нельсона [2, 3], что позволяет вывести аналог уравнения Шредингера. При больших массах и масштабах расстояний отклонения от усредненного распределения приводят к гравитационным эффектам и метрике пространства-времени, соответствующей римановой геометрии. В измерительном плане время соотносится с пространственными величинами, а пространственные величины соотносятся с массовыми. Это позволяет трактовать изменение распределения масс в галактических, космологических масштабах как соответствующее изменение эффективных расстояний, что фактически изменяет гравитационные потенциалы. С этим связывается проявление так называемой темной материи.

Литература

- [1] V.V. Aristov. Grav. Cosmology. 17, 166 (2011).
- [2] E. Nelson. Phys. Review. 150, 1079 (1966).
- [3] E. Nelson. Quantum Fluctuations. Princeton. NJ: Princeton University Press. 1995.

ON THE SOLUTION OF THE STATIONARY AXIALLY-SYMMETRIC PROBLEM

R.M. Avakyan^a, G.G. Harutyunyan^b

^aE-mail: rolavag@ysu.am; Department of Physics, Yerevan State University, 1 Alex Manoogian Street, 0025 Yerevan, Armenia

^bE-mail: hagohar@ysu.am; Department of Physics, Yerevan State University, 1 Alex Manoogian Street, 0025 Yerevan, Armenia

At present the problem of stationary gravitational fields is not finally resolved. There exists no exact general solution of the Einstein equations describing the stationary axially-symmetric field. In the present paper we attempt to consider this problem by making use of isotropic coordinates. An interesting result is obtained which, in particular, allows to understand additional restrictions leading to the well-known Kerr solution. This allows us to explore the possibility of using the Kerr solution for real objects. The line element is the following

$$ds^2 = e^{2\nu} dt^2 - e^{2\lambda} (dr^2 + r^2 d\theta^2) - r^2 e^{2\mu} \sin^2 \theta (d\varphi + \omega dt)^2,$$

with $f = e^{\mu+\nu} r \sin \theta$. One of the combinations of Einstein equations is written as

$$r^2 \partial_r^2 f + r \partial_r f + \partial_\theta^2 f = 2\kappa \sqrt{-g} r P(r, \theta),$$

where $P(r, \theta)$ is the pressure. This allows to find the vacuum solution for $e^{\mu+\nu}$:

$$e^{\mu+\nu} = 1 + \sum_{n=1} \frac{c_{2n-1}}{r^{2n}} \frac{\sin[(2n-1)\theta]}{\sin \theta},$$

with the coefficients $c_m = -\kappa/(\pi^2 m) \int P r^m \sin(m\theta) \sqrt{-g} d^3x$, $c_1 = -M^2 G^2/(4c^4)$, and M is the mass of the configuration.

DARK ENERGY AND DARK MATTER PROBLEMS AND THE EXISTENCE OF THE DIRAC SCALAR FIELD IN NATURE

O.V. Babourova^a, K.N. Lipkin^b, E.V. Febres^c, B.N. Frolov^d

^aE-mail: baburova@orc.ru; Moscow Pedagogical State University, Moskow, Russia

^bE-mail: lipan86@mail.ru; Moscow Pedagogical State University, Moskow, Russia

^cE-mail: solntce_07@mail.ru; Moscow Pedagogical State University, Moskow, Russia

^dE-mail: frolovbn@orc.ru; Moscow Pedagogical State University, Moskow, Russia

The Poincare–Weyl gauge theory of gravitation (PWTG) has been developed in [1]. This theory is invariant both concerning the Poincare subgroup and the Weyl subgroup — extensions and compressions (dilatations) of spacetime. An additional scalar field β is introduced in PWTG as the essential geometrical addendum to the metric tensor: $g_{ab} = \beta^2(x) g_{ab}^M$. The properties of this field coincide with those of the scalar field introduced by Dirac [2] and earlier by S. Deser (see [3]). The Dirac scalar field plays the important role in construction of the gravitation Lagrangian, some members of which have a structure of the Higgs Lagrangian and can cause nonzero rest masses of particles. Spacetime in PWTG has the geometrical structure of Cartan–Weyl space with a curvature 2-form, a torsion 2-form and a nonmetricity 1-form of the Weyl type.

Variational field equations in the Cartan–Weyl spacetime have been derived by the exterior form variational formalism [3]. Independent variables are basis 1-forms, a nonholonomic connection 1-form and the Dirac scalar field. We solve the field equations for the scale factor $\beta(x)$ and the scalar Dirac field at the very early stage of evolution of Universe.

For the spatially flat Friedman–Robertson–Walker (FRW) metric, the solution is found which realizes the exponential diminution of the field β , and thus the sharp exponential decrease of physical vacuum energy (dark energy) by many orders [4, 5]. We have $\Lambda_{eff} = \beta^2 \Lambda \rightarrow \Lambda$ in a limit $t \rightarrow \infty$. This can give a way of solving the problem of cosmological constant [6] as a consequence of fields dynamics at the early Universe.

Then we find a static spherically symmetric solution for a central mass m in the case $\Lambda = 0$ [7], the metric of which is the Yilmaz–Rosen metric [8] and $\beta(r) = \beta_\infty \exp(-km/r)$. This metric gives the same results as the Schwarzschild metric at large r , but has no Schwarzschild singularity. As a consequence of this solution, the Dirac scalar field intensive concentrates near massive objects. In [3] the hypothesis has been formulated that *the Dirac scalar field is realized itself not only as the 'dark energy', but also as one of the components of the 'dark matter'*. Maybe, the Higgs particle, which has been recently found at Large Hadron Collider (CERN), is a quantum of the Dirac scalar field in a reality [3].

References

1. Babourova O.V., Frolov B.N., Zhukovsky V.Ch. //Phys. Rev. D .–2006.–V. 74.–P. 064012–1–12 (gr-qc/0508088).
2. Dirac P.A.M. //Proc. R. Soc.–1938.–V.A165.–P. 199–208.
3. Babourova O.V., Frolov B.N. Mathematical foundations of the modern theory of gravitation (Moscow: MPGU, 2012).–128 p. (in Russian).
4. Babourova O.V., Frolov B.N. Dark energy, Dirac's scalar field and the cosmological constant problem //ArXive: 1112.4449 [gr-qc].
5. Babourova O.V., Frolov B.N., Lipkin K.N. //Gravit. Cosm.–2012.–V. 18.–P. 225–231.
6. Weinberg S. //Rev. Mod. Phys.–1989.–V. 61.–No 1.–P. 1–23.
7. Febres E.V., Frolov B.N. In: "Proceedings III Russian summer school on gravitation and cosmology (GRACOS-2012)": Kazan–Jal'chik.–2012.–P. 92–93.
8. Yilmaz H. //Phys. Rev.–1958.–V. 111.–P. 1417–1426; Ann. Phys. (N.Y.).–1976.–V. 101.–P. 413–432; Rosen N. //Ann. Phys. (N.Y.).–1974.–V. 84.–P. 455–473.

О КОНСТРУИРОВАНИИ СТАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЖИДКОГО ШАРА КАК ТОЧНОМ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЙ ТЯГОТЕНИЯ

А.М. Баранов^a,

^aE-mail: alex_m_bar@mail.ru; Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, Сибирский государственный технологический университет, Красноярск, Россия

Аннотация. *It is shown that a static fluid ball model as an exact solution of gravitational equations can be constructed. Various combinations of gravitational equations lead to various models which correspond to the exact solutions of the Einstein equations.*

В отличие от работ [1, 2, 3], где найдены точные статические сферически-симметричные решения уравнений Эйнштейна как для нейтральной, так и для электрически заряженной идеальной паскалевой жидкости, здесь рассматривается подход, учитывающий явно влияние давления, плотности массы (энергии) и их взаимосвязь при получении модели статического гравитирующего жидкого шара как точного решения уравнений тяготения.

В данной работе рассматривается сферически-симметричная статическая модель жидкого гравитирующего шара. При исследовании используются координаты, в которых метрический тензор недиагонален,

$$ds^2 = F(r)dt^2 + 2L(r)dtdr - r^2(d\theta^2 + \sin\theta^2 d\varphi^2), \quad (1)$$

где величины $F = F(r)$ и $L = L(r)$ суть метрические функции g_{00} и g_{01} соответственно; r – радиальная переменная t – временная координата; θ и φ – угловые переменные; скорость света и ньютоновская гравитационная постоянная G_N здесь выбраны равными единице. Определитель ковариантного метрического тензора $g_{\alpha\beta}$, отвечающий выражению (1), равен $\det(g_{\alpha\beta}) \equiv g = -L^2 r^4 \sin^2\theta$.

В дальнейшем удобней работать в касательном четырехмерном пространстве-времени. Поэтому для выбранной метрики (1), введем тетрады (ортонормированный 4-базис в касательном пространстве времени) таким образом, чтобы в касательном пространстве-времени тетрадная метрика совпала с метрикой Минковского :

$$g^{(0)}{}_\mu = \sqrt{F}\delta_\mu^0 + \frac{L}{\sqrt{F}}\delta_\mu^1; \quad g^{(1)}{}_\mu = \frac{L}{\sqrt{F}}\delta_\mu^1; \quad (2)$$

$$g^{(2)}{}_\mu = r\delta_\mu^2; \quad g^{(3)}{}_\mu = r \cdot \sin\theta \delta_\mu^3, \quad (3)$$

где тетрадная метрика $g_{(\alpha)(\beta)} = \delta_{\alpha\beta} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$; греческие индексы пробегают значения 0, 1, 2, 3;

Уравнения Эйнштейна с тензором энергии-импульса (ТЭИ) идеальной паскалевой жидкости запишутся в этом случае как

$$G_{(\alpha)(\beta)} = R_{(\alpha)(\beta)} - \frac{1}{2}g_{(\alpha)(\beta)}R = -\kappa T_{(\alpha)(\beta)}, \quad (4)$$

где $G_{(\alpha)(\beta)}$ – тензор Эйнштейна; $R_{(\alpha)(\beta)}$ – тензор Риччи; $R = R^{(\alpha)}{}_{(\alpha)}$ – скалярная кривизна; $\kappa = 8\pi$ – постоянная Эйнштейна в выбранной нами системе единиц. ТЭИ

идеальной паскалевой жидкости в сопутствующей системе отсчета здесь принимает вид

$$T_{(\alpha)(\beta)} \equiv T_{(\alpha)(\beta)}^{fluid} = (\mu + p)\delta_\alpha^0 \delta_\beta^0 - p \delta_{\alpha\beta}, \quad (5)$$

где сопутствие понимается как выбор 4-скорости в тетрадных обозначениях в виде $u_{(\alpha)} = g_{(\alpha)\mu} \frac{dx^\mu}{ds} = \delta_\alpha^0$; $\mu(r)$ – плотность массы-энергии; $p(r)$ – давление идеальной паскалевой жидкости; в выбранной системе отсчета все функции зависят только от радиальной переменной.

Кроме того, рассматривается уединенный астрофизический объект, имеющий конечные размеры, поэтому естественно ввести вместо размерной радиальной переменной r безразмерную переменную $x = r/R$, где R – внешний радиус гравитирующего шара. Эта переменная изменяется в пределах $0 \leq x \leq 1$.

После перехода к новой переменной x и введения постоянной $\chi = \varkappa R^2 = 8\pi R^2$ уравнения (4) переписываются в касательном пространстве в виде системы трех уравнений

$$\frac{1}{x^2}(1 - \varepsilon) - \frac{\varepsilon'}{x} = \chi\mu; \quad (6)$$

$$-\frac{1}{x^2}(1 - \varepsilon) + \frac{\varepsilon}{x}(\ln F)' = \chi p; \quad (7)$$

$$\frac{\varepsilon}{x}(\ln L)' - \frac{\varepsilon}{2} \left(\frac{F''}{F} + \frac{2}{x}(\ln F)' - (\ln F)'(\ln L)'\right) = -\chi p; \quad (8)$$

где все производные берутся относительно безразмерной радиальной переменной x , между функциями $F(x)$ и $L(x)$ введена следующая связь, подсказанная как в процессе исследования, так и требованием неизменности 3-объема жидкости для статического случая: $\varepsilon(x) = F(x)/L^2(x)$. При этом величины $\chi\mu(x)$ и $\chi p(x)$ оказываются безразмерными.

Согласно ([1]-[3]) можно путем исключения давления из этой системы прийти к линейному дифференциальному уравнению с переменными коэффициентами на функцию $G(x) = \sqrt{F(x)}$:

$$G'' + f_0(x)G' + g(x)G = 0, \quad (9)$$

где $f_0(x) = (\ln \varphi)'$, $\varphi(x) = \sqrt{\varepsilon}/x$, а коэффициент $g(x)$ равен

$$g(x) = \frac{2(1 - \varepsilon) + x\varepsilon'}{2x^2\varepsilon}. \quad (10)$$

Если ввести новую переменную $\zeta = \zeta(x)$ согласно соотношению

$$d\zeta = \frac{xdx}{\sqrt{\varepsilon(x)}}, \quad (11)$$

то уравнение (9) превращается в уравнение для нелинейного пространственного осциллятора относительно переменной ζ с аналогом переменной «частоты» $\Omega(\zeta(x))$:

$$G_{\zeta\zeta}'' + \Omega^2(\zeta(x))G = 0. \quad (12)$$

В элементарных функциях это уравнение, вообще говоря, не может быть проинтегрировано, поэтому накладывая требование постоянства квадрата «частоты» $\Omega^2 \equiv \Omega_0^2 = const$ сразу получаем уравнение

$$G''_{\zeta\zeta} + \Omega_0^2 G = 0, \quad (13)$$

решение которого легко выписывается в виде

$$G(\zeta) = G_0 \cos(\Omega_0 \zeta + \alpha_0), \quad (14)$$

а уравнения (6) и (7) становятся определениями плотности массы и давления, которые жестко не связаны между собой.

Однако можно рассмотреть и несколько иные подходы.

Прежде всего, складывая уравнения (6)-(7), получаем связь

$$\frac{\varepsilon(x)}{x} (\ln(L(x))' = \frac{\chi}{2}(\mu(x) + p(x)), \quad (15)$$

используя которую, преобразуем уравнение (8) (с учетом $F(x) = G^2(x)$) к виду

$$G'' + (\ln(x^2 \sqrt{\varepsilon(x)}))' G' - \frac{\chi}{2\varepsilon(x)}(3p(x) + \mu(x))G = 0. \quad (16)$$

Введение далее новой переменной $\zeta(x)$ как

$$d\zeta(x) = \frac{dx}{f(x)}, \quad (17)$$

где

$$f(x) = x^2 \sqrt{\varepsilon(x)}, \quad (18)$$

позволяет преобразовать уравнение (16) к виду

$$G''_{\zeta\zeta} - \Omega^2(\zeta(x))G = 0 \quad (19)$$

с $\Omega^2(\zeta(x))$, равной

$$\Omega^2(x) = f^2(x) \frac{\chi}{2\varepsilon(x)}(3p(x) + \mu(x)) = \frac{\chi}{2}x^4(3p(x) + \mu(x)) \quad (20)$$

Самое простое решение уравнения (19) получим, если наложить условие

$$\frac{\chi}{2}x^4(3p(x) + \mu(x)) = \Omega_0^2 = const, \quad (21)$$

то есть решением уравнения (19) в этом случае будет функция

$$G(\zeta) = G_0 \cosh(\Omega_0 \zeta + \alpha_0), \quad (22)$$

где α_0 – постоянная интегрирования.

Однако такой подход означает сингулярное поведение давления и плотности массы в центре жидкого шара, то есть можно явно ввести

$$\mu(x) = \frac{1}{x^4} \tilde{\mu}(x), \quad p(x) = \frac{1}{x^4} \tilde{p}(x), \quad (23)$$

где $\tilde{\mu}(x)$ и $\tilde{p}(x)$ суть регулярные в центре шара функции.

В любом случае такое решение не может описывать регулярную модель гравитирующего шара и может быть применено к оболочечной модели. Поэтому необходимо эту модель дополнить, например, однородной плотной сердцевиной. В частности, можно использовать внутреннее решение Шварцшильда с однородным распределением плотности массы.

Если же для нашего решения выбрать $\tilde{\mu}(x) = const$, то это приводит к равному нулю давлению во всем объеме шара из-за требования обращения давления в ноль на поверхности шара.

Поэтому далее определим функцию $\tilde{\mu}(x)$ как

$$\tilde{\mu}(x) = \mu_0(1 - a_0x^2), \quad (24)$$

что означает спадание функции $\tilde{\mu}(x)$ к поверхности шара ($x = 1$) по параболическому закону; a_0 – постоянная, определяемая из граничных условий и удовлетворяющая неравенству $a_0 \leq 1$. На поверхности шара плотность массы удовлетворяет условию: $\mu(x = 1) = \mu_0(1 - a_0)$.

В этом случае с учетом (21) давление $p(x)$ может быть записана в виде

$$p(x) = \frac{1}{3x^4} \left(\frac{2}{\chi} \Omega_0^2 - \mu_0(1 - a_0x^2) \right). \quad (25)$$

Обращение давления на поверхности шара в ноль приводит к соотношению

$$\Omega_0^2 = \frac{\chi}{2} \mu_0(1 - a_0). \quad (26)$$

Для того, чтобы переменную ζ явно выразить через x , воспользуемся результатами работ ([1]-[3]), то есть запишем функцию $\varepsilon(x)$ в следующем виде, пригодном для исследования:

$$\varepsilon(x) = 1 - \Phi(x) = 1 - \frac{\chi}{x} \int \mu(x)x^2 dx \quad (27)$$

или при учете распределения плотности массы (23)-(24) имеем

$$\varepsilon(x) = 1 - \chi\mu_0a_0 + \frac{\chi\mu_0}{x} - \frac{C_0}{x}, \quad (28)$$

где функция $\Phi(x)$ является аналогом ньютоновского гравитационного потенциала внутри жидкого шара, $C_0 = const$.

Тогда переменную ζ из (17) можно представить как

$$\zeta(x) = -\frac{1}{\sqrt{\chi\mu_0}} \ln \left(\sqrt{\chi\mu_0}y - \frac{C_0}{2\sqrt{\chi\mu_0}} + \sqrt{1 + \chi\mu_0(a_0 + y^2) - C_0y} \right) + C_1, \quad (29)$$

где $C_1 = const$, $y = 1/x$.

Кроме того, знание функций $\varepsilon(x)$ из (28) и $\zeta(x)$ из (29) позволяет сразу записать функции $F(x)$ и $L(x)$ как

$$F(x) = G^2(x) = G_0^2 \cosh^2(\Omega_0\zeta + \alpha_0) =$$

$$G_0^2 \cosh^2 \left(\Omega_0 \left(-\frac{1}{\sqrt{\chi\mu_0}} \ln \left(\sqrt{\chi\mu_0}y - \frac{C_0}{2\sqrt{\chi\mu_0}} + \sqrt{1 + \chi\mu_0(a_0 + y^2) - C_0y} \right) + C_1 \right) + \alpha_0 \right); \quad (30)$$

$$\begin{aligned} L(x) &= \sqrt{\frac{F(x)}{\varepsilon(x)}} = \frac{G(x)}{\sqrt{\varepsilon(x)}} = \frac{G_0 \cosh(\Omega_0 \zeta(x) + \alpha_0)}{\sqrt{1 - \chi\mu_0 a_0 + \frac{\chi\mu_0}{x} - \frac{C_0}{x}}} = \\ &\frac{G_0 \cosh \left(\Omega_0 \left(-\frac{1}{\sqrt{\chi\mu_0}} \ln \left(\sqrt{\chi\mu_0}y - \frac{C_0}{2\sqrt{\chi\mu_0}} + \sqrt{1 + \chi\mu_0(a_0 + y^2) - C_0y} \right) + C_1 \right) + \alpha_0 \right)}{\sqrt{1 - \chi\mu_0 a_0 + \frac{\chi\mu_0}{x} - \frac{C_0}{x}}}. \end{aligned} \quad (31)$$

При спивке на поверхности шара (при $x = 1$) со внешним решением Шварцшильда конкретизируется часть постоянных.

Следующий подход к моделированию жидкого гравитирующего шара связан с другой комбинацией уравнений тяготения (6)-(8). Эту систему уравнений после перехода к функции $G(x)$ можно свести к уравнению

$$G'' + (\ln(\sqrt{\varepsilon(x)}))' G' + \frac{1}{2} \left(\frac{3(\varepsilon(x))'}{x} + \chi(\mu(x) - p(x)) \right) G = 0, \quad (32)$$

которое, в свою очередь, при введении переменной ζ как

$$d\zeta = \frac{dx}{\sqrt{\varepsilon(x)}}, \quad (33)$$

преобразуется в уравнение

$$G_{\zeta\zeta}'' + \Omega^2(\zeta(x))G = 0, \quad (34)$$

где

$$\Omega^2(\zeta(x)) = \frac{3}{2} \frac{(\varepsilon(x))'}{x} + \frac{\chi}{2} (\mu(x) - p(x)). \quad (35)$$

Опять наложим условие

$$\frac{3}{2} \frac{(\varepsilon(x))'}{x} + \frac{\chi}{2} (\mu(x) - p(x)) = \Omega_0^2 = const, \quad (36)$$

позволяющее сразу записать общее решение уравнения (34) в зависимости от знака Ω^2 .

Можно рассмотреть, к примеру, параболическое поведение плотности массы $\mu(x) = \mu_0(1 - ax^2)$, где a – некоторая постоянная. Тогда функция $\varepsilon(x)$ примет следующий вид:

$$\varepsilon(x) = 1 - \frac{\chi}{3}x^2 + \frac{\chi a}{5}x^4, \quad (37)$$

а соотношение (36) наложит условие на постоянные, входящие в задачу, как и условия спивки со внешним решением Шварцшильда, которые обеспечат согласование этих постоянных между собой.

Третий подход к моделированию связан с уравнением

$$G'' + (\ln(x\sqrt{\varepsilon(x)}))' G' - \frac{1}{\varepsilon(x)} \left(\frac{(\varepsilon(x))'}{2x} + \chi p(x) \right) G = 0, \quad (38)$$

полученным из той же системы уравнений тяготения (6)-(8).

Вводя новую переменную аналогично как это сделано выше,

$$d\zeta(x) = \frac{dx}{x\sqrt{\varepsilon(x)}}, \quad (39)$$

приходим к уравнению вида (34) с

$$\Omega^2(\zeta(x)) = -x^2 \left(\frac{(\varepsilon(x))'}{2x} + \chi p(x) \right). \quad (40)$$

Снова можно наложить условие, упрощающее решение уравнения (34), и затем провести соответствующее исследование.

Таким образом, в данной работе рассмотрены возможности моделирования гравитирующего жидкого шара в рамках точных решений уравнений тяготения для трех случаев, кроме рассмотренного в ([1]-[3]). Эти решения оказываются не обязательно регулярными в центре шара, но их можно использовать в качестве оболочечных для конструирования астрофизических объектов.

Литература

- [1] А.М.Баранов, *Внутреннее сферически-симметричное статическое решение уравнений Эйнштейна-Максвелла* /Редкол. ж. «Известия вузов (Физика)», 1973. 9 с. Деп. ВИНИТИ СССР 05.06.1973, №6729-73. 9 с.
- [2] А.М.Баранов, *Сферически симметричное статическое решение уравнений Эйнштейна для идеальной жидкости* /Ун-т Дружбы народов им. П.Лумумбы. М., 1976. 12 с. Деп. ВИНИТИ СССР 13.07.1976, №2626-76.
- [3] А.М.Баранов, *Осцилляторный подход к описанию статической звезды с нейтральной и заряженной идеальной жидкостью*, Вестник Красноярского государственного университета. Физические и математические науки, №1, с.5 (2002).

ON THE EXTENDED FOKKER—FEYNMAN—WHEELER ACTION FOR GRAVITATION AND NON-ABELIAN FIELDS

S.V. Bolokhov^a

^aE-mail: bol-rgs@yandex.ru; Peoples' Friendship University of Russia 117198 Russia, Moscow, Miklukho-Maklaya st., 6

We consider possible ways to extend the so-called "action-at-a-distance" theory of Fokker, Tetrode, Feynman, Wheeler [1]-[2], initially developed for an electromagnetic interaction, onto the case of gravitation and non-Abelian fields. This investigation is

motivated by modern attempts of many researchers to develop a background-independent theory of gravity and fundamental interactions mostly based on the idea of non-primary (emergent) status of spacetime on the microscales.

Among the various approaches to this idea (e.g., Loop Quantum Gravity, Penrose's twistor approach, causal sets theory, etc.), we will focus on the relational model of spacetime and interactions developed in Vladimirov's works [3], in which the Fokker—Feynman principle is considered as an intermediate step in obtaining a background-independent description of the interactions. In this model, the concept of classical field is modified in terms of an *effective field* determined by a direct relativistic-invariant interaction of particles on the null surface of light cone. For example, the electromagnetic interaction in this approach can be described in terms of the well-known Fokker—Feynman—Wheeler action which is equivalent to the Maxwell electrodynamics in classical limit.

We briefly analyse the possible generalization of Fokker's action in the following cases:

- (a) Electromagnetism, linear gravitation and scalar fields in four and five dimensions.
- (b) Non-Abelian generalization of classical 4-dimensional Fokker's action in the N -point interaction scheme.
- (c) Generalized 4-dimensional Fokker's action for non-linear gravitation and electromagnetism in the relational model [4].
- (d) Generalization of Fokker's action in the framework of the Vladimirov—Turygin perturbative scheme for Einstein's gravity [5], as well as its possible multidimensional extension (including non-Abelian fields) via the Kaluza—Klein approach.

References

- [1] Fokker A.D. Ein invarianter Variationssatz fur die Bewegung mehrerer electrischer Massenteilchen. *Z. Phys.*, Bd. 58, p. 386-393 (1929).
- [2] Wheeler, J. A., Feynman, R. P. Classical Electrodynamics in Terms of Direct Interparticle Action. *Rev.Mod.Phys.* 21(3), 425–433 (1949)
- [3] Vladimirov Yu.S. Gravitation interaction in the relational approach. *Grav. Cosmol.* V14(1), p. 41-52 (2008).
- [4] S.V. Bolokhov, A.N. Klenitsky. On the Construction of Effective Metrics in a Relational Model of Space-Time. *Grav. Cosmol.* V.19(1), p. 35–41 (2013).
- [5] A. Yu. Turygin. Fokker's Type Action at a Distance Theory of Gravitation. *Gen. Rel. Grav.* V18, N4, pp 333-348 (1986).

GEOMETRIZATION OF MATTER IN EINSTEIN'S EQUATION

I.E. Bulyzhenkov^a

^aE-mail: beloushko@mail.ru; Moscow Institute of Physics and Technology, Moscow, Russia

Continuous material space admits geometrization of sources aside with geometrization of gravitational fields in Einstein's General Relativity. Mass densities of extended radial particles and their radial fields are proportional to the Ricci scalar at the left-hand side of Einstein's Equation. There is no need to duplicate matter by the conventional right-hand side once particles are already implemented into the left-hand side of this gravitational equation. Non-empty space metric solution of Eisenstein's equation with the radial Ricci scalar is free from an event horizon and singularities.

РЕЛЯЦИОННО-СТАТИСТИЧЕСКАЯ ПРИРОДА ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫХ ОТНОШЕНИЙ

Ю.С. Владимиров^a

^aE-mail: yusvlad@rambler.ru; Физический факультет МГУ имени М. В. Ломоносова, Ленинские горы, д. 1, стр. 2, Москва

Доклад посвящен изложению идей и результатов альтернативного к геометрическому подходу к природе пространства-времени и физических взаимодействий – реляционно-статистическому подходу, намеченному в работах Г. Лейбница, Э. Маха, Р. Фейнмана, П.К. Рашевского и ряда других авторов [1]. Рассмотрены следующие вопросы:

1. Суть реляционного подхода к природе пространства-времени [2].
2. Математический аппарат реляционного подхода – теория систем отношений.
3. Описание физических взаимодействий на основе концепции дальнодействия [3].
4. Обоснование запаздывающего характера взаимодействий посредством принципа Маха.
5. Вторичный характер гравитационных взаимодействий.
6. Вторичный характер классических геометрий, которые можно получить посредством квадрирования более элементарных геометрий – бинарных.
7. Переход от бинарных геометрий с вещественными отношениями к бинарным системам комплексных отношений (БСКО).
8. Реинтерпретация квантовой механики на основе бинарной геометрии (бинарных систем комплексных отношений).
9. Перестройка теории физических взаимодействий с фоном унарной (общепринятой) геометрии в рамках бинарных геометрий [4].
10. Реляционное описание физических взаимодействий в рамках бинарного многомерия.
11. Описание электрослабых и сильных взаимодействий в рамках бинарных систем комплексных отношений ранга (6,6).
12. Описание электромагнитного излучения в реляционном подходе.
13. Статистическая природа классических пространственно-временных отношений (классической геометрии).
14. Реляционно-статистическая теория атомов.
15. Следствия реляционного подхода в физике мегамира (в космологии).

Литература

- [1] Ю.С.Владимиров. Между физикой и метафизикой. Книга 4. Вслед за Лейбницием и Махом. — М.: Книжный дом "ЛИБРОКОМ" 2012.
- [2] Ю.С. Владимиров. Физика дальнодействия. Природа пространства-времени. — М.: Книжный дом "ЛИБРОКОМ" 2012.
- [3] Ю.С. Владимиров. Основания физики. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008.
- [4] Ю.С.Владимиров. Реляционная теория пространства-времени и взаимодействий. Часть 2. Теория физических взаимодействий. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1998.

РЕЛЯЦИОННО - СТАТИСТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ АТОМА

Ю.С. Владимиров^a, Д.А. Терещенко^b

^aE-mail: yusvlad@rambler.ru; Физический факультет МГУ имени М. В. Ломоносова; 119991 Россия, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

^bE-mail: —; Физический факультет МГУ имени М. В. Ломоносова; 119991 Россия, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

При анализе множества работ [1-5] выяснена необходимость альтернативного описания теории атома с помощью реляционно - статистического подхода. Одной из основных идей этого подхода является идея о макроскопической природе классического пространства и времени [5]. В качестве математического аппарата реляционно - статистического подхода используется теория бинарных систем комплексных отношений, развитая в работах [6, 7].

В данном подходе атом водорода является связанным состоянием двух заряженных частиц, удовлетворяющих условию стационарности. Исходя из теории бинарной системы комплексных отношений ранга (4,4), данное условие записывается в виде видоизмененного уравнения Лапласа с правой частью, записанного на трехмерной гиперсфере в четырехмерном абстрактном пространстве. Условием стационарности является при этом некоторое условие на функцию распределения по поверхности гиперсферы фазовых вкладов от частиц окружающего мира, что соответствует принципу Маха – одному из основных принципов реляционно-статистического подхода.

Решением условия стационарности является реляционно-статистическое уравнение, которое можно сопоставить с уравнением Лагерра. Как известно, последнее связано с радиальной частью как уравнения Шредингера в нерелятивистском случае, так и уравнения Клейна-Фока-Гордона в релятивистском случае. При сопоставлении полученного реляционно - статистического уравнения с уравнением Лагерра найден общий вид функции в правой части условия стационарности, а также значения ее коэффициентов.

Отметим, что задача описания атома водорода в реляционно-статистическом подходе является краеугольной в программе вывода классических пространственно-временных отношений (имеющих макроскопический и статистический характер) из теории, в основе которой лежат более фундаментальные микроскопические процессы.

Литература

- [1] Рашевский П.К. Риманова геометрия и тензорный анализ. — М.: Наука, 1967.
- [2] Chew G.F. The dubious role of the space-time continuum in microscopic physics // Science Progress. 1963, vol.LI, No. 204, p. 529-539.
- [3] Dantzig van D. One the relation between geometry and physics and concept of space-time // Funfzig Jahre Relativitatstheorie. Konferenz Bern, Basel. 1955. Bd. 1, S. 569.
- [4] Фок В.А. Атом водорода и неевклидова геометрия // Известия АН СССР, 1935, Т.2, с.169-184.
- [5] Zimmerman E.J. The macroscopic nature of space-time // Amer. Journ. of Philos., 1962, v.30, p.97-105.
- [6] Владимиров Ю.С. Физика дальнодействия. Природа пространства-времени. — М.: Издательство УРСС, 2012.
- [7] Владимиров Ю.С. Основания физики. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний. 2008.

К ПОТЕРЕ МАССЫ В ОТО

А.Н. Голубятников^a, О.О. Иванов^b

^aE-mail: golubiat@mail.ru; МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

^bE-mail: ololiv@rambler.ru; МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

Ранее (Голубятников А.Н., 2000 и далее) была предложена простая физическая теория гравитации, как ньютоновская, так и релятивистская, основанная на гидродинамическом взаимодействии испаряющихся частиц видимой материи в плоском пространстве-времени. При этом гравитационная постоянная представляет собой отношение двух очень малых величин — квадрата относительной скорости массообмена и плотности «вакуума». Данная теория хорошо описывает экспоненциальный разлет Вселенной.

На этом пути уравнения общей теории относительности (ОТО) могут быть интерпретированы как дивергенция потока энергии-импульса вакуума, порождаемая скоростью испарения обычной материи. Однако такой подход представляется пока слишком сложным. С другой стороны, в рамках уравнений ОТО с самого начала имеется неопределенность, связанная с термодинамическим замыканием уравнений — даже для идеального газа, если постулировать уравнение неразрывности, то получим уравнение сохранение энтропии, либо наоборот. Производят добавляет и введение «лямбда-члена», который при наличии материи, вообще говоря, не равен постоянной.

В данной работе развивается подход к замыканию уравнений, в котором, для простоты, в случае холодной пылевой среды уравнение неразрывности учитывает скорость испарения материи, линейную по плотности массы покоя с малым коэффициентом. При этом возникает уравнение, определяющее величину указанного лямбда-члена как независимого от плотности давления. Решается задача об однородном

разлете среды с плоской пространственной частью. Имеется два типичных режима: расширение из особой точки с последующим сжатием за конечное собственное время при ограниченном масштабном множителе и экспоненциальное расширение до бесконечности за бесконечное время. Величина лямбда при этом меняет знак с плюса на минус, а плотность материи стремится к нулю. Таким образом, уже в плоском случае наблюдается поведение решений, характерное для пространственных элементов как с отрицательной, так и положительной кривизной. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 14-01-00056).

К УСКОРЕНИЮ УДАРНЫХ ВОЛН В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ

А.Н. Голубятников^a, С.Д. Ковалевская^b

^aE-mail: golubiat@mail.ru; МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

^bE-mail: ks-147@mail.ru; МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

В рамках одномерной задачи с плоскими волнами исследуется вопрос об ускорении ударной волны, движущейся по равновесному состоянию газа с падающей плотностью. В частности, такого рода явления наблюдаются в разогретых областях атмосфер планет и звезд. Причем, например, при хромосферных вспышках на Солнце скорость частиц может достигать 0,8 скорости света, и необходимо учитывать эффекты теории относительности. Физически здесь играют роль два фактора: ускорение среды за счет потери инерции (Л.И. Седов, 1951) и неограниченный рост начальной скорости звука. Существенным тормозящим фактором является внешняя сила тяжести, которая формирует начальное состояние и сдерживает ускорение. При ее отсутствии возникают различные эффекты обострения, связанные с конечностью времени ухода ударной волны на бесконечность (Голубятников А.Н., Ковалевская С.Д., 2012–2013).

В рамках ньютонаской механики могут быть даны как точные частные решения уравнений адиабатического движения газа, так и проведено общее исследование методом двусторонних оценок закона движения ударной волны (Голубятников А.Н., 1978). В частности, даны классы решений с нулевым ускорением частиц газа и с твердотельным равноускоренным движением в области за ударной волной, допускающие разделение лагранжевых переменных. Качественно исследованы автомодельные движения, определяемые величиной силы тяжести и степенным распределением начальной плотности. Указан ряд первых интегралов.

Релятивистское однородное гравитационное поле моделируется твердотельным движением по М. Борну в рамках плоского пространства Минковского специальной теории относительности. Склеиваются два различных решения такого сорта, первое из которых затем преобразованием системы отсчета приводится к равновесному состоянию (в метрике возникает квадрат линейного потенциала). Указаны два первых интеграла, связанные с сохранением потоков импульса и энергии. Выведено уравнение первого порядка, отвечающее сохранению массы покоя, которое исследуется качественно и численно.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 14-01-00056).

О ВЗАИМОСВЯЗИ ЭНТРОПИИ И УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ В ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

И.В. Жабрун^a

^aE-mail: jivkr@mail.ru; Институт инженерной физики и радиоэлектроники, Сибирский федеральный университет, 79 Свободный пр., г. Красноярск, 660041, Россия

Получена взаимосвязь между энтропией на одну частицу (φ) и уравнением состояния материи ($\beta = p/\varepsilon$, где p - равновесное (гидростатическое) давление, ε - плотность энергии). Показано, что достаточно высокое накопление энтропии на одну частицу в современной Вселенной приводит к эволюции уравнения состояния, независимо от первичного состояния, будь то состояние вакуума ($\beta = -1$) или сверхжесткое состояние ($\beta = +1$), к состоянию материи, которая представлено в настоящее время пылью ($\beta = 0$).

В качестве источника гравитационного поля берется тензор энергии-импульса (ТЭИ) идеальной жидкости с наличием тепловых потоков, имеющих вид

$$T_{\mu\nu} = (\varepsilon + p)u_\mu u_\nu - pg_{\mu\nu} + q_\mu u_\nu + q_\nu u_\mu,$$

где u_μ - компоненты 4-вектора скорости ($u_\mu u^\mu = 1$), q_μ - 4-вектор потока тепла ортогонального к u^μ ($q_\mu u^\mu = 0$).

Предполагается, что поток частиц ($N^\mu = nu^\mu$, где n - плотность частиц) сохраняется ($N_{;\mu}^\mu = 0$), а вектор потока энтропии ($\Sigma^\mu = n\varphi u^\mu + q^\mu/T$, где T - температура) удовлетворяет второму началу термодинамики для равновесных систем ($\Sigma_{;\mu}^\mu = 0$), при этом все компоненты градиента температуры равны нулю. Таким образом, предлагаемая модель Вселенной может рассматриваться как изотермическая.

Необходимые требования к решению задачи является конкретизация вида 4-вектора потока тепла. Предполагается, что $q^\mu = q\xi^\mu$, где ξ^μ - некоторый 4-вектор ($\xi_\mu \xi^\mu = 1$) ортогональный 4-вектору скорости ($\xi^\mu u_\mu = 0$), $q = q(\xi^\mu)$ - удельная теплота.

Обычно рассматриваются модели, в которых уравнение состояния материи постоянное. Теперь появляется возможность рассмотреть модели в предположении, что

$$p(n, \varphi) = \beta(\varphi)\varepsilon(n, \varphi), \quad 0 \leq |\beta(\varphi)| \leq 1.$$

В общем рассмотрении уравнение состояния является произвольной функцией от энтропии, но при некоторых предположениях вид этой функции может быть записан явно. Например, если температуру и концентрацию рассматривать как непрерывные функции, то в силу предположения, что все компоненты градиента равны нулю, решение с учетом начальных условий можно записать как

$$\beta(\varphi) = \beta_0 \exp(-b\varphi),$$

где b - постоянная, β_0 - уравнение состояния с которого начинается эволюция Вселенной.

Есть возможность за счет градиента температур описывать те возможные стадии эволюции Вселенной, где допускается с ростом энтропии на одну частицу увеличение абсолютного значения уравнения состояния.

ADS/CFT СООТВЕТСТВИЕ, НЕКОМУТАТИВНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ARC'S В ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ СВЕРХПРОВОДНИКАХ

В.М. Жарков^a

^aE-mail: vita@psu.ru; Пермский университет, Естественнонаучный институт, г. Пермь, Россия

Голографический сверхпроводник дает описание сверхпроводимости в режиме сильной связи. Для его описания используется технология Ads/Cft, число работ по этой теме приблизилось к 10000. Исследуется около 15 различных моделей гравитационного сектора, которые содержат лагранжианы Эйнштейна-Гильберта, конформную гравитацию, гравитацию Хоравы, Ловелока, Гаусс-Боннет. С помощью технологии Ads/Cft объяснены основные свойства высокотемпературных сверхпроводников, в частности сложные основные состояния, содержащие волны зарядовой и спиновой плотностей [1]. Основным недостатком данного подхода на сегодня является неясность как вычислить конкретную Ads/Cft из микроскопических моделей твердых тел, которые получаются из зонных расчетов. Также необходимо развить альтернативную процедуру вычисления дуального лагранжиана путем непосредственного вычисления из микроскопических моделей, например, модели Хаббарда. В данной работе предлагается решение данной проблемы. Впервые схема вычисления эффективного функционала Ads/Cft была предложена для модели Хаббарда в работе [2]. Был вычислен эффективный функционал при фиксированной калибровке для бозонных полей, т.е. учитывались только фермионные поля. Предлагаемая схема получения эффективного функционала включает следующие элементы: 1) используется функциональная формулировка для модели Хаббарда, данная автором ранее на основе точно вычисленных суперкогерентных состояниях для различных контракций супералгебры Хаббардовских операторов, 2) введение квадратичных комплексных полей, используемых для понижения степеней первичных фермионных мономов эффективного функционала. В работах [2] показано, что в модели Хаббарда появляется электромагнитное поле (6 компонент), векторное поле, принимающее значения в алгебре SU(2) (12 компонент) и симметричное тензорное поле, содержащее 10 компонент, 3) подстановка данных полей в минимальную модель голографического сверхпроводника приводит к появлению слагаемых, воспроизводящих полиномиальное по фермионам выражение в эффективном функционале. В работах [2] была развита схема получения лагранжиана Ads/Cft из микроскопической модели Хаббарда, описывающей свойства сильнокоррелированной многоэлектронной системы. Был вычислен лагранжиан Дирака с абелевым и неабелевым калибровочными полями. Оказалось, что в данный лагранжиан входят выражения для тетрад. Наиболее интересным является тот факт, что выражения для тетрад совпадают с представлением для производной появляющейся в представлении однопараметрической деформации квантовой группы $SU_q(2)$ и двухпараметрической деформации группы $SU_{pq}(2)$. Известно [3], что квантовые группы задают некоммутативное пространство и соответствующую геометрию. Мы получаем некоммутативное пространство для электронов, движущихся в твердом теле. Очень интересен следующий вопрос: какой смысл имеет некоммутативная геометрия в многоэлектронных системах где максимальная энергия не превышает 10 эв. В работе [3] были вычислены квантованные координаты некоммутативного гиперболического пространства. Они в точности совпадают с по-

верхностью Ферми двумерной электронной системы, с таким радиусом, что внутри поверхности Ферми попадает только первые Arc. Мы в точности получим структуру разрешенных энергий на поверхности Ферми в виде набора Arc. Некоммутативное пространство дискретно и образует в твердом теле вторую решетку составленную не из ионов, а электронов. Ее появление есть явление локализации магнитных либо электронных степеней свободы. Полученный результат можно сформулировать в виде следующего утверждения: обнаруженные в высокотемпературных сверхпроводниках поверхности Ферми в виде набора Arc –свидетельство некоммутативной геометрии, в которой двигаются квазичастицы в сильнокоррелированных многоэлектронных системах. Поэтому соединения с сильным кулоновским отталкиванием между электронами могут служить лабораторией для изучения различных пространств с некоммутативной геометрией.

Литература

- [1] Sean A. Hartnoll, Christopher P. Herzog, Gary T. Horowitz , Holographic Superconductors, JHEP, 0812:015, (2008).
- [2] Zharkov V., Theoretical and Mathematical Physics. 172, 3, 1300-1314, (2012).
- [3] B. L. Cerchiai and J. Wess q-Deformed Minkowski Space based on aq-Lorentz Algebra, Eur.Phys.J., C5:553-566, (1998).

ENTROPY FOR CURVATURE SQUARED GRAVITY USING SURFACE TERM AND AUXILIARY FIELD

Kyosuke Hirochi^a

^aE-mail: hirochi@th.phys.nagoya-u.ac.jp; Nagoya University, Nagoya, Japan

We calculate the entropies of general curvature squared gravities in arbitrary dimensions by using the conserved charge and the Virasoro algebra coming from surface term. We introduce an auxiliary tensor field and construct a new action including up to second derivative term. Using this new action, we obtain a surface term, so called the generalized Gibbons-Hawking term (GGH-term). From GGH-term, we define the Virasoro algebra and obtain the central charge and the eigenvalue of the zero mode. Therefore, using the Cardy formula, we obtain the entropy formula for the general curvature squared gravity. For some specific models, that is, the Gauss-Bonnet, new massive gravity (NMG), and critical gravity, the known results are reproduced.

**ВАКУУМНЫЕ СТАТИЧЕСКИЕ
СФЕРИЧЕСКИ-СИММЕТРИЧНЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ
ПОСТ - ЭЙНШТЕЙНОВСКОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ**

Т.В. Каиров^a, В.В. Карбановский^b

^aE-mail: kairov_t_v@list.ru; Мурманский государственный гуманитарный университет, Мурманск, Россия

^bE-mail: Karbanovski_V_V@mail.ru; Мурманский государственный гуманитарный университет, Мурманск, Россия

Рассматриваются уравнения пост-Эйнштейновской теории гравитации (ПЭТГ) четвертого порядка (теория изложена в [1])

$$\begin{aligned} {}^{(4)}T^{\mu}_{\nu} &= {}^{(2)}T^{\mu}_{\nu} + \Lambda \left[(\alpha - \beta) R^{\mu}_{\nu} + \left(\beta - \frac{\alpha}{2} \right) R^{\lambda}_{\nu} \delta^{\mu}_{\lambda} - \alpha \left(R^{\mu\lambda}_{\nu\lambda} - \frac{1}{4} R \delta^{\mu}_{\nu} \right) \right. \\ &\quad \left. + 2R^{\sigma}_{\lambda} R^{\lambda\mu}_{\nu\sigma} - \frac{1}{2} R^{\lambda}_{\sigma} R^{\sigma}_{\lambda} \delta^{\mu}_{\nu} \right] + \beta R (R^{\mu}_{\nu} - \frac{1}{4} R) \delta^{\mu}_{\nu}, \end{aligned}$$

где ${}^{(2)}T^{\mu}_{\nu}$ – тензор энергии-импульса в ОТО, α и β – некоторые константы ПЭТГ.

Для сферически-симметричной метрики

$$ds^2 = -e^{\nu} dt^2 + e^{\lambda} dr^2 + x^2(d\theta^2 + \sin^2 d\phi^2)$$

(здесь ν , λ и x функции r) в вакууме получено частное решение

$$ds^2 = -c_1 x^{\frac{A}{1-A}} dt^2 + \frac{x'^2}{1-A} dr^2 + x^2(d\theta^2 + \sin^2 d\phi^2),$$

которое может описывать внешнюю метрику конфигураций типа черных дыр или сверхплотных звезд, допускающее гладкое сшивание с вакуумной метрикой ОТО. Актуальным остается поиск более общих решений.

Литература

- [1] V.V. Karbanovski et al., A Robertson-Walker Universe in the post-Einstein theory of gravitation and within a series of other theories, Classical and Quantum Gravity, 29 (2012) 065007 (5pp).

**О ФИНСЛЕРОВОМ МЕХАНИЗМЕ НАРУШЕНИЯ ЛОРЕНЦЕВОЙ
ИНВАРИАНТНОСТИ**

Т.Г. Кирильцева^a, А.В. Соловьев^b

^aE-mail: —; Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

^bE-mail: —; Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

Рассматривается частный случай общей теории финслеровых N -спиноров, построенной в [1]. Речь идет о финслеровых N -спинорах с действительными компонентами. Такие N -спиноры порождают $N(N+1)/2$ -мерные плоские псевдофинслеровы пространства с метриками, определяемыми однородными многочленами N -ой степени относительно дифференциалов координат. Показано, что при $N = 2$ воспроизводится известная теория майорановских спиноров в 3-мерном пространстве Минковского. Случай $N = 3$ отвечает 6-мерному псевдофинслерову пространству с кубичной метрикой. Качественные особенности поведения массивной частицы в этом пространстве повторяют результаты, полученные в [2, 3] для финслеровых 3-спиноров с комплексными компонентами. В частности, неизотропные геодезические (траектории движения частиц) оказываются прямыми линиями, распространяя закон инерции Галилея на псевдофинслерово пространство. Кроме того, 6-импульс частицы с точки зрения 3-мерного наблюдателя расщепляется на 3-импульс p^μ ($\mu = 0, 1, 2$), майорановский спинор p^i ($i = 3, 4$) и скаляр p^5 (размерная редукция). С этой же точки зрения $SL(3, \mathbf{R})$ -инвариантное уравнение дисперсии для 6-импульса принимает вид

$$g_{\mu\nu} \left(p^\mu - \frac{k^\mu}{2p^5} \right) \left(p^\nu - \frac{k^\nu}{2p^5} \right) - \frac{M^3}{p^5} = 0,$$

где $(g_{\mu\nu}) = \text{diag}(1, -1, -1)$, p^μ — 3-импульс частицы, k^μ — изотропный ($g_{\mu\nu}k^\mu k^\nu = 0$) 3-вектор с компонентами $k^0 = (p^3)^2 + (p^4)^2$, $k^1 = -2p^3 p^4$ и $k^2 = (p^4)^2 - (p^3)^2$, а M — 6-мерная «масса» частицы. В контексте уравнения для скалярного поля последнее означает, что в 3-мерном пространстве Минковского имеется выделенное направление, задаваемое 3-вектором k^μ , а роль квадрата массы покоя частицы играет скаляр M^3/p^5 . Подобные k^μ постоянные векторы часто возникают в теориях с нарушенной лоренцевой инвариантностью, например, как вакуумные конденсаты полей расширенной Стандартной модели физики элементарных частиц.

Литература

- [1] Solov'yov A.V., Vladimirov Yu.S. Finslerian N -spinors: Algebra. Int. J. Theor. Phys., **40**, 1511–1523 (2001).
- [2] Solov'ev A.V. General solution of equations of motion for a classical particle in 9-dimensional Finslerian space. Russ. J. Math. Phys., **13**, 466–472 (2006).
- [3] Solov'yov A.V. Finslerian 3-spinors and the generalized Duffin–Kemmer equation. J. Math. Sci., **172**, 894–900 (2011).

INSTANTON FIELD CONFIGURATIONS AND GRAVITY

N.P. Konopleva^a

^aE-mail: nelly@theor.jinr.ru; vniiem@orc.ru; All-Russian Scientific Research Institute of Electromechanics, Horomnyi tup. 4, Moscow 101000

Аннотация. Instantons are under consideration as specific field configurations having null energy-momentum tensor. It is evident that such tensor, situated on the right-hand side of Einsteinian equations, leaves them the vacuum that. But such instantons can transform the space-time topology. In particular, black holes can do it. Space-time topology is not determined by differential equations of Einstein. Black holes are described by the vacuum solutions of Einstein equations and correspond with null energy-momentum tensor. They can not be regarded as the physical objects, but the mathematical objects only. As instanton configurations can be generated not only by gravity field, but other physical fields also, consideration of them is important in connection with the energy problem in the elementary particle theory, astrophysics and cosmology.

Keywords: gravity, instantons, topology, energy problem.

НЕОБХОДИМОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ ОТО

В.В. Карбановский^a, К.Е. Белоушко^b

^aE-mail: Karbanovski_V_V@mail.ru; Мурманский государственный технический университет, Мурманск

^bE-mail: beloushko@mail.ru; Мурманский государственный технический университет, Мурманск

Как известно, метод получения уравнений ОТО, предложенный Гильбертом [1], был основан на вариационном принципе для действия

$$S = \int R \sqrt{-g} d\Omega, \quad (1)$$

где R – скалярная кривизна, $d\Omega$ – элемент 4-объёма псевдориманова пространства. В результате уравнение $\delta S = 0$ принимает вид (см., например [2]):

$$\int \left(R_{ik} - \frac{1}{2} R g_{ik} \right) \delta g^{ik} \sqrt{-g} d\Omega + \int \delta R_{ik} g^{ik} \sqrt{-g} d\Omega = 0. \quad (2)$$

Последнее слагаемое в (2) обычно записывается в локально геодезической системе координат (где все $\Gamma_{ik}^l = 0$) в некоторой точке пространства-времени как дивергенция вектора

$$w^l = g^{ik} \delta \Gamma_{ik}^l - g^{il} \delta \Gamma_{ik}^k. \quad (3)$$

Тогда с учётом (3) имеем

$$\int \delta R_{ik} \sqrt{-g} g^{ik} d\Omega = \oint \sqrt{-g} w^l d\Sigma_l, \quad (4)$$

где $d\Sigma_l$ – элемент гиперповерхности для $d\Omega$, который ортогонален координате x^l .

В [2] утверждалось, что при интегрировании по всему пространству-времени правая часть (5) обращается в нуль (“вариация поля на бесконечности исчезает” [2]). Однако, ещё в 70х годах прошлого века учитывалось [3], что вектор (3) содержит вариации не только метрических функций g_{ik} , но и их производных, которые на поверхности Σ_l , вообще говоря, отличны от нуля. Поэтому представляет интерес определение интеграла с δR_{ik} в выражении (2).

В результате “прямого” вычисления находим

$$\begin{aligned}
 \int \delta R_{ik} \sqrt{-g} g^{ik} d\Omega &= \int \left(-g_{ik} R - \frac{7}{2} g_{ik} g^{lj} \frac{\partial \Gamma_{jn}^n}{\partial x^l} + 3g_{ik} g^{jn} \Gamma_{lm}^m \Gamma_{jn}^l + \frac{5}{2} g_{ik} g^{jn} \Gamma_{lm}^m \Gamma_{jn}^l + \right. \\
 &+ \frac{1}{2} g_{il} g^{mj} \frac{\partial \Gamma_{jm}^l}{\partial x^k} + 2 \frac{\partial \Gamma_{im}^m}{\partial x^k} - 2g_{jk} g^{ln} \Gamma_{im}^m \Gamma_{nl}^j - \frac{1}{2} g^{lm} g_{\rho k} g_{is} g^{jn} \Gamma_{lm}^s \Gamma_{jn}^\rho - \Gamma_{lm}^m \Gamma_{ik}^l + \\
 &+ \frac{1}{2} g_{ik} g^{jl} \Gamma_{lm}^m \Gamma_{jn}^n + \frac{3}{2} g_{in} g^{mj} \Gamma_{mj}^l \Gamma_{lk}^n + \frac{3}{2} g_{ln} g^{jm} \Gamma_{ik}^n \Gamma_{jm}^l - g_{il} g^{mn} \Gamma_{jm}^l \Gamma_{nk}^j + \\
 &\left. + 3g_{is} g^{nj} \Gamma_{jk}^s \Gamma_{nm}^m + \frac{3}{2} g_{ik} g^{ln} g^{sm} g_{j\rho} \Gamma_{sl}^j \Gamma_{mn}^\rho \right] \delta g^{ik} \sqrt{-g} d\Omega + \\
 &+ \oint (g^{ik} g^{ln} - g^{in} g^{lk}) \frac{\partial \delta g_{in}}{\partial x^l} \sqrt{-g} d\Sigma_k + \\
 &+ \oint \left[g_{ik} \left(\frac{1}{2} g^{ml} \Gamma_{ml}^n + 2g^{mn} \Gamma_{ml}^l \right) - g_{il} g^{mn} \Gamma_{mk}^l \right] \delta g^{ik} \sqrt{-g} d\Sigma_n + \\
 &+ \oint (g_{in} g^{km} \Gamma_{mk}^i - 2\Gamma_{nm}^m) \delta g^{ln} \sqrt{-g} d\Sigma_l.
 \end{aligned} \tag{5}$$

Последние два интеграла в (5) обращаются в нуль в следствие вариационного принципа. Однако, второй интеграл является ненулевым, поскольку вариация производных $\delta \delta g_{in} / \delta x^l$ отличается от нуля на Σ_l . Более того, первый интеграл в (5) содержит величины одного порядка с тензором Эйнштейна

$$G_{ik} = R_{ik} - \frac{1}{2} R g_{ik}$$

из выражения (2).

Поэтому общепринятый вывод уравнений ОТО из вариационного принципа является некорректным. Более того, величины при первом интеграле правой части (5) в сумме не образуют тензора! Однако, левая часть равенства (5) представляет собой скалярную функцию. Её можно записать в следующем виде:

$$\int \delta R_{ik} \sqrt{-g} g^{ik} d\Omega = \int \tau_{ik} \delta g^{ik} \sqrt{-g} d\Omega, \tag{6}$$

где τ_{ik} симметричный тензор второго ранга.

Тогда уравнения ОТО сводятся к системе

$$\kappa T_{ik} = R_{ik} - \frac{1}{2} R g_{ik} + \tau_{ik} \tag{7}$$

Таким образом, из вариационного принципа следует необходимость включения тензора τ_{ik} .

Как известно (см. [4]), Эйнштейн получил уравнения ОТО с использованием условия

$$T_{k;i}^i = 0. \tag{8}$$

При таком подходе тензор T_{ik} в (7) определяется неоднозначно: τ_{ik} можно выбрать равным нулю или же соответствующим Λ -члену:

$$\tau_{ik} = \Lambda g_{ik}.$$

Кроме того, если положить

$$\tau^{ik} = h^{ikl}_{\quad ;l}, \quad (9)$$

где

$$h^{ikl} = -h^{ilk}, \quad (10)$$

то, вместо псевдотензора Ландау-Лифшица [2], величина (9) будет представлять собой тензор. Величину h^{ikl} можно интерпретировать как “тензор гравитационного поля” или как тензор плотности момента импульса. Такой подход позволяет учесть в уравнениях ОТО вращательные степени свободы материальных источников. При этом следует отметить, что в отличие от аналогичной процедуры в СТО, преобразование

$$T^{ik} \rightarrow T^{ik} + h^{ikl}_{\quad ;l} \quad (11)$$

совместно с условием (8) приводит к “риманову ограничению”

$$R^i_{klm} h^{klm} = 0 \quad (12)$$

на тензор h^{ikl} . Однако, соотношение (12) определяет только 4 ограничения на 24 компоненты h^{ikl} .

Если рассматривать более общие свойства тензора τ_{ik} , чем определение из (6), то становится возможным, например, включить в τ_{ik} высшие производные метрических функций. Таким способом, в частности, может быть естественно введена пост-эйнштейновская теория гравитации [5]. Вероятно, возможны и другие варианты расширения ОТО.

Литература

- [1] Hilbert D. Die Grundlagen der Physik. – Nachrichten K. Gesselschaft: Wiss. Gottingen. Math. – Phys. Klasse, 1915, Heft 3, p. 395-405.
- [2] L.D. Landau and E.M. Lifshitz. The Classical Theory of Fields – New York, Pergamon, 1994
- [3] Gibbons G.W., Hawking S.W. – Phys. Rev., 1977, vol. D15, № 10, p. 2752-2756.
- [4] Einstain A. – Z. Akad. Wiss., 1915, vol. 46, № 2, p. 799-801.
- [5] Karbanovski V.V., Beloushko K.E. et al – Class. Quantum Grav. 29 (2012) 065007 (5 pp) doi: 10.1088/0264-9381/29/6/065007

РЕШЕНИЯ СТАТИЧЕСКИХ СФЕРИЧЕСКИ СИММЕТРИЧНЫХ ВАКУУМНЫХ УРАВНЕНИЙ ОТО, ОТЛИЧНЫЕ ОТ ШВАРЦШИЛЬДО-ПОДОБНЫХ МЕТРИК

В.В. Карбановский^a, К.Е. Белоушко^b

^aE-mail: Karbanovski_V_V@mail.ru; Мурманский государственный технический университет, Мурманск

^bE-mail: beloushko@mail.ru; Мурманский государственный технический университет, Мурманск

Как известно, наиболее общее решение стационарных сферически симметричных вакуумных уравнений ОТО описывается выражением [1] (штрих означает дифференцирование по r)

$$ds^2 = -(1 - r_g/x) dt^2 + 2a dt dr + \frac{(x'^2 - a^2)}{(1 - r_g/x)} dr^2 + x^2 d\Omega^2, \quad (1)$$

где r_g – гравитационный радиус объекта, x and a – функции от r .

При $a = 0$ метрика (1) становится Шварцшильдо-подобной и определяет внешнюю геометрию статических источников.

В работах [3], [4] мы получили общий класс нестатических сферически симметричных вакуумных решений ОТО. Было установлено, что некоторые из них не согласуются с теоремой Биркгоффа и не могут быть сведены к (1). Очевидно, однако, что предположение о сферической симметрии полей, создаваемых астрофизическими объектами, является существенной идеализацией. Поэтому представляет интерес вопрос об обобщении данной задачи на случай уравнений с несферическими источниками. Одним из основных утверждений в данном контексте является “гипотеза обруча” [4], которая приводит к выводу о неизбежности горизонта событий для внешней метрики объекта в направлении его “овхата” окружностью длины $4\pi r_g$.

Для ответа на вопрос: является ли “гипотеза обруча” истинной или ложной, необходимо получить решение вакуумных несферических уравнений.

Соответствующую метрику можно представить в виде

$$ds^2 = -x dt^2 + y dr^2 + z d\theta^2 + k d\varphi^2, \quad (2)$$

где x, y, z, k – функции от r, θ, φ .

Для линейного элемента (2) вакуумные уравнения ОТО сводятся к системе

$$\begin{aligned} G_0^0 &= -\frac{k^{(\varphi)}y^{(\varphi)}}{4k^2y} - \frac{(y^{(\varphi)})^2}{4ky^2} - \frac{k^{(\varphi)}z^{(\varphi)}}{4k^2z} + \frac{y^{(\varphi)}z^{(\varphi)}}{4kyz} - \frac{(z^{(\varphi)})^2}{4kz^2} + \frac{y^{(\varphi\varphi)}}{2ky} + \frac{z^{(\varphi\varphi)}}{2kz} \\ &\quad - \frac{(k^{(\theta)})^2}{4k^2z} + \frac{k^{(\theta)}y^{(\theta)}}{4kyz} - \frac{(y^{(\theta)})^2}{4y^2z} - \frac{k^{(\theta)}z^{(\theta)}}{4kz^2} - \frac{y^{(\theta)}z^{(\theta)}}{4yz^2} + \frac{k^{(\theta\theta)}}{2kz} + \frac{y^{(\theta\theta)}}{2ky} \\ &\quad - \frac{(k^{(r)})^2}{4k^2y} - \frac{k^{(r)}y^{(r)}}{4ky^2} + \frac{k^{(r)}z^{(r)}}{4kyz} - \frac{y^{(r)}z^{(r)}}{4y^2z} - \frac{(z^{(r)})^2}{4yz^2} + \frac{k^{(rr)}}{2ky} + \frac{z^{(rr)}}{2yz} = 0, \end{aligned} \quad (3a)$$

$$\begin{aligned} G_1^1 &= -\frac{k^{(\varphi)}x^{(\varphi)}}{4k^2x} - \frac{(x^{(\varphi)})^2}{4kx^2} - \frac{k^{(\varphi)}z^{(\varphi)}}{4k^2z} + \frac{x^{(\varphi)}z^{(\varphi)}}{4kxz} - \frac{(z^{(\varphi)})^2}{4kz^2} + \frac{x^{(\varphi\varphi)}}{2kx} + \frac{z^{(\varphi\varphi)}}{2kz} \\ &\quad - \frac{(k^{(\theta)})^2}{4k^2z} + \frac{k^{(\theta)}x^{(\theta)}}{4kxz} - \frac{(x^{(\theta)})^2}{4x^2z} - \frac{k^{(\theta)}z^{(\theta)}}{4kz^2} - \frac{x^{(\theta)}z^{(\theta)}}{4xz^2} + \frac{k^{(\theta\theta)}}{2kz} + \frac{x^{(\theta\theta)}}{2xz} \\ &\quad + \frac{k^{(r)}x^{(r)}}{4kxy} + \frac{k^{(r)}z^{(r)}}{4kyz} + \frac{x^{(r)}z^{(r)}}{4xyz} = 0, \end{aligned} \quad (3b)$$

$$\begin{aligned} G_2^2 &= -\frac{k^{(\varphi)}x^{(\varphi)}}{4k^2x} - \frac{(x^{(\varphi)})^2}{4kx^2} - \frac{k^{(\varphi)}y^{(\varphi)}}{4k^2y} + \frac{x^{(\varphi)}y^{(\varphi)}}{4kxy} - \frac{(y^{(\varphi)})^2}{4ky^2} + \frac{x^{(\varphi\varphi)}}{2kx} + \frac{y^{(\varphi\varphi)}}{2ky} \\ &\quad - \frac{(k^{(\theta)})^2}{4k^2y} + \frac{k^{(\theta)}x^{(\theta)}}{4kxz} + \frac{k^{(\theta)}y^{(\theta)}}{4kyz} + \frac{x^{(\theta)}y^{(\theta)}}{4xyz} \\ &\quad - \frac{(x^{(r)})^2}{4x^2y} - \frac{k^{(r)}y^{(r)}}{4ky^2} - \frac{x^{(r)}y^{(r)}}{4xy^2} + \frac{k^{(r)}x^{(r)}}{4kxy} + \frac{k^{(rr)}}{2ky} + \frac{x^{(rr)}}{2xy} = 0, \end{aligned} \quad (3c)$$

$$\begin{aligned} G_3^3 = & \frac{x^{(\varphi)}y^{(\varphi)}}{4kxy} - \frac{(x^{(\varphi)})^2}{4x^2z} + \frac{x^{(\varphi)}y^{(\varphi)}}{4xyz} + \frac{x^{(\varphi)}z^{(\varphi)}}{4kxz} - \frac{(y^{(\varphi)})^2}{4ky^2} \\ & - \frac{(x^{(\theta)})^2}{4x^2z} + \frac{x^{(\theta)}y^{(\theta)}}{4xyz} - \frac{x^{(\theta)}z^{(\theta)}}{4xz^2} - \frac{y^{(\theta)}z^{(\theta)}}{4yz^2} + \frac{x^{(\theta\theta)}}{2xz} + \frac{y^{(\theta\theta)}}{2yz} \\ & - \frac{(x^{(r)})^2}{4x^2y} - \frac{x^{(r)}y^{(r)}}{4xy^2} + \frac{x^{(r)}z^{(r)}}{4xyz} - \frac{y^{(r)}z^{(r)}}{4y^2z} + \frac{x^{(rr)}}{2xy} + \frac{z^{(rr)}}{2yz} = 0, \end{aligned} \quad (3d)$$

$$G_2^1 = \frac{k^{(r)}k^{(\theta)}}{4k^2y} + \frac{k^{(r)}y^{(\theta)}}{4ky^2} + \frac{x^{(r)}x^{(\theta)}}{4x^2y} + \frac{x^{(r)}y^{(\theta)}}{4xy^2} + \frac{z^{(r)}k^{(\theta)}}{4kyz} + \frac{z^{(r)}x^{(\theta)}}{4xyz} - \frac{k^{(r\theta)}}{2ky} - \frac{x^{(r\theta)}}{2xy} = 0, \quad (3e)$$

$$G_3^1 = \frac{x^{(\varphi)}k^{(r)}}{4kxy} + \frac{z^{(\varphi)}k^{(r)}}{4kyz} + \frac{x^{(\varphi)}x^{(r)}}{4x^2y} + \frac{x^{(r)}y^{(\varphi)}}{4xy^2} + \frac{z^{(r)}y^{(\varphi)}}{4y^2z} + \frac{z^{(r)}z^{(\varphi)}}{4yz^2} - \frac{x^{(r\varphi)}}{2xy} - \frac{z^{(r\varphi)}}{2yz} = 0, \quad (3f)$$

$$G_3^2 = \frac{x^{(\varphi)}k^{(\theta)}}{4kxz} + \frac{y^{(\varphi)}k^{(\theta)}}{4kyz} + \frac{x^{(\varphi)}x^{(\theta)}}{4x^2z} + \frac{z^{(\varphi)}x^{(\theta)}}{4xz^2} + \frac{y^{(\theta)}y^{(\varphi)}}{4y^2z} + \frac{y^{(\theta)}z^{(\varphi)}}{4yz^2} - \frac{x^{(\theta\varphi)}}{2yz} - \frac{y^{(\theta\varphi)}}{2yz} = 0, \quad (3g)$$

(здесь в скобках обозначены производные по соответствующим координатам).

В настоящее время уравнения (3) решить не удалось. В данной работе мы исследуем простейший вариант, когда метрические функции x, y, z зависят только от r , а $k = k(r, \theta)$. Фактически этот случай соответствует сферически симметричной задаче, но без требования

$$k(r, \theta) = z(r) \sin^2 \theta. \quad (4)$$

В результате независимые уравнения системы (3) запишутся в виде

$$G_1^1 = \frac{k^{(r)}x^{(r)}}{4kxy} + \frac{k^{(r)}z^{(r)}}{4kyz} + \frac{x^{(r)}z^{(r)}}{4xyz} - \frac{(k^{(\theta)})^2}{4k^2z} + \frac{k^{(\theta\theta)}}{2kz} = 0, \quad (5a)$$

$$G_2^1 = -\frac{k^{(r\theta)}}{2k} + \frac{k^{(r)}k^{(\theta)}}{4k^2} + \frac{z^{(r)}k^{(\theta)}}{4kz} = 0, \quad (5b)$$

$$G_2^2 = -\frac{(k^{(r)})^2}{4k^2y} + \frac{k^{(r)}x^{(r)}}{4kxy} - \frac{(x^{(r)})^2}{4x^2y} - \frac{k^{(r)}y^{(r)}}{4ky^2} - \frac{x^{(r)}y^{(r)}}{4y^2z} - \frac{(z^{(r)})^2}{4yz^2} + \frac{x^{(rr)}}{2xy} + \frac{z^{(rr)}}{2yz} = 0. \quad (5c)$$

Интегрируя (5c) относительно r , мы находим

$$k^{(\theta)} = f(\theta) \sqrt{z} k \quad (6)$$

(здесь $f(\theta)$ – некоторая функция переменной θ , появляющаяся как результат интегрирования). Далее, решая уравнение (6), находим

$$k = (F(\theta)\sqrt{z} + \psi(r))^2, \quad (7)$$

где ψ – некоторая функция переменной r , $F(\theta)$ – функция относительно θ .

Таким образом, найдено общее решение уравнения (5c). При $\psi=0$ и $F(\theta)=\sin\theta$ оно переходит в обычное для сферически симметричной метрики соотношение между g_{22} и g_{33} .

Подставляя теперь (7) в (5a) и (5b), мы получаем систему

$$Fz' \left(2\frac{x'}{x} + \frac{z'}{z} \right) + 2\sqrt{z}\psi' \left(\frac{x'}{x} + \frac{z'}{z} \right) + \frac{x'z'\psi}{x\sqrt{z}} + 4yF^{(\theta\theta)} = 0, \quad (8a)$$

$$\begin{aligned} F & \left[2z''z - z'^2 + z'z \left(\frac{x'}{x} - \frac{y'}{y} \right) + 2\frac{x''z^2}{x} - \frac{x'z^2}{x} \left(\frac{x'}{x} + \frac{y'}{y} \right) \right] \\ & + \frac{z\psi^2}{x} \left[2x'' - x' \left(\frac{x'}{x} + \frac{y'}{y} \right) \right] + 2z\psi \left[2\psi'' + \psi' \left(\frac{x'}{x} - \frac{y'}{y} \right) \right] = 0. \end{aligned} \quad (8b)$$

Из решения однородной части уравнения (8а) можно найти вид функции $F(\theta)$:

$$F(\theta) = A \sin(\alpha\theta + \beta), \quad (9)$$

где A и β – константы интегрирования, а параметр α удовлетворяет условию

$$\alpha = \frac{z'}{4y} \left(2\frac{x'}{x} + \frac{z'}{z} \right). \quad (10)$$

Чтобы обеспечить “обычные” соотношения между g_{22} и g_{33} , выберем следующие ограничения:

$$A = \alpha = 1, \quad \beta = 0.$$

Тогда уравнения (8) сводятся к системе (при $\psi \neq 0$)

$$y = \frac{z'}{4} \left(2\frac{x'}{x} + \frac{z'}{z} \right), \quad (11a)$$

$$2z\psi' \left(\frac{x'}{x} + \frac{z'}{z} \right) + \frac{x'z'\psi}{x} = 0, \quad (11b)$$

$$2z''z - z'^2 + z^2 \left[2x'' - \frac{x'}{x} \left(\frac{x'}{x} + \frac{y'}{y} \right) + z'z \left(\frac{x'}{x} - \frac{y'}{y} \right) \right] = 0, \quad (11c)$$

$$\psi \left[2\frac{x''}{x} - \frac{x'}{x} \left(\frac{x'}{x} + \frac{y'}{y} \right) \right] + 2\psi' \left(\frac{x'}{x} - \frac{y'}{y} \right) + 4\psi'' = 0. \quad (11d)$$

Интегрируя (11d), находим

$$\text{Log}(y) = 2\text{Log} \left(2\psi' + \frac{x'}{x}\psi \right) + \int \frac{(x'/x) dr}{(2\psi'/\psi + x'/x)} \quad (12)$$

Выражая из (11b) отношение

$$2\frac{\psi'}{\psi} = -\frac{x'z'}{(x'z + z'x)}, \quad (13)$$

и подставляя (13) в (12), получим

$$y = C_1 x z \left(2\psi' + \frac{x'}{x}\psi \right)^2 \quad (14)$$

(где C_1 – константа интегрирования). Из (11a) и (14) следует, что

$$C_1 x z \left(2\psi' + \frac{x'}{x}\psi \right)^2 = \frac{z'}{4} \left(2\frac{x'}{x} + \frac{z'}{z} \right) \quad (15)$$

Подставляя (13) в (15), находим

$$\psi = \frac{(x'z + z'x)}{2(x'z)^2} \left[\frac{z'}{C_1} (z'x + 2x'z) \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (16)$$

Используя (11a) в (11c) и (16) в (11b), можно записать

$$\begin{aligned} & \left(\frac{x'}{x} \right)^3 \frac{z'}{z} - 2 \left(\frac{x'z'}{xz} \right)^2 - 2 \frac{x'}{x} \left(\frac{z'}{z} \right)^3 - 2 \left(\frac{x'}{x} \right)^2 \frac{x''}{x} - 4 \frac{x''}{x} \frac{x'}{x} \frac{z'}{z} \\ & - 2 \frac{x''}{x} \left(\frac{z'}{z} \right)^2 + 2 \frac{z''}{z} \left(\frac{x'}{x} \right)^3 + 4 \left(\frac{x'}{x} \right)^2 \frac{z''}{z} + 2 \frac{z''}{z} \frac{x'}{x} \frac{z'}{z} = 0, \end{aligned} \quad (17a)$$

$$2 \left(\frac{x'}{x} \right)^2 \frac{z''}{z} - 2 \frac{x'''}{x} \frac{x'}{x} \frac{z'}{z} - 3 \left(\frac{x'z'}{xz} \right)^2 = 0. \quad (17b)$$

Введём обозначения

$$v = \frac{x'}{x}, \quad (18a)$$

$$w = \frac{z'}{z}. \quad (18b)$$

Тогда систему (17) можно переписать в виде

$$-v^3 w^2 - 2v^2 w v' - 2v^4 w - 4v w^2 v' - 2w^3 v' + 2v^3 w' + 4v^2 w v' + 2v w^2 w' = 0, \quad (19a)$$

$$2w' - w^2 - 2w \left(\frac{v'}{v} + v \right) = 0. \quad (19b)$$

Выражая величину w' из (19b), и, подставляя её (19a), мы находим

$$v w (2v + w)^2 = 0. \quad (20)$$

Уравнение (20) имеет следующие решения

$$v = 0, \quad (21a)$$

$$w = 0, \quad (21b)$$

$$w = -2v. \quad (21c)$$

В случае (21a) $x(r)$ является константой, а функция $z(r)$ - произвольной. Тогда из (14) и (16) получим

$$y = \frac{z'^2}{4z}, \quad \psi \rightarrow \infty$$

Следовательно, такое решение содержит сингулярную функцию $\psi(r)$. Для случаев (21b) и (21c) имеет место соотношение $y = \psi = 0$. Такие решения содержат “коническую сингулярность”. Вариант (21b) соответствует постоянному значению величины z при произвольной функции $x(r)$. При условии (21c) имеет место соотношение $x = C\sqrt{z}$ (где C – константа интегрирования).

Очевидно, что все найденные решения не являются “реалистичными”. Однако, они не могут быть получены как частные случаи метрики (1) при $a = 0$.

Таким образом, система (5) является неустойчивой относительно обобщений возможных ограничений для метрических функций, как и в случае нестатических задач, рассмотренных в [3], [4]: выбор условий симметрии не коммутирует с процедурой решения уравнений. Легко убедиться, что при условии $\psi = \theta$ в выражении (7), мы получим метрику (1) с $a = 0$.

В качестве перспективы для дальнейших исследований представляет интерес обобщение рассмотренной задачи посредством включения большего числа аргументов в метрических функциях.

Литература

- [1] Painleve P. – Comptes rendus, Academic des sciences, 173, 873 (1921).
- [2] Thorne K.S., Nonspherical Gravitational Collapse - A Short Review, in Magic Without Magic: J.A. Wheeler, San Francisco (1972), pp. 231-258.
- [3] Karbanovski V.V. et al – JETP, 115, 208 (2012).
- [4] Karbanovski V.V. et al – JETP, 115, 733 (2012).

ИССЛЕДОВАНИЯ ОСНОВНЫХ ПРОБЛЕМ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ С ВАКУУМНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИЕЙ

В.В. Карбановский^a, О.В. Мелёхина^b, Т.В. Каиров^c

^aE-mail: karbanovski_v_v@mail.ru; Мурманский государственный гуманитарный университет, Мурманск, ул. Егорова 15, Россия

^bE-mail: olga_melihina@mail.ru; Мурманский государственный гуманитарный университет, Мурманск, ул. Егорова 15, Россия

^cE-mail: kairov_t_v@list.ru; Мурманский государственный технический университет, Мурманск, ул. Спортивная 13, Россия

Pacs: 04.50.+h; 04.20.Jb

1. Введение

Как известно, в качестве одного из подходов к решению проблемы описания космологических моделей с "обычной" материи и "хорошими" метрическими функциями, а также для построения проходимых кротовых нор и установления внешней геометрии чёрных дыр рассматриваются теории гравитации, обобщающие ОТО (подробный обзор дан в [1]). В [2] была доказана теорема, согласно которой в 4-мерном пространстве-времени симметричный тензор второго ранга с нулевой ковариантной дивергенцией, содержащий производные метрических функций не выше второго порядка, имеет вид

$$A_{\mu\nu} = G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu}. \quad (1)$$

Следовательно, для построения теорий, обобщающих ОТО необходимо нарушить какое-либо из условий этой теоремы. Учёт высших производных от метрических

функций приводит, в частности, к пост-Эйнштейновской теории гравитации (ПЭТГ), которая для случая четвертого порядка рассмотрена в [3]. Другим возможным вариантом обобщения ОТО является переход к более высокой тензорной размерности "геометрического источника" и включение объекта (аналога гравитационной константы), не зависящего непосредственно от метрики пространства-времени. Формально здесь можно использовать аналогию с соотношениями электродинамики. Действительно, в случае изотропной среды между векторами напряженности и индукции электрического и магнитного полей имеет место связь

$$D_i = \varepsilon E_i, \quad B_i = \mu H_i \quad (2)$$

Для однородных сред проницаемости ε и μ являются константами. Если же среда анизотропна, то, вместо (1.2), справедливы соотношения

$$D_i = \varepsilon_{ik} E_k, \quad B_i = \mu_{ik} H_k \quad (3)$$

где ε_{ik} и μ_{ik} - соответственно тензоры диэлектрической и магнитной проницаемости среды.

При этом можно считать, что векторы напряженности \vec{E} и \vec{H} определяют внешнее поле, а величины ε_{ik} и μ_{ik} характеризуют меру "восприимчивости" среды по отношению к нему. Соответственно, векторы индукции \vec{D} и \vec{B} зависят как от \vec{E} и \vec{H} , так и от проницаемостей.

Аналогичным образом можно интерпретировать связь тензора энергии-импульса материи с кривизной пространства-времени и гравитационной постоянной κ

$$T^\mu_\nu = \frac{1}{\kappa} G^\mu_\nu. \quad (4)$$

Тогда получается, что в рамках ОТО среда, в которой рассматриваются уравнения (1.4) ("гравитационный вакуум"), является однородной и изотропной. Варианты с переменной κ соответствуют неоднородным изотропным средам. Если же предположить возможность поляризации гравитационного вакуума, то его проницаемость (как в электродинамике) будет описываться тензором K^α_β , а "источником кривизны" геометрии пространства-времени станет тензор кривизны и его свертки.

В ТГВП в качестве роли "гравитационной постоянной" рассматривается тензор k^α_β . Фактически здесь используется аналогия с электродинамикой сплошных сред: роль напряженности электрического или магнитного поля играет тензор кривизны и его свертки, аналогом векторов электрической или магнитной индукции является тензор энергии-импульса, а тензор поляризации k^α_β можно интерпретировать как "меру восприимчивости" среды ("гравитационного вакуума") к воздействию поля. В общем случае указанный аналог уравнения ТГВП принимают вид

$$T^\mu_\nu = f_1 K^\alpha_\beta R^{\mu\beta}_{\nu\alpha} + f_2 (K^\mu_\alpha R^\alpha_\nu + K^\alpha_\nu R^\mu_\alpha) + f_3 K^\mu_\nu R + f_4 K R^\mu_\nu + f_5 K R \delta^\mu_\nu \quad (5)$$

(здесь f_i - произвольные константы, $K = K^\alpha_\alpha$).

При условиях (т.е. в отсутствие вакуумной поляризации)

$$K^\alpha_\beta = \frac{1}{4\kappa} \delta^\alpha_\beta \quad (6)$$

и

$$\frac{1}{4}f_1 + \frac{1}{2}f_2 + f_4 = 1 \quad (7a)$$

$$\frac{1}{4}f_3 + f_5 = -\frac{1}{2}, \quad (7b)$$

система (1.6) переходит в уравнения ОТО.

В [4] было рассмотрено применение ТГВП для плоской космологической модели Робертсона-Уокера при "минимальном отклонении" от ОТО

$$k_1^1 = k_2^2 = k_3^3 = \frac{1}{4\kappa} \quad (8a)$$

$$k_0^0 = \frac{1}{4\kappa} + \delta \quad (8b)$$

где δ - малый положительный параметр.

В результате был реализован сценарий неограниченно расширяющейся Вселенной как конфигурации материи с выполнением "стандартных" физических неравенств (здесь ε - плотность энергии, p - давление вещества)

$$\varepsilon \geq p \geq 0, \quad (9a)$$

$$0 \leq \frac{dp}{d\varepsilon} \leq 1 \quad (9b)$$

при отсутствии начальной сингулярности.

2. Статические сферически-симметричные вакуумные решения

Рассмотрим систему вакуумных уравнений ТГВП для специального случая статической сферически-симметричной метрики

$$ds^2 = -e^{\nu(r)}dt^2 + dr^2 + r^2d\Omega^2. \quad (10)$$

В качестве простейшего варианта, выберем тензор K_β^α диагональным, а его ненулевые компоненты будем рассматривать как функции r . Тогда с учётом (1.7а и 1.7б) уравнения (1.5) принимают следующий вид

$$\begin{aligned} & - \left(\frac{1}{4}f_1 + 2f_2 + f_3 \right) (C + 2D) K_0^0 + \left(\left(\frac{3}{4}f_1 + f_3 \right) C + \left(-\frac{1}{2}f_1 + 2f_3 \right) D \right) K_1^1 + \\ & + \left(\left(-\frac{1}{2}f_1 + 2f_3 \right) C + (f_1 + 4f_3) D \right) K_2^2 = 0; \end{aligned} \quad (11a)$$

$$\begin{aligned} & \left(\left(\frac{3}{4}f_1 + f_3 \right) C + \left(1 + \frac{1}{2}f_3 \right) D \right) K_0^0 + \left(\left(-\frac{1}{4}f_1 - 2f_2 - f_3 \right) C + (2 - 3f_3) D \right) K_1^1 + \\ & + \left(\left(-\frac{1}{2}f_1 + 2f_3 \right) C + (4 + 2f_3) D \right) K_2^2 = 0; \end{aligned} \quad (11b)$$

$$\begin{aligned} & \left(\left(1 + \frac{1}{2}f_3 \right) C \left(1 + \frac{3}{4}f_1 + \frac{3}{2}f_3 \right) D \right) K_0^0 + \left(\left(1 + \frac{1}{2}f_3 \right) C + \left(1 - \frac{1}{4}f_1 + \frac{3}{2}f_3 \right) D \right) K_1^1 + \\ & + \left((1 - f_3) C + \left(-\frac{1}{2}f_1 - 2f_2 - f_3 \right) D \right) K_2^2 = 0; \quad (11c) \end{aligned}$$

(здесь $D = \frac{\nu'}{2r}$, $C = rD' + D + r^2D^2$, штрих обозначает дифференцирование по r).

В качестве дополнительного условия потребуем отсутствие "антигравитации"

$$K_0^0 > 0, \quad K_1^1 > 0, \quad K_2^2 > 0.$$

Предположим также, что при $r \rightarrow \infty$ "поляризационные эффекты" исчезают: $K_0^0 \approx K_1^1 \approx K_2^2$. Тогда в пределе "слабого поля" асимптотически должно быть выполнено условие [5]

$$e^\nu \rightarrow 1 - \frac{r_g}{r}, \quad (12)$$

где r_g - гравитационный радиус источника.

Легко убедиться, что выражение для D имеет вид

$$D = \frac{r_g}{2r^3(1 - r_g/r)}. \quad (13)$$

$$Y = \frac{rD' + D + r^2D^2}{D} = -2 - \frac{r_g}{2(r - r_g)} \approx -2. \quad (14)$$

В результате получим следующую связь

$$14 + 8f_2 - 9f_3 = 0. \quad (15)$$

Кроме того, в пределе "слабого поля" условие $Y = -2$ должно соответствовать одному из корней уравнения (2.2). Подставляя $Y = -2$ в (2.2), находим

$$f_1(f_3 + 2)(3f_1 + 8f_2 - 6f_3 + 12) = 0. \quad (16)$$

Исследуя возможные решения для условий (2.4) и (2.5) можно прийти к выводу: при $r \geq r_g$ имеет место "Эйнштейновский режим" $K_0^0 = K_1^1 = K_2^2$, а при $r \leq r_g$ используется поляризация вакуума без "антигравитации".

При этом в области $r \geq r_g$ в метрике (2.1) функция e^ν вид

$$e^\nu = \left(1 - \frac{r_g}{2r} \right)^2, \quad (17)$$

а при $r \leq r_g$

$$e^\nu = \frac{r^2}{4r_g^2}. \quad (18)$$

Условие (2.1) при $r \gg r_g$ не содержит горизонта событий в рассматриваемой области, а при $r \rightarrow \infty$ соответствует плоскому пространству-времени. Для функции $e^\nu = 0$ только при $r = 0$, а не при $r = r_g$ как в ОТО.

3. Уравнения ТГВП для КН Морриса-Торна при "минимальном отклонении от ОТО"

Рассмотрим вакуумные уравнения ТГВП в предположении

$$k_1^1 = k_2^2 = k_3^3. \quad (19)$$

Введем обозначение

$$\frac{k_1^1}{k_0^0} = 1 + \alpha \quad (20)$$

Здесь величина α определяет "меру поляризации" гравитационного вакуума. Тогда независимыми уравнениями системы (1.5) для метрики (2.1) будут

$$4 \left(R_0^0 - \frac{1}{2}R \right) + \alpha \left[3 \left(R_0^0 - \frac{1}{2}R \right) - \frac{1}{4}f_1 R_0^0 - \frac{3}{2}f_2 R_0^0 - \frac{3}{4}f_3 R \right] = 0 \quad (21a)$$

$$\alpha \left[(f_1 - 2f_2) R_0^0 + \left(\frac{1}{2}f_2 - \frac{1}{4}f_1 - 3 \right) R \right] = 4R \quad (21b)$$

(3.3b) представляет собой результат вычисления следа тензора T_ν^μ в (1.5). Очевидно, в отсутствие вырождения с (3.3) совместим только случай ОТО: $R_0^0 = R = 0$. Поэтому для получения нетривиальных решений рассматриваемая система должна быть вырожденной. Это соответствует следующей связи между параметрами теории

$$f_3 = \frac{256 + 384\alpha - 32f_1\alpha - 64f_2\alpha + 144\alpha^2 - 24f_1\alpha^2 - f_1^2\alpha^2 - 48f_2\alpha^2 - 4f_1f_2\alpha^2 + 12f_2^2\alpha^2}{12(f_1 - 2f_2)\alpha^2} \quad (22)$$

С учетом (3.4) уравнение (3.3b) перепишется в виде

$$6\lambda z^2 B^2 + 6(\lambda + 4f_2)D + 2(\lambda + 4f_2)z^2 D^2 + 6\lambda B - 4(\lambda + 4f_2)z^2 BD + 2\lambda z \frac{dB}{dz} + 2\lambda z^3 B \frac{dB}{dz} - \\ - (\lambda + 4f_2)z^3 D \frac{dB}{dz} + 2(\lambda + 4f_2)z \frac{dD}{dz} + 2(\lambda + 4f_2)z^3 B \frac{dD}{dz} = 0, \quad (23)$$

где

$$B = R_{23}^{23} = \frac{1}{z^2}(z'^2 - 1), \quad (24a)$$

$$D = R_{02}^{02} = R_{03}^{03} = \frac{1}{2} \frac{z'x'}{zx}, \quad (24b)$$

$$\lambda = 16 + (12 + f_1 - 2f_2)\alpha \quad (25)$$

4. Пример конструкции КН

В качестве примера исследуем случай

$$\lambda + 4f_2 = 0. \quad (26)$$

Тогда уравнение (3.5) принимает вид

$$(1 + z^2 B)(3B + zB') = 0. \quad (27)$$

Легко убедиться, что решение (4.2) с $B = -\frac{1}{z^2}$ соответствует условию $z' = 0$ всюду и несовместимо с определением КН. Поэтому рассмотрим вариант

$$zB' + 3B = 0. \quad (28)$$

Интегрируя (4.3), и, учитывая (3.6а), получим

$$z'^2 = 1 - \frac{C}{z}. \quad (29)$$

Уравнение(4.4) имеет тот же вид,что (1.3) Его решение (C_1 - константа интегрирования)

$$\pm r = z \sqrt{1 - \frac{C}{z}} + \frac{1}{2} C \ln \left[\frac{2z \left(1 + \sqrt{1 - C/z} \right) - C}{C_1} \right]$$

при $C_1 = C = r_0$ (r_0 - радиус горловины КН)соответствует условиям $z' \rightarrow 1$ и $z \sim r$ при $r \rightarrow \infty$ ("асимптотически плоский" режим) и определению КН Морриса-Торна ($z'(0) = 0, z(0) = r_0 > 0$).

Исследуем теперь уравнение (3.3а) с учетом (3.4)

$$\begin{aligned} \gamma_1 D + \gamma_2 z^2 B^2 + \gamma_3 z^2 D^2 + \gamma_2 B + \gamma_4 z^2 BD - \frac{1}{2} \gamma_3 z^3 D \frac{dB}{dz} + \gamma_4 z \frac{dB}{dz} + \gamma_5 z^3 B \frac{dB}{dz} + \\ \gamma_3 z \frac{dD}{dz} + \gamma_3 z^3 B \frac{dD}{dz} = 0, \end{aligned} \quad (30)$$

где

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= 3(f_2^2(-5 + 2\alpha) - 12(4 + 3\alpha)^2 + 4f_2(-16 - 8\alpha + 3\alpha^2)) \\ \gamma_2 &= -3f_2(f_2(-5 + 2\alpha) - 6(4 + 3\alpha)) \\ \gamma_3 &= -20(4 + 3\alpha)^2 + f_2^2(-17 + 10\alpha) + 12f_2(-12 - 5\alpha + 3\alpha^2) \\ \gamma_4 &= -2(f_2^2(-1 + 2\alpha) + 6f_2(4 + 3\alpha) + 8(4 + 3\alpha)^2) \\ \gamma_5 &= f_2^2(7 - 2\alpha) + 12f_2(4 + 3\alpha) + 4(4 + 3\alpha)^2 \end{aligned}$$

Используя соотношение (4.3) в (4.5) получим

$$\gamma_1 D + (\gamma_2 - 3\gamma_5) z^2 B^2 + \gamma_3 z^2 D^2 + (\gamma_2 - 3\gamma_5) B + \left(\frac{3}{2} \gamma_3 + \gamma_4 \right) z^2 BD + \gamma_3 z \frac{dD}{dz} + \gamma_3 z^3 B \frac{dD}{dz} = 0. \quad (31)$$

Легко убедиться, однако, что имеет место связь

$$\gamma_4 = \gamma_1 - \gamma_3.$$

Поэтому (4.6) можно переписать в виде (при $\gamma_3 \neq 0$ и с учетом (4.3))

$$\frac{dD}{dz} = -\frac{z^2}{z-C} D^2 + \frac{1}{z} \left[\frac{C}{2(z-C)} - \frac{\gamma_1}{\gamma_3} \right] + \frac{\gamma_2 - 3\gamma_5}{\gamma_3} \frac{C}{z^4}. \quad (32)$$

Подставляя (3.6b) в (4.7) получим

$$\frac{dy}{dz} = -\frac{1}{2}y^2 + \left[\frac{1}{z} \left(1 - \frac{\gamma_1}{\gamma_3} \right) - \frac{C}{2z(z-C)} \right] y + \frac{2C(\gamma_2 - 3\gamma_5)}{\gamma_3(z-C)z^2}, \quad (33)$$

где $y = d\nu/dz$.

Введем обозначения

$$\sigma = 1 - \frac{\gamma_1}{\gamma_3}; \rho = \frac{2(\gamma_2 - 3\gamma_5)}{\gamma_3}$$

Тогда имеем

$$\frac{dy}{dz} = -\frac{1}{2}y^2 + \left[\frac{\sigma}{z} - \frac{C}{2z(z-C)} \right] y + \frac{\rho C}{z^2(z-C)} \quad (34)$$

Частным решением (4.9) является (при $\sigma = \rho - 1$)

$$y = \frac{2\rho}{z}. \quad (35)$$

Интегрируя (4.10), находим

$$e^\nu = C_2 z^{2\rho} \quad (36)$$

(здесь C_2 - положительная константа). Из условий "гладкого сплавления" функций e^ν и $d\nu/dz$ из выражения

$$dS^2 = C_2 z^{2\rho} dt^2 + dr^2 + z^2 d\Omega^2 \quad (37)$$

с аналогом метрики (1.2)

$$dS^2 = -(1 - r_0/z) dt^2 + dr^2 + z^2 d\Omega^2 \quad (38)$$

находим

$$\tilde{z} = r_0 (1 + 1/(2\rho)) \quad (39a)$$

$$C_2 = \frac{\tilde{z}^{-2\rho}}{1 + 2\rho} \quad (39b)$$

где \tilde{z} - точка перехода асимптотически плоской метрики (4.13) в решение (4.12).

Очевидно, при $\rho > 0$ выполняется требование $\tilde{z} > r_0$. Таким образом, метрика (4.12) описывает проходящую вакуумную КН в рамках ТГВП. При этом имеет место следующая связь между параметрами решения

$$\frac{\gamma_1}{\gamma_3} < 2, \quad (40a)$$

$$\frac{\gamma_2 - 3\gamma_5}{\gamma_3} > 0. \quad (40b)$$

Из неравенств (4.15) и соотношения (3.4) можно определить набор ограничений на f_2 , f_3 и α .

В настоящее время нами исследуются перспективы дальнейших исследований, в частности, перспективы обнаружения поляризации "гравитационного вакуума".

Литература

- [1] S. Copozziello and V. Faraoni, Beyond Einstein Gravity: A Survey of Gravitational Theories for Cosmology and Astrophysics, Fund. Theor. Phys. 170, Springer, New York, 2011.
- [2] D.Lovelock, 1971 J. Math. Phys. 12 498.
- [3] V.V. Karbanovski et al. Class. Quantum Grav. 29 (2012) 065007 (5pp)
- [4] V.V.Karbanovski, A.S. Sorokin, N.N.Kuttafin, E.A.Medvedevskaya, L.S.Ivanitskaya, R.K.Socolov and V.N.Markov - Acta Physica Polonica B 42, 171 (2011).
- [5] M.S. Morris, K.S.Thorne and U.Yurtsever - Phys. Rev. Lett. 61, 1446 (1988).
- [6] P.Painleve - Comptes Rendus, Academiedes Sciences 173, 873 (1921).
- [7] B.B.Карбановский, О.М.Сорокин, М.И.Нестерова, В.А.Болотняя, В.Н.Марков, Т.Б.Каиров, А.А.Ляш, О.Р.Тарасюк - ЖЭТФ 142, 238 (2012).
- [8] Карбановский В.В. и др. - ЖЭТФ 142, 831 (2012)
- [9] V.V.Karbanovski, A.S. Sorokin, N.N.Kuttafin, E.A.Medvedevskaya, L.S.Ivanitskaya, R.K.Socolov and V.N.Markov - Acta Physica Polonica B 42, 171 (2011).

WEYL UNIFIED THEORY REVIVED: COVARIANTLY-CONSTANT FIELDS AND GEOMETRIZATION OF ELECTRODYNAMICS

Vladimir V. Kassandrov^a

^aE-mail: vkassan@rambler.ru; Institute of Gravitation and Cosmology, Russian Peoples' Friendship University, Moscow, Russia; Joseph A Rizcallah (School of Education, Lebanese University, Beirut, Lebanon)

We consider a real-valued scalar field $\Psi(x)$ on a Weyl manifold background. Two fundamental equations for it are the *eikonal equation* $g^{\mu\nu}\partial_\mu\Psi\partial_\nu\Psi = 0$ and the linear

wave equation $g^{\mu\nu}\nabla_\mu\partial_\nu\Psi=0$, where ∇_μ denotes the covariant derivative with respect to the *Weyl connection*

$$\Gamma_{\mu\nu}^\rho = \gamma_{\mu\nu}^\rho + \frac{1}{2}(A_\mu\delta_\nu^\rho + A_\nu\delta_\mu^\rho - A^\rho g_{\mu\nu}), \quad (1)$$

with Christoffel symbols $\gamma_{\mu\nu}^\rho$ and non-metricity vector A^μ interpreted as the electromagnetic potential.

Apart from the ordinary Weyl *conformal-gauge invariance*, the eikonal equation possesses an additional *functional invariance*: for any its solution $\Psi(x)$, an arbitrary differentiable function $\Phi(\Psi(x))$ is also a solution: in fact, the gradient field $\partial_\mu\Psi$ gets then an additional factor $\partial_\mu\Psi \mapsto \Phi'\partial_\mu\Psi$, $\Phi' := d\Phi/d\Psi$, and, together with the gauge transformations of potentials $A_\mu \mapsto A_\mu - \partial_\mu \ln \Phi'$, it preserves also the wave equation. Thus, one has the *double gauge invariance* w.r.t. both the Weyl conformal group and that resembling the $SU(1)$ group in QFT.

Now consider a *covariantly constant vector field* K_μ (CCVF) on the Weyl background. The defining CCFV system

$$\nabla_\mu K_\nu = \partial_\mu K_\nu - \Gamma_{\mu\nu}^\rho K_\rho = 0, \quad (2)$$

is overdetermined and can be used to determine both K_μ and A_μ provided the metric is fixed. Symmetry of the connection (1) results in a gradient-wise form of the CCFV (2), $K_\mu = \partial_\mu\Psi$, for some function $\Psi(x)$. Then, in the case of nontrivial EM field $F_{\mu\nu}$, the norm of the CCFV K_μ should be null; therefore, the generating function $\Psi(x)$ necessarily satisfies the eikonal equation.

As the latter, we can now adopt the field $\tau(x)$ of retarded/advanced time-like parameter implicitly defined by $X_\mu X^\mu = 0$, $X^\mu := x^\mu - \xi^\mu(\tau)$, along an arbitrary worldline $\xi^\mu(\tau)$ in Weyl space with constant Minkowski metric $\eta_{\mu\nu}$. It is readily verified that the field τ does really obey the eikonal equation, and the *reparametrization symmetry* corresponds to the additional gauge invariance above obtained. The associated electromagnetic potential $A_\mu(x)$ can now be determined from (2) for connection (1) with $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu}$ and $\gamma_{\mu\nu}^\rho = 0$. It turns out that, up to a 4-gradient, the electromagnetic potential coincides with the *Lienard-Wiechert ansatz*

$$A_\mu = -\epsilon\xi'_\mu/X^\lambda\xi'_\lambda. \quad (3)$$

Note that for *retarded* time solution for which $X^0 = x^0 - \xi^0 > 0$ the dimensionless electric charge $\epsilon = -1$ whereas the opposite value $\epsilon = +1$ corresponds to *advanced* potentials. In either case the value of charge is fixed, “self-quantized” (the constant ϵ is the same for an arbitrary motion of a point-like source). In particular, for a charge at rest the solution reproduces the Coulomb potential. For more details see [1].

Thus, the fundamental solution of Maxwell equations, the Lienard-Wiechert field, acquires an explicit geometric meaning, and the *particle/antiparticle asymmetry* turns out to be explicitly related to the *irreversibility of time*, in full analogy with the well-known Feynman representation. As for the problem of determination of metrics, one can use the Pushkin-Gorbatenko’s [2] *geometrodynamical equations* $R_{\mu\nu}^* = 0$, where in the l.h.s. one encounters the Ricci tensor defined w.r.t. the Weyl connection (1). The joint system of the latter equations and those for the CCFV (2) defines a self-consistent dynamics of the EM and GR fields which seems to resolve most of the fundamental difficulties of the old Weyl unified theory.

References

- [1] V. V. Kassandrov, J. R. Rizcallah, Preprint arXiv:1311.5423 [gr-qc]
- [2] A.V. Pushkin, Geometrodynamics. Sarov, VNIIEF, 2005 (in Russian)

TWISTOR ALGEBRAIC DYNAMICS ON A UNIQUE WORLDLINE

Vladimir V. Kassandrov^a, Ildus Sh. Khasanov^b

^aE-mail: vkassan@rambler.ru; Institute of Gravitation and Cosmology, Russian Peoples' Friendship University, Moscow, Russia; Joseph A Rizcallah (School of Education, Lebanese University, Beirut, Lebanon)

^bE-mail: khasanov@sci.pfu.edu.ru; Institute of Gravitation and Cosmology, Russian Peoples' Friendship University, Moscow, Russia

General solution of the equations of *biquaternionic differentiability* [1] is equivalent to that of the defining equations of the *shear-free null congruences* (the so-called *Kerr theorem*)

$$\Pi(W) = 0. \quad (1)$$

Arbitrary homogeneous function Π depends on the projective *twistor variable* $W = \{\xi, iX\xi\}$, where $X = X^+$ is the representative Hermitian matrix of the Minkowski space-time (**M**) coordinates. Ratio $G(X)$ of the principal spinor components $\xi_A(X)$ is defined from (1) and forms a multi-valued field on **M** which satisfies both the eikonal and wave equations. Moreover, the Maxwell and $SL(2, \mathbb{C})$ Yang-Mills fields can be defined through the derivatives of G and its twistor counterparts; corresponding equations also hold identically on the solutions of (1).

A wide class of the latter is represented by the *retardation equation* for an arbitrary worldline which corresponds then to the focal curve of the shear-free congruence of rays. The worldline, moreover, can be defined implicitly [2], through a system of algebraic equations $F_a(X) = 0$, $a = 1, 2, 3$, in close relation to the old ideas of Stueckelberg-Wheeler-Feynman on the "unique worldline dynamics-[3]. Indeed, at any instant t of the observer's time, one has then a whole *ensemble of identical particles*, together with their transmutations at singular points of the curve where some two real roots (R-particles) merge together and transform then into a complex conjugate pair (composite C-particle), or vice versa; the transmutations model the processes of annihilation/creation of a particle-antiparticle pair, respectively.

We considered the *polynomial form* of generating functions F_a and studied self-consistent dynamics of the ensemble of R- and C- particles w.r.t. the time t of an "inertial" observer (whose own worldline is uniform and rectilinear). Then the correlations in positions and dynamics of different particles-roots are explicitly represented by the set of the *Vieta formulas* (or their modifications). We demonstrate then that the whole set of the *conservation laws* take place for an arbitrary (non-degenerate) form of the generating polynomials. In particular, the first two Vieta formulas (linear and quadratic in roots) give rise to the $SO(3)$ -invariant laws of conservation of *total momentum* and (the analogue of) *total mechanical energy*, respectively. Conservation of *angular momentum* also takes

place for any non-degenerate polynomials. The dynamics is manifestly *Lorentz invariant*; an example of this is presented and animated.

References

- [1] Kassandrov V V *Algebraic structure of space-time and the algebrodynamics*. 1992 M., PFU Press (in Russian); Kassandrov V V *Algebrodynamics over complex space and phase extension of the Minkowski geometry*. 2009 *Phys. Atom. Nucl.* **72** (5) 813 (arXiv: 0907.5425)
- [2] Kassandrov V V and Khasanov I Sh *Algebraic roots of Newtonian mechanics: correlated dynamics of particles on a unique worldline*. 2013 *J. Phys. A: Math. Theor.* **46** 175206 (arXiv:1211.7002); Kassandrov V V, Khasanov I Sh and Markova N V *Algebraic Dynamics on a Single Worldline: Vieta Formulas and Conservation Laws*. 2014 *Bulletin of PFUR. Math., Inform. Sc., Phys.* **2** (arXiv:1402.6158)
- [3] Stueckelberg E C G *Remarque á propos de la création de paires de particules en théorie de relativité*. 1941 *Helv. Phys. Acta* **14** 588;
Feynman R P *Nobel Lecture*. 1966 *Phys. Today* **19** (8) 31

ВВЕДЕНИЕ БОЗОННЫХ СТРУН В МОДЕЛЬ СПИРАЛЬНЫХ ГАЛАКТИК

А.В. Коганов^a, В.Г. Кречет^b

^aE-mail: akoganov@yandex.ru; Научно-исследовательский институт системных исследований РАН (НИИСИ РАН), Москва

^bE-mail: s.mamontov@yspu.org; Московский государственный технологический университет «Станкин» (МГТУ «Станкин»), Москва

Изучение движения звёзд в спиральных галактиках привело в середине XX века к обнаружению аномальной зависимости их скоростей от расстояния до центра диска галактики по отношению к предсказаниям механик Ньютона и ОТО [1]. Спектр орбитальных скоростей звёзд $v(r) \approx const$. Это не соответствует потенциальной энергии гравитационного поля наблюдаемых объектов галактики. Для разрешения этого противоречия была введена гипотеза о существовании в спиральных галактиках "темной материи" которая не наблюдается современными средствами. Темная материя должна составлять около 96% всей массы галактики. Известно несколько теоретических схем пространственного распределения этой материи, которые приводят к нужному результату. Проведенный авторами анализ необходимой симметрии гравитационного поля в диске галактики показал, что необходима цилиндрическая симметрия векторного поля напряженности. По теореме Гаусса-Остроградского это дает гравитационное ускорение $g(r) = 2GM/(rl)$ где l – толщина галактического диска, G – гравитационная постоянная, M – масса внутри диска радиуса r . Если основная часть массы сосредоточена в близкой к центру зоне, то на достаточноном удалении $v(r) = \sqrt{2GM/l} \approx const$. Оказалось, что такую симметрию может обеспечить темная материя, организованная как массивная струна, проходящая через центр галактики

ортогонально плоскости диска. Эта модель позволяет также объяснить формирование галактического диска. Струна стягивает объекты, захваченные ее гравитацией, к центральной зоне. Объясняет она и наличие микроволнового гало с обоих сторон диска галактики. В этом случае струна работает как линейный ускоритель космических частиц. Кандидатом на подобный объект могут быть теоретически предсказанные космические струны, которые возникают из бозонного конденсата в результате фазового перехода, когда происходит разделение сильного и электрослабого взаимодействий [2]. Линейная плотность такой струны $\rho = 10^{20} \text{ kg/cm}$. Это дает нужную массу при длине струны порядка диаметра галактики. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект 13-01-00190а

Литература

- [1] Я.Б. Зельдович, И.Д. Новиков. релятивистская астрофизика. М. «Наука», 1967, 580с.
- [2] A. Vilenkin, E. P. Shellard. Cosmic strings and other topological defects. Cambridge, 1994, 517с.

ОБ ОДНОЙ ГИПОТЕЗЕ ХОКИНГА

М.Ю. Константинов^a

^aE-mail: konst@bmstu.ru; Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, г. Москва

В рамках классической (не квантовой) теории гравитации обсуждается гипотеза, высказанная Хокингом в 1978 году, о евклидовой природе пространства-времени, согласно которой квантовая теория (а в действительности вся физика) реально определена в евклидовой области и лишь особенности нашего восприятия приводят нас к ее интерпретации в лоренцевом режиме. В квантовой теории переход от евклидовой метрики к лоренцевой осуществляется посредством поворота Вика. В классической теории такой переход реализуется как отображение евклидова пространства на лоренцево с помощью некоторого векторного поля (поля направлений). Отмечено, что в рамках гипотезы Хокинга соотношение, связывающее псевдориманову метрику лоренцевой сигнатуры и произвольное времениподобное векторное поле с некоторой евклидовой метрикой, может рассматриваться как нарушение локальной симметрии евклидова пространства. Показано, что естественным следствием обсуждаемой гипотезы является высказанная автором ещё в 1985 г. гипотеза о полиметрической структуре классического пространства-времени. Последняя гипотеза, в свою очередь, приводит к неизбежному появлению экзотической темной материи и тёмной энергии, а также к возможному существованию частиц (и полей), которые могут двигаться со сверхсветовыми скоростями. Предположение о принципиальной возможности существования таких объектов несколько лет назад обсуждалось также Герочем без рассмотрения конкретных математических моделей. Показано, что существование таких объектов при определённых условиях не приводит к нарушению причинности.

СИММЕТРИИ СПИНОРНОГО ПОЛЯ И ПОЛНОТА УРАВНЕНИЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

В.Г. Кречет^a, С.В. Родичев^b, Д.В. Садовников^c,

^aE-mail: —; Москва, МГТУ «Станкин», Россия

^bE-mail: —; Москва, МГТУ «Станкин», Россия

^cE-mail: —; Ярославль, МАП, Россия

Рассматриваются возможные следствия наличия у дираковского спинорного поля двух групп симметрии: 1) группы фазовых вращений; $\Psi \rightarrow \Psi e^{-i\alpha}$ (группа $U(1)$), 2) группы γ_5 -вращений; $\Psi \rightarrow \Psi e^{\gamma_5 \varepsilon}$ (группа $\check{U}(1)$), где α, ε — параметры групп.

Показано, что для восстановления симметрии массивного спинорного поля относительно γ_5 -вращений требуется введение псевдоскалярного аксионного поля.

Производится процедура локализации указанных групп $U(1)$ и $\check{U}(1)$ и вводятся соответствующие калибровочные поля: векторное A_k — для группы $U(1)$ и псевдовекторное \check{A}_k — для группы $\check{U}(1)$. В результате спинорный лагранжиан будет инвариантным относительно локальной группы $U(1) \times \check{U}(1)$. при этом векторное поле A_k является, как известно, электромагнитным потенциалом, а псевдовекторное \check{A}_k , как показано, можно отождествить или с псевдоследом кручения $\check{Q}_{,k}$, или вихревым гравитационным полем $\omega^i = \frac{1}{2}\varepsilon^{iklm}e_{(a)k}e_{l,m}^{(a)}$, где $e_{(a)}^k$ — тензорные коэффициенты.

Далее вводятся тензоры напряженности двух калибровочных полей: $F_{ik} = \partial_i A_k - \partial_k A_i$, $\Phi_{ik} = \partial_i \check{A}_k - \partial_k \check{A}_i$ и объединенный тензор напряженности $M_{ik} = F_{ik} + \check{\Phi}_{ik}$, где $\check{\Phi}_{ik}$ — дуально сопряженный тензор к Φ_{ik} : $\check{\Phi}_{ik} = \frac{1}{2}\varepsilon_{iklm}\Phi^{lm}$.

В результате получаем систему уравнений обобщенной электродинамики, дуально симметричную:

$$\begin{cases} \partial_i M^{ik} = e\hbar c \bar{\Psi} \gamma^k \Psi; \\ \partial_i \check{M}^{ik} = q\hbar c \bar{\Psi} \gamma^k \gamma_5 \Psi, \end{cases} \quad (1)$$

где e, q — константы взаимодействий, обобщающую систему уравнений Максвелла

$$\partial_i F^{ik} = e\bar{\Psi} \gamma^k \Psi; \quad \partial_i \hat{F} = 0, \quad (2)$$

которая, как видно, не обладает дуальной симметрией в силу отсутствия магнитного тока.

В полученной нами дуально симметричной системе уравнений обобщенной электродинамики (1) источником дуально сопряженного тензора \check{M}_{ik} является аксиальный вектор плотности потока собственного момента импульса (спина) спинорного поля: $S_k(\Psi) = \hbar c \bar{\Psi} \gamma_k \gamma_5 \Psi$, а не найденный до сих пор ток магнитных моно полей, требуемый для дуальной симметрии обычной электродинамики.

LIGHT DEFLECTION CORRECTION USING EINSTEIN-STRUSS VACUOLE MODEL

R. Mingazova^a, R. Izmailov^b

^aE-mail: mira789@mail.ru; M. Akhmedov Bashkir State Pedagogical University, Zel'dovich International Center for Astrophysics

^bE-mail: izmailov.ramil@gmail.com; M. Akhmedov Bashkir State Pedagogical University, Zel'dovich International Center for Astrophysics

We resolve here an outstanding problem plaguing conformal gravity in its role in making consistent astrophysical predictions. Though its static spherically symmetric solution incorporates all the successes of Schwarzschild gravity, the fit to observed galactic rotation curves requires $\gamma > 0$, while the observed increase in the Schwarzschild light deflection by galaxies appears to demand $\gamma < 0$. Here we show that, contrary to common knowledge, there is an increase in the Schwarzschild deflection angle in the vicinity of galaxies due purely to the effect of $\gamma > 0$, when the idea of the Einstein-Strauss vacuole model is employed. With the inconsistency now out of the way, conformal gravity should be regarded as a good theory explaining light deflection by galaxies. The metric exterior to a static spherically symmetric distribution in Weyl conformal gravity has been obtained by Mannheim and Kazanas [1]. Recently, the solution has been used to fit rotation curves of many galaxy samples [2] as well as to predict the maximal size of galaxies [3]. Their original method of invariant angle is most appropriate in such situations, but it has an as yet unnoticed difficulty on the galactic scales, as explained below. Ishak et al. [4] thereafter improved the calculations using the Einstein-Strauss vacuole model. The purpose of this paper is to use the vacuole model to show that there is an increase in the Schwarzschild deflection angle in the vicinity of galaxies due purely to the effect of $\gamma > 0$

References:

- [1] P. D. Mannheim and D. Kazanas, "Exact vacuum solution to conformal Weyl gravity and galactic rotation curves", *Astrophysical Journal*, vol. 342, p. 635, 1989;
- [2] P.D. Mannheim and J.G. O'Brien, "Impact of a global quadratic potential on galactic rotation curves", *Physical Review Letters*, vol. 106, no. 12, Article ID 121101, 2011;
- [3] K. K. Nandi and A. Bhadra, "Comment on 'Impact of a Global Quadratic Potential on Galactic Rotation Curves'", *Physical Review Letters*, vol. 109, no. 7, Article ID 079001, 2012;
- [4] M. Ishak, W. Rindler, J. Dossett, J. Moldenhauer and C. Allison, "A new independent limit on the cosmological constant/dark energy from the relativistic bending of light by Galaxies and clusters of Galaxies", *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 388, no. 3, pp. 1279–1283, 2008.

LIMITING ENERGY DENSITY AND A REGULAR GRAVITATING SPHERICALLY SYMMETRIC OBJECTS IN RIEMANN-CARTAN SPACETIME

A.V. Minkevich^a, A.S. Garkun^b, V.I. Kudin^c, Yu.G. Vasilevskii^d

^aE-mail: minkav@bsu.by; Belarusian State University, Minsk, Belarus; Warmia and Mazury University in Olsztyn, Poland

^bE-mail: garkun@presidium.bas-net.by; National Academy of Sciences of Belarus

^cE-mail: —; Belarusian State University, Minsk, Belarus

^dE-mail: —; Belarusian State University, Minsk, Belarus

The conclusion about possible existence of the limiting energy density obtained in the framework of the Poincare gauge theory of gravity (PGTG) is of principal meaning for massive superdense stars preventing its collapse [1]. The evolution of massive gravitating homogeneous dust sphere is studied in the frame of PGTG based on general expression of gravitational Lagrangian including both a scalar curvature and terms quadratic in the gravitational field strengths - the curvature and torsion tensors. Internal solution

for metric and torsion functions is obtained by using co-moving coordinate system and integrating gravitational equations for homogeneous closed system [2] (similar to [3]). Obtained internal solution corresponds to dynamics of dust sphere in the form of oscillations between maximum and minimum values of energy density. External vacuum solution is obtained by numerical integration of system of gravitational equations of PGTG in spherically symmetric case, which contains 6+8 differential equations for two metric and 8 torsion functions. Matching of external and internal solutions is carried out. Gravitational equations for massive dust sphere were obtained by using restrictions on indefinite parameters of gravitational Lagrangian compatible with observational cosmological data.

References

- [1] Minkevich A.V., *Limiting energy density and a regular accelerating Universe in Riemann-Cartan spacetime*, Письма в ЖЭТФ, **94**, No 12, 913-917 (2011); JETP Letters, **94**, No. 12, 831-836 (2011).
- [2] Minkevich A.V., *On theory of regular accelerating Universe in Riemann-Cartan spacetime*, Modern Physics Letters A, **28**, No. 21 (2013) 1350090 (12 p.) (Preprint Arxiv:1002.0538 [gr-qc]).
- [3] Weinberg S., *Gravitation and Cosmology*, Mir, Moscow, 1975 (ch. 11).

УРАВНЕНИЯ ЭЙНШТЕЙНА ДЛЯ ФИЗИЧЕСКОГО ВАКУУМА И ЧИСТОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Н.Н. Паклин^a, А.Е. Путилова^b, А.В. Якубович^c

^aE-mail: npaklin@sfu-kras.ru; Сибирский федеральный университет, Красноярск, Свободный 79, СФУ, ИИФиРЭ, Россия

^bE-mail: —; Сибирский федеральный университет, Красноярск, Свободный 79, СФУ, ИИФиРЭ, Россия

^cE-mail: —; Сибирский федеральный университет, Красноярск, Свободный 79, СФУ, ИИФиРЭ, Россия

Исследуется гравитационное поле для нестационарного сферически симметричного распределения материи и лучистого потока энергии. Тензор энергии-импульса (ТЭИ) имеет вид

$$T^{ik} = (\varepsilon + p)u^i u^k - pg^{ik} + \omega l^i l^l.$$

Пусть для идеальной жидкости выполняется уравнение состояния физического вакуума, т.е. $p = -\varepsilon$. Из ковариантного постоянства ТЭИ следует, что $\varepsilon = \varepsilon(t)$. В работе используется метрика

$$ds^2 = ydt^2 + 2zdt dr - x^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2),$$

где функции x, y, z зависят от переменных t, r . Из уравнений Эйнштейна находим точные выражения для метрических коэффициентов, плотностей энергии физического вакуума и чистого излучения

$$z = a(t)x', \quad y = a^2(t) + 2\dot{x}a(t) - A(t)/x - B(t)x^2,$$

$$\kappa\varepsilon = \frac{3B(t)}{a^2(t)}, \quad \kappa\omega = -x\frac{B}{a}\left(\ln\frac{B}{a^2}\right)' - \frac{1}{x^2}\frac{A}{a}\left(\ln\frac{A}{a^2}\right)'.$$

В статике это решение сводится к известному решению Котлера, которое при $A = 0$ сводится к статическому решению де-Ситтера, к внешнему решению Шварцшильда при $B = 0$ или к решению Вайдья при $A(t) = 2m(t)$. Из оставшихся уравнений следует, что для $\varepsilon \geq 0$ требуется $B(t) \geq 0$. Исследование уравнений Эйнштейна показало, что физические свойства среды с уравнением состояния физического вакуума инвариантны относительно выбора системы отсчёта. Это означает, что радиальная скорость выпадает из уравнений Эйнштейна, если $p = -\varepsilon$. Известно, что если используется только ТЭИ идеальной жидкости, то уравнение состояния физического вакуума приводит к $p = -\varepsilon = \text{const}$, что можно интерпретировать как проявление космологической постоянной. В нашем случае к ТЭИ идеальной жидкости добавлен ТЭИ чистого излучения, что приводит к $p(t) = -\varepsilon(t)$. В итоге получается нестационарное решение с зависимостью от r . Полученные решения и выводы справедливы всюду вне горизонта событий, т.е. при $ds \neq 0$. Теперь рассмотрим особые решения для системы отсчёта, в которой выполняется условие $ds = 0$. Уравнения Эйнштейна имеют решения, если остаётся конечным отношение $(\varepsilon + p)/ds$. Для метрических коэффициентов получается уравнение

$$(zy'' - y'z' + 2\dot{z}z' - 2z\dot{z}')x^2 + 2z(z^2 + 2z\dot{x}x' - yx'^2) = 0.$$

Можно указать точные решения для следующих частных случаев:

$$\begin{aligned} x &= r, & y &= 1, & \partial^2 w / \partial t \partial \xi &= 2sh(w), & w &= \ln z, & \xi &= 1/r; \\ x &= a(t), & y &= b(t), & \partial^2 w / \partial r \partial t &= \exp(w), & w &= \ln z, & a^2 \partial / \partial t &= \partial / \partial t. \end{aligned}$$

Здесь записаны уравнение синус-Гордон гиперболический и уравнение Лиувилля, для которых известны точные решения. Установлено, что существует область допустимых значений для параметров и переменных, обеспечивающая физический смысл.

ЭЛЕМЕНТЫ КОНФОРМНОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

В.Н. Первушин^a, А.Е. Павлов^b,

^aE-mail: pervush@theor.jinr.ru; Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия

^bE-mail: alexpavlov60@mail.ru; Институт механики и энергетики, Москва, Россия

Представим индуцированную на гиперповерхности Σ_t пространства-времени метрику пространства γ в виде

$$\gamma = \Psi^4 \tilde{\gamma}, \tag{1}$$

где Ψ —некоторое скалярное поле и $\tilde{\gamma}$ —вспомогательная метрика на Σ_t , которая является римановой как и γ . Соотношение (1) называется *конформным преобразованием*. Введём дополнительную структуру на гиперповерхности Σ_t , фоновую метрику f . С помощью f определим метрический тензор

$$\tilde{\gamma} \equiv \Psi^{-4} \gamma, \quad \Psi \equiv \left(\frac{\gamma}{f} \right)^{1/12}, \quad \gamma \equiv \det(\gamma_{ij}), \quad f \equiv \det(f_{ij}). \tag{2}$$

Метрика $\tilde{\gamma}$, определённая (2), будет называться *конформной метрикой*. Далее, имея конформную метрику, можно разработать *конформный анализ*. Начальные данные на Σ_0 в *конформной теории гравитации* подразделяются на свободно задаваемые и “связанные”.

- Свободно задаваемые данные:

- конформная метрика $\tilde{\gamma}$;
- симметрический бесследовый и поперечный тензор внешней кривизны \hat{A}_{TT}^{ij} ;
- след тензора внешней кривизны K ;
- конформные материальные переменные.

Расширение Вселенной предполагает расширение всех интервалов, включая эталоны измерения этих интервалов. Введение относительного эталона означает отождествление наблюдаемых величин с конформными полями и координатами, что ведёт к конформной космологии масс вместо стандартной космологии эволюции расстояний. *Конформная космология* описывает одновременно современную стадию ускоряющейся эволюции (в соответствии с последними данными по Сверхновым) и стадию первичного синтеза элементов в случае предельно жёсткого уравнения состояния, что указывает на чисто гравитационное происхождение так называемых тёмной энергии и тёмной материи. Фотоны, испущенные атомами на далёких звёздах миллиарды лет тому назад, запоминают размеры атомов. Атомы же определялись их массами ещё в то далёкое время. Астрономы в настоящее время спектр сравнивают со спектром таких же атомов на Земле, но с увеличившейся за прошедшее время массой. В результате наблюдается красное смещение z спектральных линий Фраунгофера

$$1 + z = \frac{\lambda_0 m_0}{[\lambda_0 a(t)] m_0} = \frac{\lambda_0 m_0}{\lambda_0 [a(t) m_0]}.$$

В конформной теории, где конформные величины отождествляются с наблюдаемыми, данные по зависимости красного смещения от расстояния до Сверхновых и данные по нуклеосинтезу соответствуют одному и тому же предельно жёсткому уравнению состояния. Температурная история горячей Вселенной, переписанная в относительных единицах, выглядит как история эволюции масс элементарных частиц в холодной Вселенной с постоянной температурой реликтового излучения $T = T_0$. Эволюция длин в стандартной космологии заменяется на эволюцию масс в конформной космологии.

ОБОБЩЕНИЕ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМА МАКСВЕЛЛА В СЕМИМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ-ВРЕМЕНИ

Ю.А. Портнов^a

^aE-mail: portnovyura@yandex.ru; Московский государственный университет печати имени Ивана Федорова, Москва, Россия

В работах [1], [2] и [3] была показана и обоснована необходимость введения семимерного пространства-времени в теорию гравитации для описания поступательного и вращательного движения тел.

Электромагнитная волна, как следует из работ [4] и [5], обладает не только импульсом, но и моментом импульса. Это приводит к мысли, что для описания движе-

ния закрученных электромагнитных волн необходимо использовать не четырехмерное пространство-время, а семимерное пространство-время.

Для описания закрученных электромагнитных волн четырехмерная теория электромагнетизма Максвелла была обобщена в пространстве-времени семи измерений, что позволило получить уравнения электромагнитных волн с учетом их собственного вращения. Так например, для пустого пространства-времени уравнение электромагнитной волны принимает вид:

$$E = E_0 \exp \left(-i \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x - \frac{2\pi}{\mu} \varphi \right) \right).$$

Для пространства с массивным вращающимся телом, найдено решение, в котором помимо искривления хода электромагнитных волн присутствует изменение момента импульса электромагнитной волны.

Литература

- [1] Yu.A.Portnov *Gravitation and Cosmology* **Vol. 17, No. 2** (2011) pp. 152-160.
- [2] Yu.A.Portnov *Review of Applied Physics* **No. 4** (2013) pp.96-98; [arXiv:1204.5175v1](https://arxiv.org/abs/1204.5175v1)
- [3] Портнов Ю. А. Уравнения поля в семимерном пространстве-времени - М.: МГУП им. Ивана Федорова, 2013, 154 с.
- [4] L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw, and J. P. Woerdman, *Phys. Rev. A* **45, 8185-8189** (1992).
- [5] Yoshihiko Arita, Michael Mazilu & Kishan Dholakia *Nature Communications* **4**, Article number: 2374 doi:10.1038/ncomms3374, 28 August 2013.

THE SOMMERS BIVECTOR OF AN SHEAR-FREE CONGRUENCE AND CR GEOMETRY

V.N. Trishin^a,

^aE-mail: trishinvn@bmstu.ru; Bauman Moscow State Technical University, Moscow

We consider the properties of shear-free null geodesic congruences with the tangent null vector field $l^\mu = \xi^A \xi^{A'}$ where spinor field ξ^A satisfies the shear-free condition $\xi^A \xi^B \nabla_{AA'} \xi_B = 0$. There is the well-known Sommers bivector $F_{\mu\nu} = \nabla_{[\mu} \phi_{\nu]}$ where complex vector field $\phi_{AA'}$ is defined by $\nabla_{A'(A} \xi_{B)} = \phi_{A'(A} \xi_{B)}$. The bivector is invariant under rescalings of ξ^A and his anti-selfdual part describes the conformal (Weyl) curvature of the space-time. The selfdual part is more particular to the congruence. On the other hand the 3-dimensional leaf space of integral curves produced by l^μ has an CR structure. This structure is uniquely determined by a complete set of invariant quantities, so-called the Cartan invariants. We study the relations between the self-dual part of the Sommers bivector and the underlying CR geometry.

GENERAL THEORY OF MECHANICS FROM HYPERCOMPLEX GEOMETRY

Alexander P. Yefremov^a

^aE-mail: a.yefremov@rudn.ru; Institute of Gravitation and Cosmology, PFUR, Moscow, Russia

Geometry and pregeometry. All basic units of real, complex, quaternion, double, dual and bi-quaternion algebras can be composed of a single dyad on a basic surface. The metric of the dyad's vicinity, 2D-cell, behaves as the real unit, three vector units behave as a frame in 3D space. The “pregeometric” 2D-cell’s dimensions are square roots from “geometric” 3D space dimensions.

Transformations of 2D-cell. The 2D-cell’s area can “flicker” from real to imaginary sector with a phase; respective 3D frame rotates by the double angle, this doesn’t damage the algebras; stretching of the flickering 2D-cell (endowing it with a “semi-density”) disables the algebras.

Stability condition. The defect is smoothed away by a normalizing integral of a dyad’s vector square length over a volume of an abstract space. The algebras are saved “forever” if the functional is constant with respect to a parameter; this “stability condition” yields a continuity-type equation for the semi-density square.

Consequences of the stability condition. If a 2D-cell propagation vector in the abstract space is just a gradient of the flickering phase, then the continuity equation yields a math equation equivalent of the Schrodinger equation, its real part being a math equivalent of conservation law for semi-density function, the imaginary part being a math equivalent of the Hamilton-Jacobi equation of classical mechanics, the 2D-cell’s flickering phase (or angle of the 3D frame rotation) playing the role of the action function. The minimal value of the phase on the parameter segment entails a math equivalent of the Euler-Lagrange equation. If a 2D-cell propagation vector also includes an exterior vector field, then the primary continuity equation yields a math equivalent of the Pauli equation.

Transition to the physical space. Transition from an abstract space to the physical space compels to introduce space-time standards. Characteristic short space-time scales are chosen based on the Compton wave length. In these units the 2D-cell describes a pregeometric protoparticle its semi-density function acquiring the sense of relative semi-mass density, the normalizing functional becoming definition of 3D particle mass.

Equations of mechanics. In the physical units the primary equations become those of Schrodinger and Pauli. Schrodinger equations decays into Bohm-type equations [1], that for the semi-mass density being a square root from the mass conservation law. In physical units the 2D-cell’s flickering phase becomes a mechanical action measured in units of the Planck constant. The Bohm-type equation for the action disintegrates into a static equation for the semi-mass density distribution influenced by an interior potential (on micro-scale) and the Hamilton-Jacobi equation for a classical particle (on laboratory scale). In physical units the math Euler-Lagrange-type equation becomes the Newtonian dynamical equation.

The helix model. The model of a particle in 3D space is a point-like mass distributed in a small volume with frozen in 3D frame able to rotate; at a point of the particle’s ultimate radius velocity of rotation equals that of light; for moving particle this point depicts a cylindrical helix line.

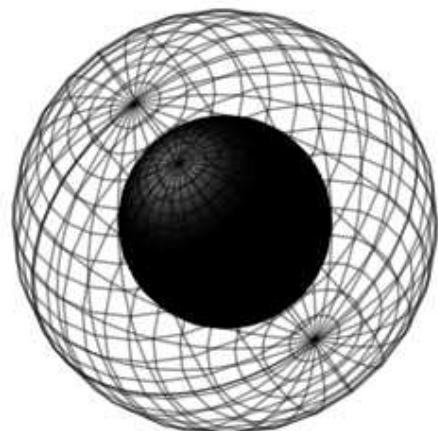
Relativistic particle. The difference between squares of the free particle's helix small length and path has the form of the space-time interval of Special Relativity; in physical units this interval gives the action function of a relativistic particle. Reduction to the non-relativistic case reestablishes relations between classical and quantum magnitudes, thus determining the free particle's 2D equivalent (protoparticle) as the De Broglie wave. The rest energy of an immobile 3D particle turns out linked with its interior rotation.

"More general" relativity. Distortion of the helix line (as if under an exterior force influence) leads to appearance of variable metric components. The 3D space Euler-Lagrange equation of such a particle exactly coincides with the 4D space-time geodesic equation, thus converging the helix model theory with general relativity.

References

- [1] D.Bohm, "A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of "Hidden" Variables. I". Phys. Rev., **85**, pp. 166 – 179 (1952).

SECTION B. *Quantum gravity, string theory, supergravity*



ON THE PHENOMENOLOGICAL DESCRIPTION OF PARTICLE CREATION AND ITS INFLUENCE ON THE SPACE-TIME METRICS

Victor Berezin^a

^aE-mail: berezin@inr.ac.ru; Institute for Nuclear Research of the Russian Academy of Sciences
60th October Anniversary Prospect 7a, 117312 Moscow, Russia

Abstract. The method is proposed for the phenomenological description of particle creation by external fields (in the presence of gravitational field or without it). It is shown that, despite the appearance of the non-dynamical degrees of freedom, such as the number density and four-velocities of particles at the moment of creation (and corresponding Lagrange multipliers) the theory is complete and self-consistent. It appears that the very existence of particle creation processes requires the non-zero trace anomaly of the external quantum field under consideration. .

Pacs: 04.20.Dw, 04.40.-b, 04.40.Nr, 04.70.Bw, 04.70.-s, 97.60.Lf **Keywords:** *particle creation, hydrodynamics*

The great activity in investigation of particle creation in strong gravitational fields [1] revealed the importance of such processes both in cosmology and in black hole physics. It appeared that the most difficult problem is that of taking into account the back reaction on the space-time metrics. And it is not only the influence of the created particles, what is rather easy to do, at least in principle, but also the contribution due to the vacuum polarization accompanying necessarily the creation processes (and being, in a sense, its cause). The main obstacle to do this self-consistently is that the construction of the quantum part of the specific model requires the knowledge of the boundary conditions which, in turn, can be formulated only after solving the corresponding Einstein equations with the right hand side (the energy-momentum tensor) with the properly averaged quantum entities. In some special cases when, by definition, the space-time possesses very high symmetry, such a procedure can be fulfilled, at least, in the one loop approximation. For instance, for homogeneous and isotropic cosmological models the quantum normalization demands the modification of the initial classical Einstein-Hilbert action by adding the term quadratic in the scalar curvature. This lead to the violation of the energy dominance - the necessary condition of the well known singularity theorems. The most famous example is the Starobinsky inflationary model [2].

Our idea is the following. The processes of particle creation are essentially nonlocal. But, if the external fields are strong enough, the separation between just created particles becomes of order of their Compton length, and we can safely approximate them by some condensed matter. Since in such an approach the nonlocal processes become, formally, the local ones, there is a hope that the local vacuum polarization will be automatically incorporated into the formalism as well. The same concerns also the trace anomalies that play essential role in quantum processes of particle creation both in cosmology [3] and in the black hole thermodynamics [4]. One should be rather cautious when constructing the formalism, because it may appear controversial to use the conventional form of the energy-momentum tensor for created particles and just demanding their number non-conservation. The problem is that in deriving the hydrodynamical energy-momentum tensor, as how it is described in the textbooks, one starts from the action for a single particle and obtain the equation of motion by varying its world line, find the expression

for the energy and momentum, and then consider the particle ensemble and take the limit of continuous distribution. Therefore, by doing this, one make use of the Lagrangian coordinates for describing condensed matter and, implicitly, the conservation of particle number. It follows from this, that we need the more appropriate Euler coordinates from the very beginning, that is, already in the action integral. Such a formalism was developed by J.R.Ray [5], who demonstrated also that the equation of motion for the perfect fluid derived from the proposed action integral is just the famous Euler hydrodynamical equation. The advantage of the Ray's approach is that the particle conservation condition (the continuity equation) enters the action integral explicitly through the corresponding constraint with the Lagrange multiplier.

The first attempt to describe the particle creation phenomenologically was made by the author in 1987 [6]. The proposed recipe was very simple: instead of the continuity equation, considered as one of the constraints, just to equate the number of created particles in unit volume per unit time interval not to zero but to some function of the responsible for this process external fields. Among other things, it was shown that, indeed, it is possible to violate in this way the energy dominance condition. But at that time it was not recognized that the four-velocities of particles at the moment of their creation (just those ones that enter the creation rate law) have nothing in common with that of already created particles and, therefore, they should not be considered as the dynamical variables subject to variation according to the least action principle. Thus, the flow of the creating particles must be separated from the flow of the already created ones. In this paper we would like to show that, in spite of such diminishing in the number of dynamical variables (compared to the number of unknown functions), it is still possible to construct a self-consistent theory.

To clarify our point of view, let us start with the simplest model: construction of the constraint dynamics for the perfect fluid using the Euler variables.

The dynamical variables in this case are the number density $n(x)$, the four velocity vector of fluid's flow $u^\alpha(x)$ and some auxiliary field $X(x)$ for enumeration of the world-lines. The constraints are the normalization condition $u^\beta u_\beta = 1$, the continuity equation (particle number conservation) $(nu^\beta)_{;\beta} = 0$ and $X_{,\beta} u^\beta = 0 \rightarrow X(x) = \text{const}$ on every trajectory (here "comma" denotes the partial derivative, while "semicolon covariant derivative with respect to the space-time metrics $g_{\alpha\beta}$ and metric connections). The (invariant) energy density of the fluid equals

$$\varepsilon(n, X) = \mu(X)n + n\Pi(n), \quad (1)$$

where $\Pi(n)$ is the potential energy describing the (self)interaction between the constituent particles, and $\mu(X)$ is their mass distribution. The pressure $p(n)$ is

$$p = n^2 \frac{d\Pi}{dn} = -\varepsilon + n \frac{\partial \varepsilon}{\partial n}. \quad (2)$$

The action integral S can be written in the form ($\sqrt{-g}$ is the determinant of the metric tensor):

$$\begin{aligned} S = & - \int \varepsilon(X, n) \sqrt{-g} dx + \int \lambda_0(x)(u^\beta u_\beta - 1) \sqrt{-g} dx + \\ & \int \lambda_1(x)(nu^\beta)_{;\beta} \sqrt{-g} dx + \int \lambda_2(x)X_{,\beta} u^\beta \sqrt{-g} dx. \end{aligned} \quad (3)$$

Here $\lambda_0(x)$, $\lambda_1(x)$ and $\lambda_2(x)$ are the Lagrange multipliers. Variation of this action integral with respect to the dynamical variables and Lagrange multipliers gives us the following set of equations of motion and constraints:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial \varepsilon}{\partial n} - \lambda_{,\beta} u^\beta &= 0 \\ 2\lambda_0 u_\alpha - n\lambda_{1,\alpha} + \lambda_2 X_{,\alpha} &= 0 \\ -\frac{\partial \varepsilon}{\partial X} - (\lambda_2 u^\beta)_{;\beta} &= 0 \\ u^\beta u_\beta &= 1 \\ (n u^\beta)_{\beta} &= 0 \\ X_{,\beta} u^\beta &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

It is easy to show, by calculating a convolution of the second equation with the four-velocity vector and making use of the constraints, that $2\lambda_0 = -(\varepsilon + p)$. Also, it is not difficult, by using the integrability conditions ($\lambda_{1;\alpha\beta} = \lambda_{;\beta\alpha}$ and $X_{;\alpha\beta} = X_{;\beta\alpha}$) and constraints, to obtain the hydrodynamical Euler equation. Thus, the Lagrange multipliers are, effectively, decoupled, and it is become possible to solve first the equations of motion for dynamical variables and only then to find out the multipliers. In what follows we will also need the expression for the energy-momentum tensor, $T_{\alpha\beta} = \frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\partial(\sqrt{-g}L)}{\partial g^{\alpha\beta}}$ (L is the Lagrangian). For the hydrodynamical action, considered above, it reads

$$T_{\alpha\beta} = -2\lambda_0 u_\alpha u_\beta + g_{\alpha\beta}(\varepsilon - \lambda_0(u^\gamma u_\gamma - 1) + n\lambda_{,\gamma} u^\gamma - \lambda_2 X_{,\gamma} u^\gamma). \quad (5)$$

By use of the equations of motion and constraints, it can be rewritten in the famous form,

$$T_{\alpha\beta} = (\varepsilon + p)u_\alpha u_\beta - pg_{\alpha\beta}. \quad (6)$$

It is noteworthy to say that the Euler equation is just the continuity equation for such a tensor, $T_{\alpha;\beta}^\beta$.

Now, let us start to generalize the scheme in order to include in it the particle creation processes. The simplest (and naive) way to do this is just to replace the continuity equation $(n u^\alpha)_{;\alpha} = 0$ by $(n u^\alpha)_{;\alpha} = \Phi$ (as was done in [6]), where Φ is some function of the invariants characterizing the field(s) that causes the particle creation. But, as was already mentioned, this is rather controversial because both the number density of the creating particles and their four-velocities are giving by the quantum theory of the external field and they do not form the world-lines governed by the least action principle. Thus, the above-mentioned variables should be separated from those describing the already created particles. In what follows, for the sake of simplicity (and brevity) we will consider all the particles as noninteracting directly with each other, i.e., the hydrodynamical pressure is absent, $p = 0$, and the energy density equals $\varepsilon = \mu n$ ($\mu = \mu(X)$ is the mass distribution, n is the number density), while that of just creating particles is $E = MN$ (M is the mass of the creating particles, and N is their number density). Note, that if there are no other particles from the very beginning except the created ones, then $\mu = M$, but here we prefer to keep them different. And, again, for the sake of simplicity we will consider in this paper only the case of the external electric field creating the electron-positron pairs. So, the total action integral contains two (actually) identical hydrodynamical parts (we will distinguish them by the "tilde" sign), the conventional electromagnetic action, the parts

describing the particle's electromagnetic interaction and, at last, two parts responsible for the pair creation. Namely,

$$\begin{aligned}
 S_{tot} &= S_{hydro} + \tilde{S}_{hydro} + S_{em} + S_{int} + \tilde{S}_{int} + S_{cr} \\
 S_{hydro}(\tilde{S}_{hydro}) &= - \int \mu n \sqrt{-g} dx + \int \lambda_0(u^\alpha u_\alpha - 1) \sqrt{-g} dx + \\
 &\quad \int \lambda_1(nu^\alpha)_{;\alpha} \sqrt{-g} dx + \lambda_2 X_{,\alpha} u^\alpha \sqrt{-g} dx \\
 S_{em} &= -\frac{1}{16\pi} \int F_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} \sqrt{-g} dx,
 \end{aligned} \tag{7}$$

where $F_{\alpha\beta} = A\beta; \alpha - A_{\alpha;\beta} = A_{\beta,\alpha} - A_{\alpha,\beta}$ - the electromagnetic field tensor, and $A\alpha$ - its vector-potential. To go further, we need to introduce the electric current four-vector, In our case of identical particles (antiparticles) it is simply $j^\alpha = enu^\alpha$ ($\tilde{j}^\alpha = -e\tilde{n}\tilde{u}^\alpha$), where e is the elementary electric charge. The action integral for their interaction with the electromagnetic field reads as follows

$$S_{int} = - \int A_\alpha j^\alpha \sqrt{-g} dx + \int \lambda_3 j^\alpha_{;\alpha} \sqrt{-g} dx + \int \lambda_\alpha(j^\alpha - enu^\alpha) \sqrt{-g} dx. \tag{8}$$

The definition of the electric current four-vector j^α with the corresponding vectorial Lagrange multiplier λ_α is added to the conventional $A_\alpha j^\alpha$ -term for further convenience, while the continuity constraint $j^\alpha_{;\alpha}$ (with the Lagrange multiplier λ_3) is really necessary here, because due to the change in the set of dynamical variables (the four-velocity u^α instead of the world-line trajectory $x(\tau)$ in the conventional description) the gauge invariance is not automatically incorporated into the formalism. To write down the expression for \tilde{S}_{int} , one needs only to put “tilde” everywhere and change the sign of the electric charge, $e \rightarrow -e$. Let us now turn to the last term in the total action integral, S_{cr} , which is responsible for the particle creation.

$$\begin{aligned}
 S_{cr} = & - \int MN \sqrt{-g} dx - \int \tilde{M}\tilde{N} \sqrt{-g} dx \\
 & + \int \Lambda_0(U^\alpha U_\alpha - 1) \sqrt{-g} dx + \int \tilde{\Lambda}_0(\tilde{U}^\alpha \tilde{U}_\alpha - 1) \sqrt{-g} dx \\
 & + \int \Lambda_2((NU^\alpha)_{;\alpha} - \Phi) \sqrt{-g} dx + \int \tilde{\Lambda}_2((\tilde{N}\tilde{U}^\alpha)_{;\alpha} - \tilde{\Phi}) \sqrt{-g} dx \\
 & - \int A_\alpha(J^\alpha + \tilde{J}^\alpha) \sqrt{-g} dx + \int \Lambda_3(J^\alpha + \tilde{J}^\alpha)_{;\alpha} \sqrt{-g} dx \\
 & + \int \Lambda_\alpha(J^\alpha - eNU^\alpha) \sqrt{-g} dx + \int \tilde{\Lambda}_\alpha(\tilde{J}^\alpha - e\tilde{N}\tilde{U}^\alpha) \sqrt{-g} dx
 \end{aligned} \tag{9}$$

It looks awful, but one should take into account that particles are created in pairs, so $M = \tilde{M}$, $N = \tilde{N}$, $\Phi = \tilde{\Phi}$. It follows, then, that $J^{\alpha+\tilde{J}^\alpha=0}$ and, since only the inverse metric tensor $g^{\alpha\beta}$ should be varying when calculating the energy-momentum tensor, these currents will not enter all the expressions individually but everywhere as the sum. Thus, we can safely forget about them in the action integral. Eventually, one has

$$S_{cr} = -2 \int MN \sqrt{-g} dx + 2 \int \Lambda_0(U^\alpha U_\alpha - 1) \sqrt{-g} dx + 2 \int \Lambda_2((NU^\alpha)_{;\alpha} - \Phi) \sqrt{-g} dx. \tag{10}$$

Please note the absence of the auxiliary dynamical variables.

Let us write down the equations of motion obtained by varying all the dynamical variables (except the four-vector potential A_α) and Lagrange multipliers:

$$\begin{aligned}
 n &: -\mu - \lambda_{1,\beta} u^\beta - e\lambda_\beta = 0 \\
 u^\alpha &: 2\lambda_0 u_\alpha - n\lambda_{1,\alpha} + \lambda_2 X_{,\alpha} - en\lambda_\alpha = 0 \\
 X &: -n\frac{\partial\mu}{\partial X} - (\lambda_2 u^\beta)_{;\beta} = 0 \\
 \lambda_0 &: u^\beta u_\beta = 0 \\
 \lambda_1 &: (nu^\beta)_{;\beta} = 0 \\
 \lambda_2 &: X_{,\beta} u^\beta = 0 \\
 j^\alpha &: -A_\alpha - \lambda_{3,\alpha} + \lambda_\alpha = 0 \\
 \lambda_3 &: j^\beta_{;\beta} = 0 \\
 \lambda_\alpha &: j^\alpha = enu^\alpha
 \end{aligned} \tag{11}$$

(for the "tilde"equations one should change $e \rightarrow -e$). In the same way as before we can easily find, that

$$2\lambda_0 = -\mu n; \quad 2\tilde{\lambda}_0 = -\tilde{\mu}\tilde{n}. \tag{12}$$

Also, constructing the integrability conditions and making use of all the equations of motion as well as the constraints, we recover the expression for the Lorentz force:

$$\begin{aligned}
 \mu u_{\alpha;\beta} u^\beta &= eF_{\alpha\beta} u^\beta \\
 \tilde{\mu} \tilde{u}_{\alpha;\beta} \tilde{u}^\beta &= -eF_{\alpha\beta} \tilde{u}^\beta.
 \end{aligned} \tag{13}$$

Again, the hydrodynamical Lagrange multipliers and auxiliary variables are decoupled. To continue, we need to specify the "creation function" Φ . It is already mentioned that it depends on the invariants, describing the "creator". In our case it is the electromagnetic fields, for which there are two well known invariants. For simplicity, we suppose that Φ depends only on one of them, namely, $L_{em} = -\frac{1}{16\pi} F_{\beta\gamma} F^{\beta\gamma}$. We are now ready to derive the modified Maxwell equations by varying the vector-potential A_α . The result is

$$\left(1 + 2\Lambda_1 \frac{\partial\Phi}{\partial} L_{em} F^{\alpha\beta}\right)_{;\beta} = -4\pi (j^\alpha + \tilde{j}^\alpha). \tag{14}$$

Note, that, "still unknown" Lagrange multiplier Λ_1 enters these equations. To summarize, we have the following set of equations:

$$\begin{aligned}
 \mu u_{\alpha;\beta} u^\beta &= eF_{\alpha\beta} u^\beta \\
 \tilde{\mu} \tilde{u}_{\alpha;\beta} \tilde{u}^\beta &= -eF_{\alpha\beta} \tilde{u}^\beta \\
 u^\beta u_\beta &= \tilde{u}^\beta \tilde{u}_\beta = 1 \\
 (nu^\beta)_{;\beta} &= (\tilde{n}\tilde{u}^\beta)_{\beta} = 0 \\
 j^\alpha = enu^\alpha, \quad \tilde{j}^\alpha &= -e\tilde{n}\tilde{u}^\alpha \\
 \left(1 + 2\Lambda_1 \frac{\partial\Phi}{\partial} L_{em} F^{\alpha\beta}\right)_{;\beta} &= -4\pi (j^\alpha + \tilde{x}^\alpha) \\
 U^\beta U_\beta = 1, \quad (NU^\beta)_{;\beta} &= \Phi(L_{em}), \quad L_{em} = -\frac{1}{16\pi} F^{\gamma\sigma} F_{\gamma\sigma}.
 \end{aligned} \tag{15}$$

Evidently, for 7 non-dynamical functions, namely, N , U^α , Λ_0 and Λ_1 , we have only two constraints. What to do?

To understand this, let us find the energy-momentum tensor. After some lengthy calculations we get eventually

$$\begin{aligned} T_{\alpha\beta} = & \mu u_\alpha u_\beta + \tilde{\mu} \tilde{u}_\alpha \tilde{u}_\beta - 4\Lambda_0 U_{\alpha} U_\beta + 2g_{\alpha\beta}(MN + \Lambda_{1,\gamma} U^\gamma) \\ & - \frac{1}{4\pi} \left(1 - 2\lambda_1 \frac{\partial\Phi}{\partial L_{em}} \right) F_{\alpha\gamma} F_\beta^\gamma + g_{\alpha\beta} \left(\frac{1}{16\pi} F_{\gamma\sigma} F^{\gamma\sigma} + 2\Lambda_1 \Phi \right). \end{aligned} \quad (16)$$

It is well known that the energy-momentum tensor obeys the continuity equation, $T_{\alpha;\beta}^\beta = 0$, either as a consequence of the Bianchi identities in General Relativity, or due to the re-parametrization invariance of the action integral plus equations of motion. We can use these four equations and solve them four, of five remained, non-dynamical functions. It appeared that they can be written in the form

$$-2(\Lambda_0 U^\beta)_{;\beta} U_\alpha + 2\Lambda_0 U^\beta U_{\alpha;\beta} + MN_{,\alpha} + (N\Lambda_{1,\beta} U^\beta)_{,\alpha} + \Lambda_{1,\alpha} (NU^\beta)_{;\beta} = 0. \quad (17)$$

We see that there is no trace of either hydrodynamical variables and corresponding Lagrange multipliers, or the electromagnetic field. Thus, we need only one more equation. To find it, let us calculate the trace of the purely electromagnetic part of our energy-momentum tensor, $T_\alpha^\beta(em)$:

$$T_\beta^\beta(em) = 8\Lambda_1 \left(\Phi(L_{em}) - L_{em} \frac{\partial\Phi}{\partial L_{em}} \right), \quad L_{em} = -\frac{1}{16\pi} F_{\gamma\sigma} F^{\gamma\sigma}. \quad (18)$$

Equating this to the trace anomaly (which is to be taken from the "outside-relevant quantum field theory"), we get the last of the required equations.

This proves the consistency of the proposed approach. It is very interesting and seems important that without the nonzero trace anomaly the particle creation is impossible.

P.S. When the particle creation goes due to the gravitational field, the argument in the "creation function" should be chosen as the square of the Weyl tensor.

The author is grateful to Vyacheslav Dokuchaev, Yurii Eroshenko and Alexey Smirnov for valuable discussions. I would like to thank for the financial support the Russian Foundation for Basic Researches, grant 13-02-00257.

References

- [1] Ya.B. Zeldovich, I.D. Novikov, A.A. Starobinsky. *Zh.Eksp.Teor.Fiz.* **66** (1974) 1897 Ya.B. Zeldovich, Alexei A. Starobinsky. *Sov.Phys.JETP* **34** (1972) 1159 V.N. Lukash, I.D. Novikov, Alexei A. Starobinsky. *Pisma Zh.Eksp.Teor.Fiz.* **69** (1975) 1484 A.A. Grib, A.V. Nesteruk, S.A. Pritomanov. Apr 1987. 15 pp. *Class.Quant.Grav.* **5** (1988) 1053 A.A. Grib, A.V. Nesteruk, S.A. Pritomanov *Yad.Fiz.* **40** (1984) 1354 A.A. Grib, N.Sh. Urusova *Theor.Math.Phys.* **54** (1983) 260 A.A. Grib, A.V. Nesteruk. *Yad.Fiz.* **38** (1983) 1357 A.A. Grib, S.G. Mamaev, V.M. Mostepanenko. *J.Phys.* **A13** (1980) 2057 A.A. Grib, S.G. Mamaev, V.M. Mostepanenko *Fortsch.Phys.* **28** (1980) 173 A.A. Grib, S.G. Mamaev, V.M. Mostepanenko. *Gen.Rel.Grav.* **7** (1976) A.A. Grib, B.A. Levitskii, V.M. Mostepanenko. *Teor.Mat.Fiz.* **19** (1974) 59 A.A. Grib, S.G.

- Mamaev. *Yad.Fiz.* **14** (1971) 800 S.A. Fulling L. Parker *Annals Phys.* **87** (1974) 176 G.M. Vereshkov, Yu.S. Grishkan, N.M. Ivanov, A.N. Poltavtsev. *Sov.Phys.JETP* **53** (1981) 859 V.A. Beilin, G.M. Vereshkov, Yu.S. Grishkan, N.M. Ivanov, V.A. Nesterenko, A.N. Poltavtsev *Sov.Phys.JETP* **51** (1980) 1045
- [2] Alexei A. Starobinsky. *Phys.Lett.* **B91** (1980) 99
- [3] S.A. Fulling *Phys.Rev.* **D15** (1977) 2088 Leonard Parker, B.L. Hu, S.A. Fulling *Phys.Rev.* **D10** (1974) 3905 S.A. Fulling *Gen.Rel.Grav.* **18** (1986) 609 A.A Grib, V.M. Mostepanenko, V.M. Frolov. *Teor.Mat.Fiz.* **37** (1978) 347 V.M. Frolov, A.A Grib, V.M. Mostepanenko. *Phys.Lett.* **A65** (1978) 282 A.A Grib, V.M. Mostepanenko, V.M. Frolov. *Teor.Mat.Fiz.* **33** (1977) 42
- [4] Sergey N. Solodukhin. *Phys.Lett.* **B454** (1999) 213
- [5] J.R. Ray *J.Math.Phys.* **13** (1972) 1451
- [6] V.A. Berezin *Int.J.Mod.Phys.* **A 2** (1987) 1591

KERR-NEWMAN ELECTRON AS SPINNING SOLITON: EMERGENCE OF THE DIRAC EQUATION

Alexander Burinskii^a

^aE-mail: bur@ibrae.ac.ru; Theor. Phys. Lab., NSI, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

It has been discussed for long time that black holes (BH) have to be related with elementary particles. The Kerr-Newman rotating BH solution has gyromagnetic ratio $g = 2$ as that of the Dirac electron, and the four measurable parameters of the electron: spin, mass, charge and magnetic moment shows unambiguously that gravitational and electromagnetic field of the electron should correspond to over-rotating Kerr-Newman (KN) solution without horizon. However, remarkable properties of this soliton cannot draw us away from the question: *Where is the Dirac equation hidden inside this soliton?* Here we answer this question.

The naked Kerr singular ring forms a branch line of space into the sheet of advanced and sheet of the retarded fields with different null congruences \mathcal{K}^\pm , creating two different metrics $g_{\mu\nu}^\pm = \eta_{\mu\nu} + 2Hk_\mu^\pm k_\nu^\pm$ on the same Minkowski background M^4 . The Kerr singular ring conflicts with flat spacetime of quantum theory, which requires "regularization" of space. The consistent regular source of the KN solution is formed by a regular soliton model in the form of a disk-like bag with the confined Higgs field in a pseudo-vacuum state. The Higgs matter regulates the KN electromagnetic (EM) field pushing it from interior of the bag to a string-like boundary forming an oscillating electroweak soliton. It seemed that the disk-like soliton removes twosheeted space, however, the problem emerges from another side. The source has a doubled world-sheet. This second sheet is related with advanced field, and this structure is analogous to the old Dirac model of radiation reaction. The retarded potential A_{ret} is split into a half-sum and half-difference with advanced fields A_{adv} as follows $A_{ret} = \frac{1}{2}[A_{ret} + A_{adv}] + \frac{1}{2}[A_{ret} - A_{adv}]$, where half-difference is responsible for self-interaction. Orientifolding the soliton source, one has to add to the sheet of retarded

fields an additional sheet of advanced fields, which should be related with self-interaction of the soliton, which determines its mass.

In accord with the properties of the Kerr-Schild solutions, the fields A_{ret} and A_{adv} could not reside on the same physical sheet, because each of them should be aligned with the corresponding Kerr congruence. Considering the retarded sheet as a basic physical sheet, one fixes the congruence \mathcal{K}_{ret} and corresponding metric $g_{\mu\nu}^+$, which are not suit for the advanced field A_{adv} , which is consistent with another congruence \mathcal{K}_{adv} and should be positioned on a separate sheet with metric $g_{\mu\nu}^-$. However, this problem disappears inside the bag, where the space is flat, and the both null congruences \mathcal{K}_{ret} and \mathcal{K}_{adv} are null not only with respect to the corresponding Kerr-Schild metrics, but also with respect to the flat Minkowski background. Two external spinor fields associated with two Kerr null congruences, generated by two conjugate solutions of the **Kerr theorem** $Y^\pm(x^\mu)$, reside on the different sheets $k_\mu^\pm(x)$, and are connected by antipodal relation $Y^+ = -1/\bar{Y}^-$. The projective spinor coordinate, $Y = \phi_1/\phi_0$, is equivalent to the Weyl two-component spinor $\phi_\alpha = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_0 \end{pmatrix}$. Two massless spinor fields of different chirality ϕ_α and $\chi^{\dot{\alpha}}$ are joined into Dirac spinor and satisfy the massless Dirac equation. In the Weyl basis it splits in two equations $\bar{\sigma}^{\mu\dot{\alpha}\alpha}(i\partial_\mu + eA_\mu)\phi_\alpha = m\chi^{\dot{\alpha}}$, $\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu(i\partial_\mu + eA_\mu)\chi^{\dot{\alpha}} = m\phi_\alpha$. The corresponding null vectors $k_L^\mu = \bar{\phi}\sigma^\mu\phi$, $k_R^\mu = \bar{\chi}\bar{\sigma}^\mu\chi$ describe two principal null congruences given by antipodal solutions Y^\pm of the Kerr theorem. Outside the bag these null fields reside on different sheets of the KN solution, but penetrating in the bag they meet without conflict on the same internal sheet due to flatness of internal space and may be described as a four-component Dirac spinor $\Psi(x)$ satisfying the massless Dirac equation. The confined in the bag Higgs field Φ provides the left and right spinor fields of the Kerr congruence by the Yukawa interaction

$$\mathcal{L}_{Yukawa}(\Phi, \Psi) = -g\bar{\Psi}\Phi\Psi \quad (1)$$

and gives them the mass term creating the massive Dirac equation.

References

- [1] A. Burinskii, Regularized Kerr-Newman Solution as a Gravitating Soliton, *J. Phys. A: Math. Theor.* **43** (2010) 392001 [arXiv: 1003.2928].
- [2] A. Burinskii, *Theor. Math. Phys.*, **177**(2), 1492 - 1504, (2013).

РЕШЕНИЯ ПРОБЛЕМЫ КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ ПОСТОЯННОЙ В ТЕОРИИ ИНДУЦИРОВАННОЙ ГРАВИТАЦИИ. ЭВОЛЮЦИЯ ПАРАМЕТРОВ.

Ф.И. Зарипов^a

^aE-mail: farhat_zaripov@mail.ru; Казанский федеральный университет, Казань

Аннотация. Различие значений космологической постоянной, полученной из астрофизических наблюдений и предсказаний общей теории относительности (ОТО), с учетом квантовых эффектов поляризации вакуума, известно в науке как "проблема космологической постоянной". Остроту этой проблемы усиливает факт, что указанное различие огромное - 10^{120} . Предлагается решение данной проблемы в рамках теории индуцированной гравитации разработанной в работах автора.

Введение

Ранее нами было предложено следующее обобщение теории струн [1]

$$S_0 = \frac{1}{w} \int \left\{ -\frac{1}{2}(\nabla_\nu X, \nabla^\nu X) + \xi R(X, X) + U \right\} \sqrt{-g} \hat{d}^n \sigma, \quad (1)$$

где приняты обозначения: $(X, X) = X^A X^B \eta_{AB} \equiv Y$, $(\nabla_\nu X, \nabla^\nu X) = \nabla_\nu X^A \nabla_\mu X^B g^{\nu\mu} \eta_{AB}$, $U = U(X^A)$ - потенциал зависящий от полей X^A . В статье [1] мы принимали $U(X^A) = U_0 \equiv \Lambda(X, X)^\rho$, где $\rho = \frac{n}{n-2}$. Для простоты записи будем считать $U(X^A) = U(Y(X^A))$. В действии (1) функции $X^A = X^A(\sigma^\mu)$, где $A, B = 1, 2, \dots, D$, $\mu, \nu = 0, 1, \dots, n-1$, отображают n -мерное многообразие Π описываемое метрикой $g_{\mu\nu}$, в D -мерное пространство - время M с метрикой η_{AB} , где пространство M определяется метрикой Минковского с сигнатурой $(-, +, \dots, +)$. Однако, как выясняется при детальном рассмотрении удобнее оставлять сигнатуру M произвольной. Здесь под сигнатурой плоского пространства M понимается знаки элементов диагональной метрической матрицы, у которой по главной диагонали стоят + или -1. R - скалярная кривизна многообразия Π , оператор ∇_ν означает ковариантную производную в многообразии Π , где символы Кристоффеля связаны с метрикой стандартным образом. Будем считать, что пространство Π - параметризованы координатами σ^μ , где $\sigma^0 = t$ - временная координата, а компоненты σ^i ($i = 1, 2, \dots, n-1$) описывают некоторый $n-1$ -мерный объект. Величины $w, \tilde{\xi}, \Lambda$ являются постоянными.

Макроскопические уравнения

Для гравитирующей системы, с материей, взаимодействующей с скалярными полями [2] были получены следующие самосогласованные уравнения:

$$G_{\alpha\beta} = \frac{1}{2\xi Y} \left[-\frac{n-2}{2} B + U \right] g_{\alpha\beta} + \frac{1}{Y} [\nabla_\alpha \nabla_\beta - g_{\alpha\beta} \square] Y + \frac{w}{2\xi Y} T_{(e)\alpha\beta}, \quad (2)$$

где $G_{\alpha\beta}$ - тензор Эйнштейна; $T_{(e)\alpha\beta}$ - ТЭИ полей материи (например, идеальной жидкости) B , ξ, w - постоянные, $U = U(Y)$ - потенциал самодействия скалярных полей. Следствием этих уравнений является закон сохранения энергии, имеющего вид:

$$-\frac{n-2}{2} \nabla_\beta B + \nabla_\beta Y \cdot (\xi R + \frac{dU}{dY}) + w \nabla_\alpha T_{(e)\beta}^\alpha = 0, \quad (3)$$

и уравнение на поле Y :

$$\square Y = \frac{n-2}{4(n-1)\xi} [-nB + 2\xi RY + \frac{2n}{n-2} U] + \frac{w}{2\xi(n-1)} T_{(e)\alpha}^\alpha \quad (4)$$

Уравнения (1) - есть аналог уравнений Эйнштейна для макроскопической среды. При выводе уравнений делаются следующие предположения:

1) что индуцированная метрика (отображения) $(\nabla_\mu X, \nabla_\nu X)$ связана с метрикой многообразия M посредством формулы:

$$g_{\mu\nu} = B_0(\nabla_\mu X, \nabla_\nu X) \quad \mu, \nu = \overline{0, n-1}, \quad (5)$$

- рассматриваемая модель позволяет интерпретировать развитие Вселенной как развитие $n = 4$ мерных объектов, вложенных в многомерное плоское пространство-время Π .

2) за счет взаимодействия с векторными полями уравнение для скалярных полей приобретает дополнительный член S^A . То есть эти уравнения меняются на уравнения

$$\square X^A + 2\xi R X^A + 2 \frac{dU}{dY} X^A = S^A. \quad (6)$$

Конкретный вид этого члена зависит от модели. Рассматривается в самый общий случай. При всем этом будем предполагать, что имеет место общий закон сохранения.

Уравнения (1), за исключением первого члена в правой части уравнения, совпадают с частным случаем уравнений теории Бранса - Дикке, если скалярное поле в этой теории положить: $\Phi = 16\pi\xi Y/w$. Поля X^A , как координаты пространства M имеют размерность сантиметр, откуда следует $[Y] = \text{см}^2$ и $[w] = \text{см}^4$. Действие (1) мы взяли безразмерной величиной.

Первый член в уравнениях (1) можно интерпретировать как "космологическую постоянную". Однако, чтобы учесть влияние энергии поляризации вакуума в гравитацию, выделим из ТЭИ материи часть связанную с этой энергией, удовлетворяющей уравнению состояния: $\varepsilon_v + p_v = 0$. Предполагается, что вакуум (в среднем) обладает свойствами однородности и изотропии. Тогда, в уравнениях (1) член связанный с эффективной "космологической постоянной" будет иметь вид:

$$\Lambda_{eff} = \frac{1}{2\xi Y} \left(-\frac{n-2}{2} B_0 + w\varepsilon_v + U \right). \quad (7)$$

В дальнейшем введем обозначение $-B = -\frac{n-2}{2} B_0 + w\varepsilon_v$.

Таким образом, возникают эволюционирующие во времени гравитационная (k), космологическая (Λ_{ef}) "постоянные":

$$G = \frac{wc^3}{16\pi\xi Y \hbar}, \quad \Lambda_{ef} = \frac{1}{2\xi Y} (-B + U), \quad n = 4, \quad (8)$$

здесь ε_v - плотность энергии поляризации вакуума, \hbar - постоянная Планка.

Для случая "вложения" ($B_0 = 1$), как следует из уравнений (3), возможны следующие случаи:

I) $Y = C = const$, $\nabla_\beta T_{(m)\alpha\beta} = 0$.

Отметим также что из $Y = C = const$, $B = const \Rightarrow \nabla_\beta T_{(m)\alpha\beta} = 0$.

В этом случае получаем уравнения совпадающие с уравнениями Эйнштейна, с гравитационной постоянной $G_{eff} = const$ и с космологической постоянной $\Lambda_{eff} = const$.

II) $Y \neq const$, и выполняется отдельный закон сохранения для материи: $\nabla_\beta T_{(m)\alpha\beta} = 0$. В этом случае из (3) следует уравнение

$$\xi R + \frac{dU}{dY} = 0. \quad (9)$$

III) Когда $Y \neq const$, $B = const$ и не обязательно выполняется отдельный закон сохранения для материи. Этот случай является обобщением предыдущего случая. Закон сохранения принимает вид:

$$-\nabla_\beta Y \cdot (\xi R + \frac{dU}{dY}) = w \nabla_\beta T_{(m)\alpha\beta}. \quad (10)$$

Космологическая модель без самодействия ($U = 0$)

Существуют решения описывающие эволюцию Вселенной, когда величины Y , G , Λ_{ef} являются функциями времени. Для случая $U = 0$ получены аналитические решения $Y = Y(t)$, $a(t)$ уравнений (1)-(4). Метрическая форма многообразия Π , соответствующей однородной, изотропной космологической модели имеет вид:

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)[(d\chi)^2 - K(\chi)d\Omega^2], \quad (11)$$

где $K(\chi) = \{\sinh^2 \chi; \sin^2 \chi; \chi^2\}$ - соответственно для моделей открытого, закрытого и плоского типов. $d\Omega^2$ - метрическая форма сферы, единичного радиуса, выраженная в сферических координатах для космологической модели.

Плотность энергии соответствующую материи и взаимодействию ее со скалярным полем представляем в виде:

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_r}{a^4} + \frac{\varepsilon_p}{a^3} + Y(f_\lambda + \frac{f_r}{a^4} + \frac{f_p}{a^3}) \quad (12)$$

Уравнения можно привести к следующему виду:

$$\dot{Y}\left\{\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2} - \frac{\mu_\lambda}{2} - \frac{2\mu_p}{a^3} - \frac{F_0 + 2\mu_r \ln(a)}{a^4}\right\} = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2} + \frac{\dot{a}\dot{Y}}{aY} - \frac{\Lambda_{ef}}{3} - \frac{w}{6\xi}\left\{\frac{1}{Y}\left(\frac{\varepsilon_r}{a^4} + \frac{\varepsilon_p}{a^3}\right) + f_\lambda + \frac{f_r}{a^4} + \frac{f_p}{a^3}\right\} = 0 \quad (14)$$

Произведена спивка решений для инфляционной стадии расширения Вселенной. В начальной стадии, Вселенная находится в режиме экспоненциального расширения:

$$Y = Y_0 = const, \quad a_1(t) = \frac{sh(tH_{op})}{H_{op}}, \quad H_{op} = \sqrt{-\frac{B}{6\xi Y_0}}, \quad (15)$$

которая описывается Эйнштейновскими уравнениями и продолжается короткое время. Эта фаза переходит в радиационно-доминирующую стадию. При этом $\dot{Y} \neq 0$. Решения уравнений (13)-(22) имеют вид:

$$a = a_2(t) = \sqrt{x^2 - F_0}, \quad x = t - t_2; \quad (16)$$

$$Y(t) = -\frac{BF_0}{6\xi} - \frac{Bx^2}{12\xi} + \frac{BF_0 x \ln(|x+a|)}{4\xi a} + \frac{c_1 x}{a} - \frac{\rho_p}{a} + \frac{\rho_r}{F_0}, \quad (17)$$

где

$$\rho_p = \frac{w\varepsilon_p}{6\xi}, \quad \rho_r = \frac{w\varepsilon_r}{6\xi}, \quad \mu_p = \frac{wf_p}{6\xi}, \quad \mu_\lambda = \frac{wf_\lambda}{6\xi}, \quad \mu_r = \frac{wf_r}{6\xi},$$

В формулах (15)-(18) приведены решения для случая пространства открытого типа ($k = -1$), где F_0 , t_2 , c_1 - постоянные интегрирования. Решения получены для более простого случая, когда $\mu_\lambda = \mu_p = \mu_r = 0$. В этом случае имеет место отдельное сохранение ТЭИ материи.

Приравняв соответствующие функции (15)-(18) и их первые производные найдем масштабный фактор $a_0 = a(x_0)$ и время x_0 сшивки решений. Из этих уравнений следует соотношение:

$$\frac{\rho_p}{Y_0 a_0^3} + \frac{\rho_r}{Y_0 a_0^4} + \frac{\Lambda_{ef0}}{3} = \frac{F_0}{a_0^4}, \quad (18)$$

где

$$\Lambda_{ef0} = -\frac{B}{2\xi Y_0}.$$

Мы произвели сшивку двух фаз решений (15)-(18) в момент времени, когда материя отсутствует $\rho_r = 0$, $\rho_p = 0$ и произвели сравнение значений величин, которые получаются из нашей теории с их значениями полученными из астрофизических наблюдений.

Для решения парадоксов Фридмановской космологии (плоскостности, однородности и изотропии и т.д.) достаточно, чтобы инфляция продолжалась около 70 Хаббловых времен. За это время масштабный фактор (первоначальным размером порядка $10^{-33} cm$) увеличивается в $e^{70} \sim 10^{33}$ раз, и к моменту начала Фридмановской стадии масштабный фактор оказывается порядка $10^{-3} cm$, что и требуется для решения проблемы горизонта. Значение постоянной Хаббла на стадии инфляции составляет $10^{42} cm^{-1} > H > 10^{36} cm^{-1} \sim 10^{26} cm^{-1}$. Таким образом, стадия инфляции за время $\delta t = 10^{-34} c \sim 10^{-24} cm$ "готовит" первичное вещество в области с размером порядка 0.001 см, которое расширяется по инерции с $\ddot{a} < 0$ ([5], [6]).

Измерения, основанные на эффекте разбегания галактик, дают очень малое значение для космологической постоянной:

$$\Lambda_{ef} = \frac{5.98 \cdot 10^{-9} g}{c^2 cm} \sim \frac{1.242 \cdot 10^{-56}}{cm^2}.$$

Плотность энергии вакуума, связанную с квантовыми эффектами связывают (в КТП) с ультрафиолетовым обрезанием. $\Lambda_{vac} = \frac{8\pi c^3}{G_{mod}\hbar} = 9.62 \cdot 10^{66} cm^{-2}$ [7]. Эффективная космологическая постоянная в нашей теории

равна

$$\frac{-B_0 + \varepsilon_{vac} w}{2\xi Y_{mod}} = \frac{-B_0}{2\xi Y_{mod}} + \Lambda_{vac} = 1.242 \times 10^{-56} cm^{-2},$$

где Y_{mod} - современное значение $Y(t)$.

С другой стороны гравитационная постоянная

$$\frac{w}{2\xi Y_{mod}} = G_{mod} = 6.565362150 \times 10^{-65} cm^2 \quad (19)$$

Решая эти два уравнения, полагая при этом: $B_0 = 1$, $\xi = -1/12$, находим:

$$Y_{mod} = -6.236 \times 10^{-67} cm^2; \quad w = 6.823 \times 10^{-132} cm^4$$

Неизвестная постоянная теории w имеет величину планковского масштаба $l_w = (w_h)^{1/4} = 1.4 \times 10^{-33} cm$. Таким образом за счет сокращения двух "космологических постоянных"-геометрической и квантовой природы получаем эффективную "космологическую постоянную", согласованную астрофизическими данными.

Подставляя найденные значения постоянных величин, и учитывая выше приведенные условия спшивки, а именно, мы налагаем условие:

$$\frac{sh(10^{-24}H_{op})}{H_{op}} = 10^k \quad (20)$$

Из этого начального условия и уравнений спшивки, при $k_1 = -0.043$, находим $H_{op} = 5.99 \times 10^{25}$, $F_0 = c_0^2$, $c_0 = 4.917 \times 10^{25} cm$, $c_1 = -5.540 \times 10^{-70} cm^2$. Время существования инфляционной стадии $\delta t = 10^{-24} cm - 10^{-33} cm$. За это время масштабный фактор увеличивается до значения $0.905 cm$.

Найденные значения постоянных подставим в формулу (18) и вычислим значение функции $Y(t)$ в современную эпоху $x_{mod} = 1.3 \times 10^{28} cm$: $Y(x_{mod}) = -2.231 \times 10^{-67} cm^2$. При этом значение этой переменной в момент перехода из инфляционной стадии $10^{-24} cm$ составляет $Y(t_0) = -4.7341 \times 10^{-172} cm^2$. Значение постоянной Хаббла \dot{a}/a , в современную эпоху, вычисленная по формуле (18) равняется $7.605 \times 10^{-29} cm$ и это не противоречит современным астрономическим данным. Величина, которая не согласуется с наблюдениями - это относительное изменение гравитационной постоянной:

$$\frac{\dot{G}}{G} \simeq -1.438 \times 10^{-10} year.$$

Однако, было замечено следующее явление: наблюдаемые величины: H - параметр Хаббла, $\Lambda_{ef0} = -\frac{B}{2\xi Y}$ -эффективная космологическая постоянная вычисляемые по полученным формулам спшивки двух функций (15)-(18) не зависят от величины B . Это объясняется тем, что из начального условия (20) следует: $2\xi Y(t) = -\tilde{Y}(t) \times B$; а из (19) следует, что

$$w = G_{mod}\tilde{Y}(t_{mod}) \times B \Rightarrow G_{eff} = \frac{G_{mod}\tilde{Y}_{mod}}{\tilde{Y}}. \quad (21)$$

Таким образом параметр B из уравнений можно исключить, за счет перепараметризации функций. $B = B_0 - \varepsilon_{vac}w$ и мы приходим к выводу что в рассматриваемой модели, **энергия поляризации не наблюдаемая величина**. При этом теория все таки содержит космологический член который имеет вид

$$\Lambda_{eff} = \frac{1}{\tilde{Y}}.$$

В наших численных вычислениях, без учета влияния материи, это величина $3.465 \times 10^{-56} cm^2$, что в три раза больше величины принятой в стандартной теории гравитации, согласующейся наблюдаемыми данными.

Предположим, что в конце радиационно-доминирующей фазы есть асимптотика $Y(t) \rightarrow Y_1 = const$, $\Rightarrow \rho_r = F_0 Y_1$. Для учета влияния материи излучения подставим это значение постоянной ρ_r в формулу (18), где $Y_1 = -B/(2\xi \Lambda_{cosm})$; $\tilde{Y}_1 = 3\Lambda_{cosm}$, $\Lambda_{cosm} = 1.24110^{-56} cm^{-2}$ - предполагаемое значение космологической постоянной. Компьютерные вычисления показывают, что при временах $t_1 = 10^{11} s$ функция G_{eff} (21), с точностью до четвертого знака совпадает с ее современным значением. Предположим, что в этот момент времени происходит второй фазовый переход от фазы $Y \neq const$ к фазе $Y = Y_1 = const$. Тогда эволюция последней фазы описывается уравнениями Эйнштейна:

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} - \frac{\Lambda_{ef}}{3} - G_{mod}\left(\frac{\rho_r}{a^4} + \frac{\rho_p}{a^3}\right) = 0 \quad (22)$$

Выводы

1. Уравнения теории имеют решения которые могут как совпадать с решениями стандартной теорией гравитации, так и не совпадать. Это связано с тем, что фундаментальные "постоянные" теории, такие как гравитационная и космологическая могут эволюционировать во времени, а также зависеть от координат. Таким образом, в достаточно общем случае, теория описывает две системы (стадии): эйнштейновскую и "эволюционирующую" или "перестроенную" (название предложенное автором). Данный процесс напоминает явление фазового перехода, где различные фазы (эйнштейновские гравитационные системы, но с различными постоянными) переходят друг в друга.

2. В рассматриваемой модели существует эффект сокращения влияния космологической постоянной. Механизм сокращения постоянной части энергии вакуума сводится к мультиплексному сокращению. Принцип его простой и основан на законе сохранения энергии при фазовых переходах, соответствующих различным этапам эволюции Вселенной и структурой рассматриваемой теории. Отметим, что указанный механизм сокращения энергии вакуума напоминает механизм сокращения расходимостей в квантовой теории перенормировок, несмотря на то, что рассматриваемая теория является классической.

Литература

- [1] С. Вайнберг: Проблемы космологической постоянной. http://ufn.ru/ufn89/ufn89_8/Russian/r898d.pdf.
- [2] F.Sh. Zaripov. A conformally invariant generalization of string theory. *Gravitation and Cosmology*, Vol. 13 (2007), No. 4.
- [3] Ф.Ш.Зарипов,Обобщенные уравнения индуцированной гравитации. Эволюция констант связи.Вестник ТГГПУ.№4(22).с.23-28.
- [4] F.Sh. Zaripov, *Modified equations in the theory of induced gravity. Solution to the cosmological constant problem*, <http://arxiv.org/abs/1305.5512>.
- [5] Andrei Linde. Inflation, Quantum Cosmology and the Anthropic Principle. Harper eds. Cambridge University Press (2003). <http://arxiv.org/abs/hep-th/0211048>.
- [6] В. Н. Лукаш, В. А. Рубаков. Темная энергия: мифы и реальность, УФН, 178, 301 (2008).
- [7] Alexander Vilenkin. Many Worlds in One: The Search for Other Universes. CORPUS, Издательство «Астрель», 2010 г. Серия: Элементы. Страниц: 304.

МНОГОФАЗНАЯ СИСТЕМА В МОДЕЛИ ИНДУЦИРОВАННОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

Ф.Ш. Зарипов^a

^aE-mail: farhat_zaripov@mail.ru; Казанский федеральный университет, Казань

Работа является продолжением исследований [1, 2, 3] в к приложении космологической модели.

При изучении космологических приложений теории учитывается влияние наличие вещества, что приводит к нарушению конформной инвариантности первоначальной теории и к ее модификации [2], [4].

Для гравитирующей системы, с материей, тензор энергии-импульса (ТЭИ) которой имеет структуру ТЭИ идеальной жидкости, взаимодействующей с скалярными полями [2] решаются самосогласованные уравнения:

$$G_{\alpha\beta} = \frac{1}{2\xi Y} \left[-\frac{n-2}{2} B + \Lambda Y^\rho \right] g_{\alpha\beta} + \frac{1}{Y} [\nabla_\alpha \nabla_\beta - g_{\alpha\beta} \square] Y + \frac{w_0}{2\xi Y} T_{(e)\alpha\beta}, \quad (1)$$

где $G_{\alpha\beta}$ -тензор Эйнштейна; $T_{(e)\alpha\beta}$ - ТЭИ полей материи (например, идеальной жидкости) Λ , B , ξ - постоянные, w_0 - затравочная константа теории. Найдены аналитические решения рассматриваемых уравнений для однородной и изотропной космологической модели. Показано, что эта модель описывает как стадию инфляции, так и стадию медленного ускоренного расширения. В рассматриваемой теории между космологической и гравитационной "постоянными" существует корреляция, обусловленная тем, что эти величины эволюционируют во времени и параметрический связаны между собой.

За счет сокращения двух "космологических постоянных"- геометрической и квантовой природы получаем эффективную "космологическую постоянную", согласованную астрофизическими данными.

Уравнения рассматриваемой теории имеют решения которые могут как совпадать с решениями стандартной теорией гравитации, так и не совпадать. Это связано с тем, что фундаментальные "постоянны"теории, такие как гравитационная и космологическая могут эволюционировать во времени, а также зависеть от координат. В достаточно общем случае, теория описывает две системы (стадии): эйнштейновскую и "эволюционирующую"или "перестроечную"(название предложенное автором). Данный процесс напоминает явление фазового перехода, где различные фазы (эйнштейновские гравитационные системы, но с различными постоянными) переходят друг в друга.

Возникает важный вопрос: "какая из стадий соответствует современной эпохе?". Для ответа на этот вопрос необходимо более детально проанализировать возможные корреляции зависимости "темной энергии"(космологической постоянной), гравитационной постоянной и "темной материи"от параметра запаздывания z .

Литература

- [1] F.Sh. Zaripov.A conformally invariant generalization of string theory.Gravitation and Cosmology, Vol. 13 (2007), No. 4.
- [2] Ф.Ш.Зарипов,Обобщенные уравнения индуцированной гравитации. Эволюция констант связи.Вестник ТГГПУ.№4(22).с.23-28.
- [3] F.Sh. Zaripov,*Modified equations in the theory of induced gravity. Solution to the cosmological constant problem*, <http://arxiv.org/abs/1305.5512>.

- [4] Buchbinder I.L., Odintsov S.D. Shapiro I.L. 1992, Effective Action in Quantum Gravity, IOP Publishing, Bristol and Philadelphia, 1992

ТОПОЛОГИЯ, ГРАВИТАЦИЯ И ТЕМНАЯ МАТЕРИЯ

В.М. Журавлев^a

^aE-mail: zhvictorm@gmail.com; Ульяновский государственный университет, 432970 Ульяновск, Россия, Россия

В работе рассматриваются результаты применения топологической квантовой теории [1,2] к задаче описания гравитационного взаимодействия и объяснению эффекта скрытой массы или “темной материи”. Рассматривается вопрос о геометрической природе темной материи. Приводится формула, дающая оценку распределения темной материи в пространстве вблизи массивных объектов.

Основным элементом данной теории является топологическая интерпретация цепочисленного электрического заряда как топологического инварианта областей физического пространства, выделенных геометрическим способом с помощью функции высоты \mathcal{F} , которая задает с помощью уравнения:

$$u = \mathcal{F}(\mathbf{x}, t),$$

физическую трехмерную гиперповерхность V^3 в четырехмерном евклидовом пространстве W^4 . Здесь $\mathbf{x} = \{x^1, x^2, x^3\}$ и $u = x^4$ - декартовы координаты на W^4 , t - время (абсолютное в W^4). Координаты $\mathbf{x} = \{x^1, x^2, x^3\}$ соответствуют токам трехмерной евклидовой гиперплоскости $P^3 \in W^4$. Все пространство P^3 разбивается однозначно на отдельные области особыми изоповерхностями функции \mathcal{F} , называемой фундаментальным потенциалом. Под особой изоповерхностью функции \mathcal{F} понимается изоповерхность (или ее замкнутая компонента), на которой лежит хотя бы одна седловая тока данной функции. При этом вводится понятие топологической ячейки, которая определяется как область пространства, ограниченная любой изоповерхностью функции \mathcal{F} . Кроме топологических ячеек, относящихся к отдельным элементарным частицам, могут существовать топологические ячейки макромасштабов, сравнимых с размерами отдельных астрофизических объектов и галактик.

Описание гравитационного поля опирается на внешнюю геометрию вложения трехмерной гиперповерхности V^3 в четырехмерное евклидово пространство W^4 и описывается с помощью формализма, близкого к ньютоновской теории тяготения [1]. Поскольку в теории динамика материи описывается в форме усредненных уравнений Ньютона и волновой динамики, аналогичной квантовой теории, в форме уравнения Шредингера, то приходится вводить усредненные и локальные поля взаимодействия. Локальное поле тяготения описывается в теории с помощью уравнения:

$$\text{div } \mathbf{g} = 4\pi G\mu \mathbf{x}, t)W + W_d,$$

где \mathbf{g} - векторное поле, содержащее вихревую составляющую, эквивалентное ускорению свободного падения, W - плотность энергии фундаментального электромагнитного поля, W_d - плотность энергии, связанная с особыми точками, функция $\mu(\mathbf{x}, t)$

- описывает геометрический эффект распределения энергии в топологических ячейках. В работе дается вывод функции $\mu(\mathbf{x}, t)$ и обсуждается объяснение с ее помощью эффекта "темной материи".

[1] Zhuravlev V.M. A topological interpretation of quantum theory and elementary particle structure. *Gravitation and Cosmology*, 2011, Vol. 17, No. 3, pp. 201-217.

[2] Журавлев В.М. Гравитация, электромагнетизм и геометрия физического пространства. Труды международного семинара "Нелинейные поля в теории гравитации и космологии" и Российской школы "Математическое и компьютерное моделирование фундаментальных объектов и явлений" Казань, 21-26 октября 2013 г., с. 52

ПРОПАГАТОР ВЕКТОРНОГО ПОЛЯ НА СТАЦИОНАРНОМ МЕДЛЕННО МЕНЯЮЩЕМСЯ ГРАВИТАЦИОННОМ ФОНЕ

П.О. Казинский^a

^aE-mail: kpo@phys.tsu.ru; Томский государственный университет, Томск

Найдено непертурбативное конформно инвариантное выражение для пропагатора безмассового векторного поля на стационарном медленно меняющемся гравитационном фоне в гауссовом приближении. Разработана процедура построения теории возмущений, последовательно учитывая высшие градиентные поправки. Найден однопетлевой вклад в гравитационный сектор эффективного действия при конечной температуре, индуцируемый безмассовыми векторными полями, с учетом непертурбативных поправок. Показано, что даже при нулевой температуре непертурбативные поправки явно зависят от вектора Киллинга, определяющего вакуумное состояние квантовых векторных полей, и не могут быть убраны контрактами. Конформная аномалия не зависит от вектора Киллинга, выражается только через метрику и имеет стандартный вид. Выражение для аномалии "энергия-время" совпадает с конформной аномалией.

HEISENBERG DOUBLE OF SUPERSYMMETRIC ALGEBRA FOR NONCOMMUTATIVE QUANTUM FIELD THEORY

V.S. Kirchanov^a

^aE-mail: kirchanv@rambler.ru; Perm Natioanal Recearch Politechnical Univercity, 29 Komsomolskii str, 614990, Perm, Russia

Keywords: superalgebras, quantum algebras, Hopf algebras, smash product, Heisenberg doble.

The ground work is laid for the construction of a Heisenberg superdouble in the form of a smash product of a standard Poincare'-Lie quantum-operator superalgebra with coalgebra and its double Lie spatial superalgebra with coalgebra, which are Hopf algebras and a Hopf modular algebra, respectively. Deformation the superalgebras is realized by Drinfeld twists for the shift and supershift operators. Evaluating the Heisenberg double as a mathematical construction, it can be said that Heisenberg double of Poincare'-Lie quantum-operator superalgebras are physical since in their extended algebra they simultaneously contain a deformed phasespace, a non(anti)commutative superspace, a

quantum operator algebra, and supersymmetry describing boson and fermion systems. Future construction of hierarchy of Heisenberg doubles, i. e., of Hopf algebras and a Hopf modular algebras the operator algebras of which comprise, for example, double superalgebras with ($N=2$), conformal superalgebras with subsequent twist-deformation and k -deformation, is, in our view, of unquestionable physical interest since superconformal theories lie at the basis of all such theories supergravitation. Additional possibilities in this scheme arise with the replacement of the imaginary unit $i \rightarrow e$ by the hypercomplex number $a + be$, such that double and dual numbers are introduced: $e^2 = 1$ corresponds to double numbers (complex numbers of elliptical type), $e^2 = 0$ corresponds to dual numbers (complex numbers of parabolic type). This allows one to consider curved spaces.

ELECTROMAGNETIC VACUUM QUANTUM EFFECTS IN DE SITTER SPACETIME

A.S. Kotanjyan^a, A.A. Saharian^b, H.A. Nersisyan^c

^aE-mail: anna.kotanjyan@ysu.am; Department of Physics, Yerevan State University, 1 Alex Manoogian Street, 0025 Yerevan, Armenia

^bE-mail: —; Department of Physics, Yerevan State University, 1 Alex Manoogian Street, 0025 Yerevan, Armenia

^cE-mail: —; Department of Physics, Yerevan State University, 1 Alex Manoogian Street, 0025 Yerevan, Armenia

A better understanding of physical effects in dS background could serve as a handle to deal with more complicated geometries. In most inflationary models dS spacetime is employed to solve a number of problems in standard cosmology. More recently astronomical observations indicate that at the present epoch the Universe is accelerating and can be well approximated by a world with a positive cosmological constant. If the Universe would accelerate indefinitely, the standard cosmology would lead to an asymptotic dS Universe.

The interaction of a fluctuating quantum field with the background gravitational field leads to vacuum polarization. The boundary conditions imposed on the field operator give rise to another type of vacuum polarization. These conditions can arise because of the presence of boundaries having different physical natures, like macroscopic bodies in QED, extended topological defects, horizons and branes in higher-dimensional models. They modify the zero-point modes of a quantized field and, as a result, forces arise acting on constraining boundaries. This is the familiar Casimir effect. The particular features of the Casimir forces depend on the nature of a quantum field, the type of spacetime manifold, the boundary geometry, and the specific boundary conditions imposed on the field. In the present talk, we investigate the vacuum expectation value (VEV) of the energy-momentum tensor and the Casimir forces for the electromagnetic field in the geometry of two parallel plates on background of $(D + 1)$ -dimensional dS spacetime.

The two-point functions of the electromagnetic field are evaluated assuming that the field is prepared in the Bunch-Davies vacuum state. These functions are decomposed into boundary-free and boundary-induced parts. The two-point functions are applied for the investigation of the VEVs of the field squared and the energy-momentum tensor, induced by the plates. Unlike to the case of conducting plates in Minkowski bulk, in the problem under consideration the stresses along the directions parallel to the plates are not equal to the vacuum energy density. We show that, in addition to the diagonal

components, the vacuum energy-momentum tensor has a nonzero off-diagonal component which describes energy flux along the direction normal to the plates. For a single plate this flux is directed from the plate. The Casimir forces are investigated in the geometry of two plates. At separations between the plates smaller than the curvature radius of the background spacetime, to the leading order, we recover the corresponding result in the Minkowski spacetime and in this case the forces are attractive. At larger separations, the influence of the curvature on the Casimir force is essential and it decays as the inverse sixth power of the interplate distance for all values of the spatial dimension.

MODELS OF PARTICLES IN A CAUSAL SET APPROACH TO QUANTUM GRAVITY

A.L. Krugly^a

^aE-mail: akrugly@mail.ru; Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Science, 117218, Nahimovskiy pr., 36, k. 1, Moscow, Russia

A review of models of particles in a causal set approach to quantum gravity including recent results of the author is introduced. A causal set is a locally finite partially ordered set. This is a model of a discrete pregeometry on a microscopic scale. A partial order describes causality. A local finiteness describes finite divisibility. We assume that there is only a causal set. This set can be represented as an acyclic directed graph. Vertices and edges are fundamental objects without any internal structures and consequently any internal properties. All properties are described by a topology of graph. One of main tasks is to design models of particles. Continuous spacetime is considered as a result of interaction of many particles. Consequently we must describe particles without spacetime. Any causal set is a model of some process, and any models of particles in this approach are models of processes. Stable particles must be repetitive structures. Their properties must have a topological nature. One example is a model of particles and a mass formula. The dynamics is an addition of new elements one by one (a sequential growth). An equation of motion is an algorithm of sequential growth. Particles must be emergent self-organized structures. There are examples of algorithms that generate self-organized structures. Some algorithms are deterministic and some are probabilistic. Self-organized structures are investigated by numerical simulations and analytically. All these simple examples can be considered as toy models and cannot describe real particles. An important unsolved problem is an identification of topological properties of investigated structures and quantum numbers of real particles.

CONSTRAINTS ON AN AXION AND CORRECTIONS TO NEWTONIAN GRAVITY FROM THE CASIMIR EFFECT

V.M. Mostepanenko^a

^aE-mail: vmostepa@gmail.com; Department of Astrophysics, Central Astronomical Observatory at Pulkovo of the Russian Academy of Sciences and Institute of Physics, Nanotechnology, and Telecommunications of St.Petersburg State Polytechnical University,Sankt-Peterburg, Russia

It is commonly known that the light pseudoscalar particles called axions and other axion-like particles are an important element of modern fundamental concepts. These particles were predicted [1,2] to avoid strong CP violation and the large electric dipole moment for the neutron in QCD. What is more, axions reasonably explain the nature of dark matter in astrophysics and cosmology. However, in spite of great efforts (see, e.g., Ref. [3] for a review), the existence of axions is not yet confirmed experimentally. Another problem is the verification of Newton's gravitational law at short separations below a micrometer. Here, the Yukawa-type corrections to it, which are in excess of the Newtonian gravity by many orders of magnitude, are possible. Just such kind corrections are predicted in many extensions of the Standard Model due to exchange of light scalar particles [4] and in models with low-energy compactification scale [5].

We discuss recent model-independent results [6-8] on constraining the coupling constants of axion-like particles to nucleons from the laboratory experiments on measuring the Casimir force. Taking into account that the test bodies in these experiments are unpolarized, any additional force of axion origin arises from the two-axion exchange between the protons and neutrons. We present the calculation results for additional forces in experiments on measuring the Casimir-Polder force between the condensate atoms and a plate [9], the gradient of the Casimir force between a sphere and a plate by means of an atomic force microscope [10], and the effective Casimir pressure by means of micromachined oscillator [11]. From the measure of agreement between the measured Casimir-Polder and Casimir forces with theory, the additional forces are constrained. The obtained constraints are stronger than the previously known model-independent constraints up to a factor of several hundreds. We compare the constraints on an axion with respective constraints on the Yukawa-type corrections to Newtonian gravity [12].

References

1. S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **40**, 223 (1978).
2. F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. **40**, 279 (1978).
3. K. Baker *et al.* Ann. Phys. (Berlin) **525**, A93 (2013).
4. S. Dimopoulos and G. F. Giudice, Phys. Lett. B **379**, 105 (1996).
5. I. Antoniadis, N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, and G. Dvali, Phys. Lett. B **436**, 257 (1998).
6. V. B. Bezerra, G. L. Klimchitskaya, V. M. Mostepanenko, and C. Romero, Phys. Rev. D **89**, 035010 (2014).
7. V. B. Bezerra, G. L. Klimchitskaya, V. M. Mostepanenko, and C. Romero, Phys. Rev. D **89**, 075002 (2014).
8. V. B. Bezerra, G. L. Klimchitskaya, V. M. Mostepanenko, and C. Romero, arXiv: 1402.3228v2; Eur. Phys. J. C, to appear.
9. J. M. Obrecht, R. J. Wild, M. Antezza, L. P. Pitaevskii, S. Stringari, and E. A. Cornell, Phys. Rev. Lett. **98**, 063201 (2007).
10. C.-C. Chang, A. A. Banishev, R. Castillo-Garza, G. L. Klimchitskaya, V. M. Mostepanenko, and U. Mohideen, Phys. Rev. B **85**, 165443 (2012).
11. R. S. Decca, D. López, E. Fischbach, G. L. Klimchitskaya, D. E. Krause, and V. M. Mostepanenko, Phys. Rev. D **75**, 077101 (2007).
12. G. L. Klimchitskaya, U. Mohideen, and V. M. Mostepanenko, Phys. Rev. D **87**, 125031 (2013).

**О РОЖДЕНИИ ЧАСТИЦ СО СВЯЗЬЮ С КРИВИЗНОЙ ТИПА
ГАУССА-БОННЕ В ОДНОРОДНЫХ ИЗОТРОПНЫХ
КОСМОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ**

Ю.В. Павлов^a

^aE-mail: yuri.pavlov@mail.ru; Лаборатория теоретической физики им. А.А. Фридмана, Санкт-Петербург; ИПМаш РАН, Санкт-Петербург, Россия

Квантовополевые эффекты, в частности, рождение частиц могут иметь важные приложения к космологии ранней Вселенной и астрофизике [1]. До настоящего времени в теории рождения частиц гравитационным полем подробно рассматривался случай конформно связанных полей. Численные оценки показали, что эффект рождения частиц с массами порядка массы протона в космологии пренебрежимо мал. Однако, если массы частиц велики, например, порядка масштаба Великого Объединения, то число рождающихся во фридмановской вселенной частиц будет порядка числа Эддингтона-Дирака. Это может быть использовано для объяснения наблюдаемого барионного заряда Вселенной и происхождения космических лучей сверхвысокой энергии.

При неконформной связи квантованного поля с кривизной соответствующие неконформные вклады могут быть доминирующими, как в величине вакуумных средних тензора энергии-импульса, определяющих обратное влияние квантованного поля на метрику пространства-времени, так и в эффекте рождения частиц. В данной работе рассматривается случай комплексного скалярного поля $\varphi(x)$ массы m с уравнением движения

$$(\nabla^i \nabla_i + \xi R + \zeta R_{GB}^2 + m^2) \varphi(x) = 0, \quad (1)$$

где ∇_i — ковариантные производные, $R_{GB}^2 \stackrel{\text{def}}{=} R_{lmpq}R^{lmpq} - 4R_{lm}R^{lm} + R^2$. Такое взаимодействие скалярного поля с гравитационным (связь типа Гаусса-Бонне) представляет собой обобщение обычной неконформной связи, не меняющее кинетический член и сохраняющее важнейшее свойство скалярного поля: метрический тензор энергии-импульса и в этом случае не содержит производных от метрики (и поля) выше второго порядка [2].

Проведены расчеты рождения массивных и безмассовых скалярных частиц со связью с кривизной вида (1) в однородных изотропных космологических моделях [3], [4]. Показано, что в случае поля с массой m влияние параметра связи ζ с инвариантом Гаусса-Бонне на рождение частиц незначительно, если $\zeta m^2 \ll 1$. Во фридмановских космологических моделях число рожденных частиц по порядку величины сопоставимо с числом причинно несвязанных областей пространства-времени на комптоновский момент времени, соответствующий $1/m$ или $\sqrt{\zeta}$.

Литература

- [1] А. А. Гриб, С. Г. Мамаев, В. М. Мостепаненко. Вакуумные квантовые эффекты в сильных полях. М.: Энергоатомиздат, 1988.
- [2] Ю. В. Павлов. ТМФ **140**, 241–255 (2004).
- [3] Ю. В. Павлов. ТМФ **174**, 504–512 (2013).

[4] Yu. V. Pavlov. Grav. Cosmol. **20**, 21–25 (2014).

ФУНКЦИЯ ГРИНА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ДИРАКА В СЛАБОМ ВНЕШНЕМ ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ

B.H. Тимофеев^a

^aE-mail: —; Политехнический институт (филиал) ФГАОУ ВПО «Северо-Восточный федеральный университет имени М.К.Аммосова» в г.Мирном

Для электрона во внешнем гравитационном поле функция Грина $G(x - x')$ определяется уравнением [1]

$$i\gamma^\mu \nabla_\mu G(x - x') - mG(x - x') = -\delta(x - x').$$

Это уравнение можно представить в виде

$$i\gamma^{(\mu)} \partial_\mu G(x - x') + i\widehat{\Gamma} G(x - x') - mG(x - x') = -\delta(x - x').$$

Здесь оператор $\widehat{\Gamma}$ имеет вид

$$\widehat{\Gamma} = (\gamma^\mu - \gamma^{(\mu)}) \partial_\mu + \gamma^\mu \Gamma_\mu,$$

где $\gamma^\mu = e_{(\nu)}^\mu \gamma^{(\nu)}$, $\gamma^{(\nu)}$ - матрицы Дирака, $e_{(\nu)}^\mu$ - вектора ортонормированной тетрады, Γ_μ - спинорная связность.

Тогда для функции Грина $G(x - x')$ справедлива формула

$$G(x - x') = G_0(x - x') + i \int G(x - x'') \widehat{\Gamma}(x'') G_0(x'' - x') \sqrt{-g(x'')} d^4 x'',$$

где $G_0(x - x')$ - функция Грина уравнения Дирака для свободной частицы, $g(x)$ - определитель матрицы (g_{ij}) .

Литература

1. Левич В.Г., Вдовин Ю.А., Мямлин В.А. Курс теоретической физики. Т. II. - М.: Наука, 1989. - 936 с.

УРАВНЕНИЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ В НЕЛИНЕЙНОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ ВАКУУМА

П.А. Томази-Вшивцева^a

^aE-mail: —; Физ. ф-т МГУ им. М.В.Ломоносова, Москва, Россия

В последнее время возрос интерес к возможной проверке эффектов нелинейной электродинамики в вакууме. Для исследования взаимодействий электромагнитных волн в вакууме со слабыми внешними полями порядка $10^{13} - 10^{16}$ Гс удобно описывать задачу при помощи лагранжевых моделей. Наиболее известные лагранжианы предложены еще в 1934-36 годах в теориях Борна-Инфельда и Гейзенберга-Эйлера

[1,2]. В данный момент есть экспериментальные подтверждения нелинейности электродинамики в вакууме [3], но нет ни одного подтверждения верности той или иной из теорий, что несомненно представляет интерес для поиска эффектов измеримой величины. Взаимодействия с полями такой величины наиболее удобно исследовать в астрофизических условиях, где были найдены природные источники таких полей – пульсары и аномальные пульсары поля которых имеют протяженность 10 – 100 км. Причем источниками электромагнитных волн для такого рода исследований могут являться сами нейтронные звезды или удобные объекты находящиеся на некотором расстоянии от них.

Для описания системы: нейтронная звезда - электромагнитная волна, удобно воспользоваться обобщённой формой лагранжиана выписанной согласно постпост - максвелловскому формализму [4,5] в параметризованном виде:

$$L = \frac{\sqrt{-g}}{32\pi} \left\{ 2J_2 + \xi \left[(\eta_1 - 2\eta_2)J_2^2 + 4\eta_2 J_4 \right] + \xi^2 \left[4(\eta_1\eta_2 - 2\eta_2^2 - \eta_4)J_2 J_4 + \frac{1}{3}(6\eta_4 - 6\eta_1\eta_2 + 12\eta_2^2 + \eta_1^2 - \eta_3)J_2^3 + O(\xi^3 J_4^2) \right] \right\} - \frac{\sqrt{-g}}{c} j^n A_n,$$

где $J_2 = F_{ik}F^{ki}$, $J_4 = F_{ik}F^{km}F_{ml}F^{li}$ – инварианты тензора электромагнитного поля, g – определитель метрического тензора g_{ik} , $\xi = 1/B_q^2$, а величина безразмерных пост-максвелловских параметров η_1, η_2, η_3 и η_4 зависит от выбора модели нелинейной электродинамики вакуума.

В частности, в нелинейной электродинамике Гейзенберга-Эйлера, являющейся следствием квантовой электродинамики, параметры η_1, η_2, η_3 и η_4 имеют конкретные значения

$$\eta_1 = \frac{\alpha}{45\pi} = 5.1 \cdot 10^{-5}, \quad \eta_2 = \frac{7\alpha}{180\pi} = 9.0 \cdot 10^{-5},$$

$$\eta_3 = -\frac{2\alpha}{105\pi} + \frac{\alpha^2}{2025\pi^2} = -4.4 \cdot 10^{-5}, \quad \eta_4 = -\frac{13\alpha}{1260\pi} - \frac{7\alpha^2}{3240\pi^2} = -2.3 \cdot 10^{-5},$$

в то время как в теории Борна-Инфельда они выражаются через одну и ту же неизвестную постоянную a^2 : $\eta_1 = \eta_2 = a^2 B_q^2 / 4$, $\eta_3 = \eta_4 = -a^4 B_q^4 / 8$. В такой форме лагранжиан универсален и позволяет рассматривать задачу теоретически не делая выбора между теориями. При этом с точки зрения экспериментальной проверки одна нелинейная электродинамика от другой будет отличаться лишь значениями параметров.

В присутствии гравитационного поля релятивистского объекта в качестве базового метрического тензора возьмем решение Щварцшильда [6]:

$$g_{00}^{(0)} = 1 - \frac{r_g}{r}, \quad g_{rr}^{(0)} = -\frac{r}{r - r_g}, \quad g_{\theta\theta}^{(0)} = -r^2, \quad g_{\varphi\varphi}^{(0)} = -r^2 \sin^2 \theta,$$

где r_g – гравитационный радиус нейтронной звезды. Также можно использовать решение Керра для случая вращающейся звезды [7]:

$$g_{00} = 1 - \frac{r_g r}{r^2 + a^2 \cos^2 \theta}, \quad g_{rr} = -\frac{r^2 + a^2 \cos^2 \theta}{r^2 - r_g r + a^2},$$

$$g_{\theta\theta} = -(r^2 + a^2 \cos^2 \theta), \quad g_{\varphi\varphi} = -(r^2 + a^2 + \frac{r_g r a^2 \sin^2 \theta}{r^2 + a^2 \cos^2 \theta}) \sin^2 \theta,$$

$$g_{0\varphi} = \frac{r_g r a \sin^2 \theta}{r^2 + a^2 \cos^2 \theta}$$

где a — отношение момента импульса вращающейся звезды к её массе. Известно, что в случае медленно вращающейся звезды поправки отличающие метрику Керра от метрики Шварцшильда малы. В дальнейшем мы будем рассматривать именно такую ситуацию, что даст нам возможность не учитывать различий в этих метриках.

Система уравнений электромагнитного поля в слабых полях Солнечной системы имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^n} \left\{ \sqrt{-g} Q^{mn} \right\} &= -\frac{4\pi}{c} j^m, \\ \frac{\partial F_{mn}}{\partial x^k} + \frac{\partial F_{nk}}{\partial x^m} + \frac{\partial F_{km}}{\partial x^n} &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где для сокращения записи введено обозначение Q^{mn} :

$$\begin{aligned} Q^{mn} = \left\{ 1 + \xi(\eta_1 - 2\eta_2) J_2 + \xi^2 \left[\frac{1}{2}(6\eta_4 - 6\eta_1\eta_2 + 12\eta_2^2 + \eta_1^2 - \eta_3) J_2^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + 2(\eta_1\eta_2 - 2\eta_2^2 - \eta_4) J_4 \right] \right\} F^{mn} + \left[4\xi\eta_2 + 4\xi^2(\eta_1\eta_2 - 2\eta_2^2 - \eta_4) J_2 \right] F^{ml} F_{lk} F^{kn}. \end{aligned}$$

Решение уравнений (2), описывающее аксиально симметричное магнитное поле звезды, при $\xi \rightarrow 0$ и $r_g \rightarrow 0$ переходит в поле магнитного диполя, с учетом гравитационного взаимодействия оно имеет вид:

$$\begin{aligned} F_{31}^{(0)} &= -\frac{|\mathbf{m}|}{r^2} \left\{ 1 + \frac{3r_g}{2r} + \frac{112\eta_1\xi|\mathbf{m}|^2}{33r^6} \right\} \sin^2 \theta + \frac{21\eta_1\xi|\mathbf{m}|^3}{11r^8} \sin^4 \theta, \\ F_{32}^{(0)} &= \frac{2|\mathbf{m}|}{r} \left[1 + \frac{3r_g}{4r} + \frac{16\eta_1\xi|\mathbf{m}|^2}{33r^6} \right] \sin \theta \cos \theta - \frac{12\eta_1\xi|\mathbf{m}|^3}{11r^7} \sin^3 \theta \cos \theta, \end{aligned} \quad (3)$$

где \mathbf{m} — магнитный дипольный момент звезды. Тензор электромагнитного поля системы (2) представим в виде суммы магнитного поля звезды (3) и поля слабой электромагнитной волны f_{ik} : $F_{ik} = F_{ik}^{(0)} + f_{ik}$. Для слабой электромагнитной волны уравнения (2) будут иметь аналогичный вид причем в линейном приближении по f_{ik} тензор $Q^{mn}(f)$ будет иметь вид:

$$\begin{aligned} Q^{mn}(f) = \left\{ 1 + \xi(\eta_1 - 2\eta_2) J_2^{(0)} + \xi^2 \left[\frac{1}{2}(6\eta_4 - 6\eta_1\eta_2 + 12\eta_2^2 + \eta_1^2 - \eta_3) J_2^{(0)} + \right. \right. \\ \left. \left. + 2(\eta_1\eta_2 - 2\eta_2^2 - \eta_4) J_4^{(0)} \right] \right\} f^{mn} + 2\xi(\eta_1 - 2\eta_2) F^{mn} F^{lk} f_{kl} + \\ + \left[4\xi\eta_2 + 4\xi^2(\eta_1\eta_2 - 2\eta_2^2 - \eta_4) J_2 \right] \left\{ f^{ml} F_{lk} F^{kn} + F^{ml} f_{lk} F^{kn} + F^{ml} F_{lk} f^{kn} \right\} + \\ + 8\xi^2(\eta_1\eta_2 - 2\eta_2^2 - \eta_4) \left\{ f^{ik} F_{km}^{(0)} F_{li}^{(0)} + f_{ij} F_{(0)}^{ji} F_{(0)}^{ml} F_{lk}^{(0)} F_{(0)}^{kn} \right\}. \end{aligned}$$

Найдем теперь уравнение, которому удовлетворяют лучи слабой высокочастотной электромагнитной волны, распространяющейся в гравитационном и магнитном полях нейтронной звезды.

Линейно независимые уравнения, получаемые из системы уравнений (2), примут вид:

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^n} \left\{ \sqrt{-g} Q^{\alpha n} \right\} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial f_{\alpha\beta}}{\partial x^0} + \frac{\partial f_{\beta 0}}{\partial x^\alpha} + \frac{\partial f_{0\alpha}}{\partial x^\beta} = 0,$$

где индексы, обозначенные буквами греческого алфавита, принимают значения 1,2, и 3, а

$$Q^{\alpha n}(f) = \left[1 + \xi(\eta_1 - 2\eta_2) J_2^{(0)} + \xi^2 \frac{1}{2} (6\eta_4 - 6\eta_1\eta_2 + 12\eta_2^2 + \eta_1^2 - \eta_3) J_2^{(0)2} + \right. \\ \left. + 2\xi^2 (\eta_1\eta_2 - 2\eta_2^2 - \eta_4) J_4^{(0)} \right] f^{\alpha n} + \left[4\xi\eta_2 + 4\xi^2 (\eta_1\eta_2 - 2\eta_2^2 - \eta_4) J_2^{(0)} \right] f^{\alpha l} F_{lk} F^{kn}.$$

Тензор слабой электромагнитной волны представим в виде:

$$f_{nm} = \tilde{f}_{nm}(\mathbf{r}, t) \exp\{iS(\mathbf{r}, t)\}, \quad (5)$$

где амплитуда $\tilde{f}_{nm}(\mathbf{r})$ является медленно изменяющейся функцией координат и времени, по сравнению с функцией эйконала $S = S(\mathbf{r}, t)$ и выполняется условие

$$\left| \tilde{f}_{nm}(\mathbf{r}, t) \frac{\partial S}{\partial x^i} \right| \gg \left| \frac{\partial \tilde{f}_{nm}(\mathbf{r}, t)}{\partial x^i} \right|$$

Подставим выражение (5) в уравнения (4). Оценки по норме для точек находящихся вне звезды дают:

$$\|\text{grad } g_{nm}^{(0)}\| \leq \frac{\|g_{nm}^{(0)}\|}{R}, \quad \|\text{grad } F_{nm}^{(0)}\| \leq \frac{\|F_{nm}^{(0)}\|}{R}, \quad \|\text{grad } S\| \sim \frac{\|S\|}{\lambda},$$

где R — характерный линейный размер, на котором проявляется неоднородность внешнего электромагнитного поля (радиус звезды), λ — длина волны.

Так как для оптической области спектра $R \gg \lambda$, то асимптотически главная часть уравнений (4) примет вид:

$$i \left\{ f^{\alpha\beta} \partial_\beta S + f^{\alpha 0} \partial_0 S + \xi(\eta_1 - 2\eta_2) \left(J_2 [f^{\alpha\beta} \partial_\beta S + f^{\alpha 0} \partial_0 S] + \right. \right. \\ \left. \left. + 2F^{\alpha n} [2F^{0\beta} f_{0\beta} \partial_n S + F^{\beta\mu} f_{\beta\mu} \partial_n S] \right) + \right. \\ \left. + \xi^2 \frac{1}{2} (6\eta_4 - 6\eta_2\eta_1 + 12\eta_2^2 + \eta_1^2 - \eta_3) \cdot \right. \\ \left. \cdot \left(J_2^2 [f^{\alpha\beta} \partial_\beta S + f^{\alpha 0} \partial_0 S] + 4J_2 F^{\alpha n} \partial_n [2F^{0\beta} f_{0\beta} + F^{\beta\mu} f_{\beta\mu}] \right) + \right. \\ \left. + 2\xi^2 (\eta_1\eta_2 - 2\eta_2^2 - \eta_4) \cdot \right. \\ \left. \cdot \left(J_4 [f^{\alpha 0} \partial_0 S + f^{\alpha\beta} \partial_\beta S] + 4F^{\alpha n} \partial_n [2F_{(3)}^{0\beta} f_{0\beta} + F_{(3)}^{\beta\mu} f_{\beta\mu}] \right) + \right. \\ \left. + 4\xi\eta_2 \left(F_{(2)0}^n f^{\alpha 0} \partial_n S + F_{(2)\beta}^n f^{\alpha\beta} \partial_n S + F^{\alpha 0} F^{\beta n} f^{0\beta} \partial_n S + \right. \right. \\ \left. \left. + F^{\alpha\beta} F^{0n} f^{\beta 0} \partial_n S + F^{\alpha\beta} F^{\mu n} f^{\beta\mu} \partial_n S + \right. \right. \\ \left. \left. + F_{(2)0}^\alpha f^{0\beta} \partial_\beta S + F_{(2)\beta}^\alpha f^{\beta 0} \partial_0 S + F_{(2)\beta}^\alpha f^{\beta\mu} \partial_\mu S \right) + \right. \\ \left. + 4\xi^2 (\eta_1\eta_2 - 2\eta_2^2 - \eta_4) \left(2F_{(3)}^{\alpha n} \partial_n S [2F^{0\beta} f_{0\beta} + F^{\beta\mu} f_{\beta\mu}] + \right. \right. \\ \left. \left. + 2F_{(3)}^{\alpha n} \partial_n S [2F_{(3)}^{0\beta} f_{0\beta} + F_{(3)}^{\beta\mu} f_{\beta\mu}] \right) \right) \right\} \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
& + J_2 \partial_n [F \cdot n_{(2)\beta} f^{0\beta} + F \cdot n_{(2)0} f^{\alpha 0} + F \cdot n_{(2)\mu} f^{\alpha\mu}] + \\
& + J_2 \partial_n S [F^{\alpha 0} F^{\beta n} f_{0\beta} + F^{\alpha\beta} F^{0n} f_{\beta 0} + F^{\alpha\beta} F^{\mu n} f_{\beta\mu}] + \\
& + J_2 [F_{(2)\cdot\beta}^{\alpha} f^{\beta 0} \partial_0 S + F_{(2)\cdot 0}^{\alpha} f^{0\beta} \partial_\beta S + F_{(2)\cdot\beta}^{\alpha} f^{\beta\mu} \partial_\mu S] \Big\} = 0, \\
& \tilde{f}_{\alpha\beta} \frac{\partial S}{\partial x^0} + \tilde{f}_{\beta 0} \frac{\partial S}{\partial x^\alpha} + \tilde{f}_{0\alpha} \frac{\partial S}{\partial x^\beta} = 0.
\end{aligned}$$

Умножим первое из тензорных уравнений (6) на $\partial S / \partial x^0$ и учтем второе уравнение системы (6). В результате получим систему линейных уравнений:

$$\Lambda_\alpha^\beta \tilde{f}_{0\beta} = 0, \quad (7)$$

где введено обозначение

$$\begin{aligned}
\Lambda_\alpha^\beta &= \partial^\alpha S \partial_\beta S - \delta_\beta^\alpha \partial^n S \partial_n S + \quad (8) \\
& + \xi(\eta_1 - 2\eta_2) [J_2 (\partial^\alpha S \partial_\beta S - \delta_\beta^\alpha \partial^n S \partial_n S) + 4F^{\alpha n} F_{k\beta} \partial^k S \partial_n S] + \\
& + \frac{1}{2} \xi^2 (6\eta_4 - 6\eta_2\eta_1 + 12\eta_2^2 + \eta_1^2 - \eta_3) [J_2^2 (\partial^\alpha S \partial_\beta S - \delta_\beta^\alpha \partial^n S \partial_n S) + \\
& + 8J_2 F^{\alpha n} F_{k\beta} \partial^k S \partial_n S] + 2\xi^2 (\eta_1\eta_2 - 2\eta^2 - \eta_4) [J_4 (\partial^\alpha S \partial_\beta S - \delta_\beta^\alpha \partial^n S \partial_n S) + \\
& + 8F^{\alpha n} F_{(3)k\beta} \partial^k S \partial_n S] + 4\xi\eta_2 [F_{(2)\cdot k}^n \delta_\beta^\alpha \partial^n S \partial_n S + F_{(2)\beta}^n \partial^\alpha S \partial_n S + \\
& + F_{\cdot k}^\alpha F_{\beta\cdot}^n \partial^k S \partial_n S + F_{\beta\cdot}^\alpha F_{k\cdot}^n \partial^\alpha S \partial_n S + F_{(2)\cdot k}^\alpha \partial^k S \partial_\beta S + F_{(2)\beta}^\alpha \partial^k S \partial_k S] + \\
& + 4\xi^2 (\eta_1\eta_2 - 2\eta_2^2 - \eta_4) [4F_{(3)}^{\alpha n} F_{k\beta} \partial^k S \partial_n S + J_2 \partial_n S (\delta_\beta^\alpha F_{(2)\cdot k}^n \partial^k S + \\
& + F_{(2)\beta}^n \partial^\alpha S + F_{\cdot k}^\alpha F_{\beta\cdot}^n \partial^k S + F_{\beta\cdot}^\alpha F_{k\cdot}^n \partial^k S) + J_2 (F_{(2)\beta}^\alpha \partial^n S \partial_n S + F_{(2)\cdot k}^\alpha \partial^k S \partial_\beta S)].
\end{aligned}$$

Так как для слабой электромагнитной волны $\tilde{f}^{0\beta} \neq 0$, то из уравнения (7) следует, что $\det ||\Lambda_\alpha^\beta|| = 0$, что как известно в случае релятивистской инвариантности эквивалентно уравнениям эйконала для двух взаимно ортогонально поляризованных волн. Для первой волны уравнение характеристик имеет вид:

$$[g^{ik} + 4(\eta_1\xi - \eta_3\xi^2 J_2) F^{ip} F_{p\cdot}^k] \left(\frac{\partial S}{\partial x^i} \right) \left(\frac{\partial S}{\partial x^k} \right) = 0, \quad (9)$$

а для второй нормальной волны

$$[g^{nm} + 4(\eta_2\xi - \eta_4\xi^2 J_2) F^{nl} F_{l\cdot}^m] \left(\frac{\partial S}{\partial x^n} \right) \left(\frac{\partial S}{\partial x^m} \right) = 0. \quad (10)$$

Что аналогично уравнениям движения электромагнитных сигналов во внешних электромагнитном и гравитационном полях:

$$\frac{d^2 x^n}{d\sigma^2} + G_{(1,2)}^{nm} \left[\frac{\partial G_{mk}^{(1,2)}}{\partial x^p} - \frac{1}{2} \frac{\partial G_{pk}^{(1,2)}}{\partial x^m} \right] \frac{dx^p}{d\sigma} \frac{dx^k}{d\sigma} = 0,$$

где σ – некоторый параметр, а $G_{(1,2)}^{ik} = g^{ik} + 4(\eta_{1,2}\xi - \eta_{3,4}\xi^2 J_2) F_{(0)}^{ip} F_{(0)p}^k$. Это хорошо известные в гравитации уравнения изотропной геодезической в пространстве-времени с метрикой G^{ik} методы решения таких уравнений в теории гравитации хорошо известны [8].

В зависимости от поляризации слабой электромагнитной волны ее эйконал будет удовлетворять одному из двух уравнений:

$$\begin{aligned} & \frac{r}{(r - r_g)} \left(\frac{\partial S}{\partial x^0} \right)^2 - \left(1 - \frac{r_g}{r} \right) \left(\frac{\partial S}{\partial r} \right)^2 - \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial S}{\partial \theta} \right)^2 - \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \left(\frac{\partial S}{\partial \varphi} \right)^2 + \\ & + \left\{ \frac{4\xi\eta_{1,2}}{r^6 \sin^4 \theta} - \frac{8\xi^2\eta_{3,4}}{r^{10} \sin^6 \theta} \left[(r - r_g)r(F_{31}^{(0)})^2 + (F_{32}^{(0)})^2 \right] \right\} \left\{ \left[(r - r_g)rF_{31}^{(0)} \frac{\partial S}{\partial r} + \right. \right. \\ & \left. \left. + F_{32}^{(0)} \frac{\partial S}{\partial \theta} \right]^2 \sin^2 \theta + \left[(r - r_g)r(F_{31}^{(0)})^2 + (F_{32}^{(0)})^2 \right] \left(\frac{\partial S}{\partial \varphi} \right)^2 \right\} = O(\xi^3 F^6). \end{aligned} \quad (11)$$

Из уравнений характеристик видно, что при $\eta_1 \neq \eta_2$, и $\eta_3 \neq \eta_4$, возникает эффект двулучепреломления слабой электромагнитной волны при ее распространении в сильном внешнем электромагнитном поле, мало того одна волна будет испытывать запаздывание относительно второй.

Так рассчеты проведенные для случая распространения электромагнитной волны, начинающейся на пространственной бесконечности, искривляющейся в магнитном дипольном и гравитационном полях звезды и уходящей на пространственную бесконечность показывают, что угол искривления для двух мод такой волны составляет:

$$\begin{aligned} \delta\varphi_{1,2} = & -\frac{2r_g}{b} - \frac{15\pi r_g^2}{16b^2} - \frac{15\pi\eta_{1,2}\xi|\mathbf{m}|^2}{4b^6} - \frac{384\eta_{1,2}\xi|\mathbf{m}|^2r_g}{5b^7} - \\ & - \frac{21\pi\eta_{1,2}(49\eta_1 + 231\eta_{1,2})\xi^2|\mathbf{m}|^4}{64b^{12}} + \frac{693\pi\eta_{3,4}\xi^2|\mathbf{m}|^4}{64b^{12}}. \end{aligned} \quad (12)$$

Знак минус в этом выражении показывает, что гравитационное и магнитное поля нейтронной звезды в плоскости магнитного экватора действуют на электромагнитные волны как собирающая линза. Разность $\delta\varphi = \delta\varphi_1 - \delta\varphi_2$ углов искривления лучей для двух нормальных мод электромагнитной волны:

$$\begin{aligned} \delta\varphi = & (\eta_2 - \eta_1) \left[\frac{15\pi\xi m^2}{4b^6} + \frac{384r_g\xi m^2}{5b^7} + \frac{147\pi(40\eta_1 + 33\eta_2)\xi^2 m^4}{64b^{12}} \right] + \\ & + \frac{693\pi(\eta_3 - \eta_4)\xi^2|\mathbf{m}|^4}{64b^{12}}. \end{aligned}$$

Угол нелинейно-электродинамического искривления луча электромагнитной волны, поляризованной в плоскости магнитного экватора нейтронной звезды в общем случае оказывается не равным углу искривления луча электромагнитной волны, поляризованной в перпендикулярной плоскости.

Такого рода эффекты могут достигать вполне измеримых значений. Ожидается возможность получения экспериментальных данных о проявлении этих эффектов, что даст сведения подтверждающие верность и возможности к дальнейшему развитию современных теорий нелинейной электродинамики в вакуумме.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Born M., Infeld L., Foundation of the new field theory. Proc. Roy. Soc., 1934, V. A144, P. 425-430.
2. Heisenberg W., Euler H., Consequences of Dirac Theory of the Positron. Z. Phys., 1936, B. 26, S. 714-720.

3. Burke D. L., Feld R. C., Horton-Smith G., et al. Positron Production in Multiphoton Light-by-Light Scattering. Phys. Rev. Lett., 1997, V 79, № 9, 1626-1629.
4. Уилл К. Теория и эксперимент в гравитационной физике. - М. ; Энергоатомиздат, 1985. - 293 с.
5. Denisov V. I., Krivchenkov I. V., Kravtsov N. V., The experiment for measuring of the post-Maxwellian parameters of nonlinear electrodynamics of vacuum with laser-interferometer techniques. Physical Review, D, 2004, V. 69, № 6, P. 066008.
6. Mereghetti S. Proc. NATO ASI "The Neutron Star - Black Hole Connection"; 1999, Astro-ph/9911252.
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. - М. : Наука, 1988. - 512 с.
8. Брагинский В. Б., Грищук Л. П., Дорошкевич А. Г., Зельдович Я. Б., Новиков И. Д., Сажин М. В., Электромагнитные детекторы гравитационных волн. ЖЭТФ, 1973, т. 65, №5, с. 1729.

ЭФФЕКТ КАЗИМИРА ДЛЯ ПРОВОДЯЩИХ ДВУМЕРНЫХ ПЛОСКОСТЕЙ

Н.Р. Хутнудинов^a, Р.Н. Кашапов^b

^aE-mail: nail.khusnutdinov@gmail.com; Казанский федеральный университет

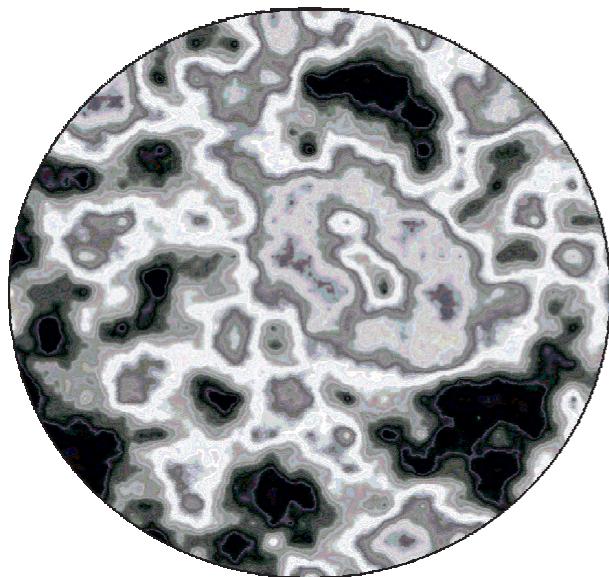
^bE-mail: —; Казанский федеральный университет

Силы ван дер Ваальса/Казимира являются универсальными и возникают между любыми телами. На малых расстояниях, когда запаздыванием взаимодействия можно пренебречь, эти силы называют силами ван дер Ваальса. На больших расстояниях они носят название сил Казимира. В классической работе Казимира была вычислена сила притяжения двух идеально-проводящих пластин.

Недавно был получен экспериментально моноатомный слой графита, получивший название графена. Графен является проводником, проводимость которого практически не зависит от частоты. В связи с этим является актуальным исследование сил Казимира для двумерных поверхностей, обладающих конечной проводимостью.

В работе получено выражение для силы Казимира для набора плоских листов графена, расположенных параллельно друг другу. При вычислении использовалось предположение, что проводимость графена является не зависящей от частоты константой. Используя данную модель, получено выражение для силы Казимира для случая двух, четырёх и шести пластин графена. Рассмотрена также модель постоянной проводимости, обрезанной на некоторой частоте. В случае одинаковых расстояний между пластинами графена получена сила Казимира в случае произвольного количества листов графена.

**SECTION C. *Multidimensional gravity and
fundamental physical constants***



Kazan, Kazan Federal University, 30.06–05.07.2014

УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ПРОБНЫХ ЧАСТИЦ И ПЯТИМЕРНЫЕ ТОЖДЕСТВА РИЧЧИ

Б.Г.Алиев^a

^aE-mail: bgaliyev@mail.ru; МГУ Дизайна и технологии, Москва

В наших работах [1,3] были рассмотрены пятимерные тождества Риччи и их редукция при $(4+1)$ -расщеплении пятимерного риманова пространства. В рамках пятимерной калибровочно-инвариантной единой теории поля [2] данные тождества распадаются, как было показано, на аналоги четырёхмерных тождеств Риччи, отражающие риманов характер четырёхмерного пространства-времени и уравнения, связанные между собой физико-геометрические характеристики, соответствующие электромагнитному и так называемому скалярному гравитационному полям. Эти уравнения при учёте обычного условия цилиндричности по пятой координате, т.е. наличии вдоль неё вектора Киллинга, расцепляются на аналог первой пары уравнений Максвелла и уравнения, связанные между собой аналог тензора электромагнитного поля и физико-геометрические характеристики напряжённости скалярного гравитационного поля. Таким образом, мы получаем, что при выполнении условия цилиндричности аналог первой пары уравнений Максвелла теряет правую «магнитно-токовую» часть, содержащую физико-геометрические характеристики электромагнитного скалярного гравитационного поля и становится однородным, т.е. не содержащим физико-геометрического аналога магнитного монополя. Анализируя пятимерные калибровочно-инвариантные уравнения геодезических, Ю.С.Владимиров в своей книге [2] отметил, что в них присутствует слагаемое, структура которого напоминает вклад в уравнения движения заряженных пробных частиц тормозного излучения [5] и поставил задачу установить соответствие между физико-геометрическими характеристиками, входящими в это слагаемое, и реальными составляющими слагаемого, ответственного за вклад тормозного излучения в данные уравнения движения. Были рассмотрены и проанализированы редуцированные пятимерные калибровочно-инвариантные уравнения движения заряженных пробных частиц, т.е. пятимерные геодезические, и оказалось, что при учёте рассмотренных выше редуцированных тождеств Риччи, можно прийти к выводу, что зависящая от гравитационного скалярного поля так называемая "пятимерная" масса заряженной пробной частицы [4] порождает в данных уравнениях движения слагаемое, соответствующее по своей структуре вкладу электромагнитного тормозного излучения. Более того, это слагаемое появляется даже при отсутствии внешнего электромагнитного поля, откуда можно сделать вывод, что тормозное излучение связано скорее всего с движением электрического заряда, взаимодействующего как с электромагнитным, так и со скалярным гравитационным полем. Но ввиду малой величины градиента скалярного гравитационного поля [4], основной вклад в это излучение даёт взаимодействие с электромагнитным полем. Таким образом, отсюда следует возможность сделать вывод о том, что наличие электромагнитного тормозного излучения и его скалярно-гравитационного аналога, а также вероятное отсутствие классического магнитного монополя являются следствиями римановой структуры пятимерного мира и его цилиндричности по пятой координате.

Литература

- [1] Алиев Б.Г. Редукция пятимерных тождеств Риччи и их физические след- ствия, В кн.: Сборник тезисов 13-й Российской гравитационной конфе-ренции - Международной конференции по гравитации, космологии и астро- физике, М., Изд. РУДН, 2008 г., с. 80.
- [2] Владимиров Ю.С. Геометрофизика, М., Бином, Лаборатория знаний, 2005 г.
- [3] Алиев Б.Г. Пятимерные тождества Риччи и уравнения Максвелла, Сборник тезисов V-й международной конференции по гравитации и астрофизике стран азиатско-тихоокеанского региона, М., Изд.РУДН, 2001 г., с. 23.
- [4] Алиев Б.Г. Поведение заряженных частиц в пятимерной теории гравитации, В кн.: Современные проблемы общей теории относительности, Изд. ИФ АН БССР, Минск, 1979 г., с. 154.
- [5] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля, М., "Наука" 1988 г.

МАШИНА ВРЕМЕНИ И ТЕМНАЯ ЭНЕРГИЯ

А.К. Гут^a

^aE-mail: aguts@mail.ru; Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского, Омск, Россия

В монографии [1] описывается проект машины времени, в котором переход в прошлое осуществляется за счет создания 4-мерной кротовой норы, ведущей из настоящего в прошлое в едином потоке 5-мерного времени. Другими словами, 4-мерное пространство-время ($M^4, g^{(4)}$) рассматривается как слой (брана) в 5-мерном замкнутом лоренцевом многообразии ($M^5, g^{(5)}$), $g^{(4)} = g^{(5)}|_{M^4}$, со слоением, расположенной в M^5 так, что можно соединить событие $a \in M^4$, принадлежащее настоящему, с событием b , лежащим в прошлом, с помощью направленной в будущее времениподобной (относительно 5-метрики $g^{(5)}$) гладкой кривой. С точки зрения геометрии такая ситуация возможна, если M^4 реализуется в M^5 как так называемый *пружинный слой* гладкого слоения \mathcal{F} , которое расслаивает M^5 на множество слоев $\mathcal{F} = \{F_\alpha\}$, $M^5 = \cup_\alpha F_\alpha$, $F_\alpha \cap F_\beta = \emptyset$ ($\alpha \neq \beta$), одним из которых является наше пространство-время M^4 .

В [1] анализировался случай, когда пространство-время не оказывалось пружинным слоем, и случай, когда пружинные слои в слоение вообще отсутствуют. Было показано, что можно добиться появления пружинных слоев за счет разного рода неинтегрируемых деформаций слоения \mathcal{F} в новое слоение \mathcal{F}' , и были оценены необходимые для этого затраты энергии.

Для того чтобы образовались пружинные слои необходимо, например, деформировать слоение так, чтобы оно превратилось в *расширяющееся* (expansive) слоение, в котором каждый слой убегает прочь от ближайшего к нему другого слоя. Ясно, что для этого нужно включить источник энергии, способствующий отталкиванию одного слоя, т.е. одной браны от другого слоя, т.е. другой браны. (Отталкивание

затрагивает и траектории в слоях). Естественным необходимым источником энергии для данной деформации является темная энергия в балке.

Убегание слоя F_x , проходящего через точку x , от слоя F_y , проходящего через точку y , измеряется следующим образом [2]. Возьмем $R > 0$ и рассмотрим путь γ_x в F_x с началом x и с длиной не большей, чем R , и спроектируем его локально на F_y , начиная с точки x . Пусть $p_{loc}(\gamma_x)$ результирующий путь в F_y . Проделаем это же с аналогичным путем γ_y в F_y с началом y и спроектируем его на F_x . Пусть

$$\begin{aligned} d_1 = \sup_{\gamma_x, l(\gamma_x) \leq R} \sup_t d(\gamma_x(t), p_{loc}\gamma_x(t)), \quad d_2 = \\ \sup_{\gamma_y, l(\gamma_y) \leq R} \sup_t d(\gamma_y(t), p_{loc}\gamma_y(t)), \quad d_R(x, y) = \max(d_1, d_2). \end{aligned}$$

Слоение \mathcal{F} риманова многообразия $(M^5, h^{(5)})$ называется *расширяющимся*, если существует $\varepsilon > 0$ такое, что для каждой пары точек x и y в M^5 , достаточно близких, чтобы допускалась вышеописанная конструкция, найдется $R > 0$, для которого $d_R(x, y) > \varepsilon$. (Независимое от метрики $h^{(5)}$ определение расширяющегося слоения дано в [3]).

Inaba и Tsuchiya [3] доказали, что расширяющееся слоение коразмерности 1 замкнутого многообразия обладает пружинным слоем. Можно также показать, что в таких слоениях пружинные слои плотны [2, р.64], и, следовательно, машина времени – распространенное космическое явление.

Литература.

1. Гуц А.К. Физика реальности. Омск: Изд-во КАН, 2012. 424 с.
2. Langevin R. A List of Questions about Foliations / Workshop on Topology "Differential topology, foliations, and group actions". January 6-17, 1992. Rio de Janeiro, Brazil. AMS Publ., 1994.
3. Inaba N., Tsuchiya N. Expansive foliations // Hokkaido Math. J. 1992. V.21. P.39–49.

QUANTUM BILLIARDS IN MULTIDIMENSIONAL MODELS WITH BRANES

V.D. Ivashchuk^a, V.N. Melnikov^b

^aE-mail: ivashchuk@mail.ru; Center for Gravitation and Fundamental Metrology, VNIIMS, 119361 Russia, Moscow, Ozyornaya st., 36; Peoples' Friendship University of Russia, 117198 Russia, Moscow, Miklukho-Maklaya st., 6

^bE-mail: melnikov@phys.msu.ru; Center for Gravitation and Fundamental Metrology, VNIIMS, 119361 Russia, Moscow, Ozyornaya st., 36; Peoples' Friendship University of Russia, 117198 Russia, Moscow, Miklukho-Maklaya st., 6

Gravitational D -dimensional model with l scalar fields and several forms is considered. When cosmological type diagonal metric is chosen, electro-magnetic composite brane ansatz is adopted and certain restrictions on branes are imposed the conformally-covariant Wheeler-DeWitt (WDW) equation for the model is studied. Under certain restrictions asymptotic solutions to WDW equation are found in the limit of the formation of the billiard walls which reduce the problem to the so-called quantum billiard on the $(D+l-2)$ -dimensional Lobachevsky space. Two examples of quantum billiards are considered. The

first one deals with 9-dimensional quantum billiard for $D = 11$ model with 330 four-forms which mimic space-like $M2$ - and $M5$ -branes of $D = 11$ supergravity. The second one deals with the 9-dimensional quantum billiard for 10-dimensional gravitational model with one scalar field, 210 four-forms and 120 three-forms which mimic space-like $D2$ -, $D4$ -, $FS1$ - and $NS5$ -branes in $D = 10$ IIA supergravity. It is shown that in both examples wave functions vanish in the limit of the formation of the billiard walls (e.g. at the singularity for $D = 11$) but magnetic branes could not be neglected in calculations of quantum asymptotic solutions while they are irrelevant for classical oscillating behaviour when all electric branes are present [1]. The special case of quantum billiard in $11D$ model which mimics $M2$ branes was considered earlier in [2].

References

- [1] V.D. Ivashchuk and V.N. Melnikov, Quantum billiards in multidimensional models with branes, *Eur. Phys. J. C* **74**: 2805, p. 1-13 (2014).
- [2] V.D. Ivashchuk and V.N. Melnikov, Quantum billiards in multidimensional models with fields of forms, *Grav. Cosmol.* **19**, No. 3 (2013); arXiv: 1306.6521.

ON THE COUPLING OF STABLE ELEMENTARY PARTICLES MASSES WITH THE SPACE DIMENSION

V.M. Koryukin^a

^aE-mail: vmkoryukin@gmail.com; Mari State University, Yoshkar-Ola, Russia

The last astronomical data [1] do not let to doubt what the Universe is classified among the physical systems, the information's on which's it is impossible to consider the full one. As is known, for the description of the similar systems it is used the formalism in which the functions have the probable interpretation. As a result it might be out of place worthwhile to remember the Boltzmann fluctuation hypothesis of the Universe birth supplementing it the assumption about the existence of the great background from weakly interacting particles. That's precisely this supposition does the task of the construction of the Universe stationary model the practicable one. What is more, we shall suppose that the greater part of these particles exist in the degenerate (basic) state inserting the minor contribution in the vacuum polarization for the estimation of which the space curvature is used, what allows to solve the problem of the Universe planeness.

Neutrinos and antineutrinos of various flavors are classified among such kind of particles, their participation only in weak interactions is the peculiarity of which's. The total density of neutrinos and antineutrinos in the Universe is not known, because the estimations can be obtained when considering the inelastic scatterings, having the enough high energy thresholds. Having the neutrino Universe and considering the Fermi-Dirac statistics, we can remember on the Sakharov's hypothesis [2], in which the vacuum elasticity and the gravitational interaction of macroscopic bodies were interconnected. As a result it might be worthwhile to use the elasticity of the neutrino Fermi liquid for that object with the

sufficiently high Fermi energy ε_F (characterizing of the Fermi particles density in the Universe).

Bashkin's papers [3] appearing in 80th on a propagation of the spin waves in the polarized gases initiated the supposition, that the analogous collective oscillations are possible under certain conditions as well as in the neutrinos medium [4]. Precisely it with the attraction of the Casimir effect allowed to connect the gravitational constant $G_N \sim 10^{-38} GeV^{-2}$ with parameters of the electroweak interaction ($G_N \propto \sigma_{\nu e}$, $\sigma_{\nu e}$ is the cross-section for scattering of a neutrino on an electron) [5]. Taking account of the obtained result and also the empirical formula $H_o/G_N \approx m_\pi^3$, ($m_\pi \sim 10^{-1} GeV$ is the pion mass, $H_o \sim 10^{-42} GeV$ is the Hubble constant) it can offer the interpretation of the Hubble constant as a quantity characterizing kinetic process of a relaxation in the Universe (we shall use the system of units $h/(2\pi) = c = 1$, where h is the Planck constant and c is the velocity of light).

We consider that the partition of the Universe matter on two subsystems is a description method allowing the construction of the Universe evolution theory not resorting to fantastic forms of a matter. In the first place it is necessary to give a definition of fast subsystem particles as particles participating in strong and electroweak interactions, at the time as slow subsystem particles do not have such opportunity. Causes of this can be the very different. According to our supposition for the most part of slow subsystem particles is what they being fermions (particles with a half-integer spin) formulate quantum liquids (the Fermi liquid, the Bose liquid from fermionic pairs). When particles go from the ground state to the excited one they acquire all properties of fast subsystem fermion — the color charge and (or) the electric charge.

In the degenerate state background fermions of Universe, generating Fermi and Bose liquids, are weakly-interacting particles, but it is not excluded by the interaction with hadrons their exhibition as color fermions — ghosts. We do not exclude also the possibility, that in the state of the Fermi liquid they must be considered as right neutrinos and left antineutrinos with the sufficiently high Fermi energy ε_F (“sterile” neutrinos and “sterile” antineutrinos) [6]. It must be exhibited in the absence of these particles by decays attributed to weak interactions of low energies (a mirror asymmetry). Thus for example, it can be interpreted a lepton production upon a charged pion decay as a freezing-out of color degrees of freedom what is expressed in the form of the spontaneous breaking of the $SU(3)$ symmetry, characterizing the interaction of color quarks to the $SU(2) \times U(1)$, symmetry characterizing the electroweak interactions of leptons [7].

Using the Ginzburg — Landau theory it can consider, that hadrons are the analog of second-kind super-conductors with the large London penetration depth, defined by sizes of strongly interacting elementary particles ($\lambda < 10 GeV^{-1}$). At the freezing-out of color degrees of freedom and at the increase of the order parameter bound to the density of neutrino Cooper pairs, we obtain the vacuum as the first-kind super-conductor with the small London penetration depth (the value $1/m_Z$ can play its role, m_Z is the rest mass of the Z° -boson).

We note that the transition to the description of the slow subsystem by the adaptation of the space-time manifold is carried when the Fermi energy ε_F of “sterile” neutrinos tends to infinity. In this case the quotation-marks in the words of “sterile” neutrinos can be discarded, because these neutrinos will not interact with the other particles even at very high energies.

The principle of the theoretical notion adequacy to experimental data must be put in

the base of the serious physical theory. It is precisely therefore we attach the fundamental importance to symmetries which in the condensed (pithy) form. For this in the elementary particle physics is used the scattering matrix which allows to guess a form of transition operators if only for linear approximation. Because we must forecast results of future experiments, the description of physical systems states will proceed by use of smooth functions, which it is desirable to obtain as solutions of differential equations. It is precisely therefore we shall approximate the transition operators by differential operators using the variation formalism. We note that the presence of the neutrino background with the finite Fermi energy ε_F is the catalytic agent of stochastic processes, but the large value of this energy causes to the determinancy of physical processes. Specifically we connect the large value of the Fermi energy and the low temperature of the neutrino background with the stability (or if only with the metastability) of elementary particles.

Let us consider the packet $\{\Psi(\omega)\}$ of functions given in some domain of a parametrical space M_r and let the substitutions

$$\Psi \longrightarrow \Psi + \delta\Psi = \Psi = \delta T(\Psi)$$

are the most general infinitesimal ones, where δT are infinitesimal operators of a transition (we do not concretize at first which type of symmetries by them are given). We note that just the operators δT , defined by a scattering matrix, will generate the symmetries characterizing the studied interactions.

We draw smooth curves through the common point $\omega \in M_r$ with the assistance of which we define the corresponding set of vector fields $\{\delta\xi(\omega)\}$. Further we define the deviations of fields $\Psi(\omega)$ in the point $\omega \in M_r$ as

$$\delta_\circ\Psi = \delta X(\Psi) = \delta T(\Psi) - \delta\xi(\Psi)$$

and we shall require that these deviations were minimal ones even if in “the mean”. If we state the task — to find the smooth fields $\Psi(\omega)$ in the studied domain Ω_r of the parameters space M_r , then it can turn out to be unrealistic one (possibly $r \gg 1$ and possibly $r \rightarrow \infty$). That's precisely therefore the task of the finding of the restrictions $\Psi(x)$ on the manifold M_n ($x \in M_n \subset M_r$, $n \leq r$) will present an interest.

Let the square of the semi-norm $|X(\Psi)|$ has the form as the following integral

$$\mathcal{A} = \int_{\Omega_n} \mathcal{L} d_n V = \int_{\Omega_n} \kappa \overline{X(\Psi)} \varrho X(\Psi) d_n V \quad (1)$$

(we shall name \mathcal{A} as an action and \mathcal{L} as a Lagrangian also as in the field theory). Here and further κ is a constant; $\varrho = \varrho(x)$ is the density matrix and the bar means the generalized Dirac conjugation which must coincide with the standard one in particular case that is to be the superposition of Hermitian conjugation and the spatial inversion of the space-time M_4 . We shall name solutions $\Psi(x)$ of differential equations, which are being produced by the requirement of the minimality of the integral (1), as the maximum plausible realizations of Lie local loops [8] and we shall use for the construction of the all set of functions $\{\Psi(x)\}$ (generated by the transition operators).

Of course for this purpose we can use the analog of the maximum likelihood method employing for the probability amplitude, but not for the probability as in the mathematical statistics. As is known, according to the Feynman's hypothesis the probability amplitude

of the system transition from the state $\Psi(x)$ in the state $\Psi'(x')$ equal to the following integral

$$K(\Psi, \Psi') = \int_{\Omega(\Psi, \Psi')} \exp(i\mathcal{A}) \mathcal{D}\Psi = \\ \lim_{N \rightarrow \infty} I_N \int d\Psi_1 \dots \int d\Psi_k \dots \int d\Psi_{N-1} \exp \left(i \sum_{k=1}^{N-1} \mathcal{L}(\Psi(x_k)) \Delta V_k \right) \quad (2)$$

($i^2 = -1$; the constant I_N is chosen so that the limit is existing). So, the formula (2) allows describe the physical process in the quantum theory the most adequately. At the same time the functions $\Psi(x)$, being the solutions of differential equations and obtaining from the requirement of the minimum of the action \mathcal{A} , may be the maximum likelihood ones only, but then they allow to describe the same physical system in condensed (short) form. In this approach the Lagrangian \mathcal{L} plays the more fundamental role than differential equations which are generated by it. As the transition operators are constructed on the base of experimental data, then the differential equations, obtained in a result of the Lagrangian special choice in the action (1), can name as the differential equations of the root-mean-square regression Ψ on x .

Let E_{n+N} is the vector fiber space with the base M_n and the projection π_N , $\Psi(x)$ is the arbitrary section of fibre bundle E_{n+N} , ∂_i is the partial derivative symbol. Let us to consider the infinitesimal substitutions defining the vector space mapping of the neighbour points x and $x + \delta x$ ($x \in U$, $x + \delta x \in U$, $U \subset M_n$) and conserving the possible linear dependence between vectors. We demand that the action \mathcal{A} was the invariant one with respect to the infinitesimal substitutions

$$x^i \longrightarrow x^i + \delta x^i = x^i + \delta\omega^a(x)\xi_a^i(x), \quad (3)$$

$$\Psi^A(x) \longrightarrow \Psi^A(x) + \delta\omega^a(x)T_a^A(x)\Psi^B(x), \quad (4)$$

of the local Lie loop $G_r(x)$ conserving the type of geometrical objects (here and further x^i are the co-ordinates of the point x ; $x^i + \delta x^i$ are the co-ordinates of the point $x + \delta x$; $\Psi^A(x)$ are the components of the vector field $\Psi(x)$; $\delta\omega^a(x)$ are the components of the infinitesimal vector field $\delta\omega(x)$ being the section of the vector fibre bundle E_{n+r} with the base M_n and with the projection π_r ; Latin indices a, b, c, d, e will run the values of integers from 1 to r ; Latin indices i, j, k, l, \dots will run the values of integers from 1 to n ; Latin capital indices A, B, C, D, E will run the values of integers from 1 to N). By this the components $C_{ab}^c(x)$, alternating on down indices of the structural tensor, must satisfy to the generalized Jacobi identities [9]:

$$C_{[ab}^d C_{c]d}^e - \xi_{[a}^i \nabla_{|i|} C_{bc]}^e + R_{ij[a}^e \xi_b^i \xi_c^j = 0 \quad (5)$$

(R_{ijc}^e are the curvature tensor components of the connection $\Gamma_{ia}^b(x)$).

That the appearance of stringent restrictions can be excluded on a Lagrangian when $\nabla_i \delta\omega^a \neq 0$ we introduce its dependence on additional fields $\mathcal{B}(x)$, the changes of which's contain the covariant derivatives $\nabla_i \delta\omega^a$ of infinitesimal parameters $\delta\omega^a(x)$, in consequence of this they are named as gauge fields. Let

$$\mathcal{B}\mathcal{B}^+ = \rho \text{tr}(\mathcal{B}\mathcal{B}^+)$$

in the Lagrangian (1) ($\text{tr } \rho = 1$, $\rho^+ = \rho$, the top index “+” is the symbol of the Hermitian conjugation). Further fields $\Psi(x)$ we shall name as prime ones. We denote the components of the gauge fields $\mathcal{B}(x)$, as: $\mathcal{B}_a^b(x)$. By this the transformation law of gauge fields $\mathcal{B}(x)$, must have the form:

$$B_\alpha^c \longrightarrow B_\alpha^c + \delta_\circ B_\alpha^c + \delta\omega^b \xi_b^i \partial_i B_\alpha^c, \quad (6)$$

where the changes $\delta_\circ B_\alpha^c$ in a point $x \in M_n$ are defined by the equality

$$\delta_\circ B_\alpha^c = \delta\omega^b U_{b\alpha}^c(B) + \nabla_i \delta\omega^b Z_{b\alpha}^{ic}(B).$$

Here and further $U_{b\alpha}^c(B)$ and $Z_{b\alpha}^{ic}(B)$ are arbitrary functions of gauge fields which's ought to be defined [9].

Probably the rank of the density matrix ρ equals n , but it is impossible to eliminate that the generally given equality is satisfied only approximately when some components of a density matrix can be neglected. In any case we shall consider that among fields \mathcal{B} the mixtures Π_a^i were formed with non-zero vacuum means h_a^i which determine differentiable vector fields $\xi_a^i(x)$ for considered domain Ω_n as:

$$\Pi_a^i = \mathcal{B}_a^b \xi_b^i$$

(fields $\xi_a^i(x)$ determine a differential of a projection $d\pi$ from $\Omega_r \subset M_r$ in Ω_n). It allows to define a Riemannian space-time M_n° , the basic tensor $g_{ij}(x)$ of which we shall introduce through a reduced density matrix $\rho'(x)$. As a result it can be “to hide” a part of fields by a non-trivial geometrical structure.

So let components ρ_i^j of a reduced density matrix $\rho'(x)$ are determined by the way:

$$\rho_i^j = \xi_i^{+a} \rho_a^b \xi_b^j / (\xi_k^{+c} \rho_c^d \xi_d^k) = \Pi_i^{+a} \Pi_a^j / (\Pi_k^{+b} \Pi_b^k).$$

and let fields

$$g^{ij} = \eta^{k(i} \rho_k^{j)} (g^{lm} \eta_{lm})$$

are components of a tensor of a converse to the basic tensor of the space-time M_n° (M_n° has the local diffeomorphism in M_n). By this components $g_{ij}(x)$ of the basic tensor must be the solutions of following equations:

$$g^{ij} g_{ik} = \delta_k^j$$

(hereinafter η_{ij} are metric tensor components of a tangent space to M_n° and η^{ik} are determined as the solution of equations: $\eta^{ij} \eta_{ik} = \delta_k^j$; δ_j^i are Kronecker deltas).

Let us note the integral (1) in the following manner

$$\mathcal{A}_t = \int_{\Omega_n} \mathcal{L}_t d_n V = \int_{\Omega_n} [\mathcal{L}_\circ + \mathcal{L}_1(\Psi) + \mathcal{L}_2(\mathcal{B})] d_n V, \quad (7)$$

where \mathcal{L}_\circ is the constant which is connected with the normalization of the integral (2) and

$$\mathcal{L}_1 = \kappa \overline{X^b}(\Psi) \rho_b^a X_a(\Psi) = \kappa \overline{D^a} \Psi D_a \Psi / (\mathcal{B}_b^c \mathcal{B}_c^b),$$

$$D_a \Psi = -\mathcal{B}_a^c X_c(\Psi) = \mathcal{B}_a^c (\xi_c^i \nabla_i \Psi - L_c \Psi).$$

Since the action (7) must be invariant by infinitesimal substitutions of the Lie local loop G_r , then the Lagrangian $\mathcal{L}_2(\mathcal{B})$ must depend on the gauge [10] (boson) fields $\mathcal{B}(x)$ by intensities $\mathcal{F}_{ab}^c(B)$ having the form

$$\mathcal{F}_{ab}^c = \Theta_d^c (\Pi_a^i \partial_i \mathcal{B}_b^d - \Pi_b^i \partial_i \mathcal{B}_a^d + \Xi_{ab}^d),$$

where

$$\Theta_b^c = \delta_b^c - \xi_b^i \Pi_i^d (\mathcal{B}_d^c - \beta_d^c), \quad \Xi_{ad}^b = (\mathcal{B}_a^c L_{cd}^e - \mathcal{B}_d^c L_{ca}^e) \mathcal{B}_e^b - \mathcal{B}_a^c \mathcal{B}_d^e C_{ce}^b.$$

Hereinafter a selection of fields $\Pi_i^a()$ and β_c^a are limited by the relations:

$$\Pi_j^a \Pi_a^i = \delta_j^i, \quad \beta_c^a \xi_a^i = h_c^i.$$

Further it is convenient to use the following Lagrangian:

$$\mathcal{L}_2(\mathcal{B}) = \kappa'_o \mathcal{F}_{ab}^c \mathcal{F}_{de}^f [t^{ad}(s_c^e s_f^b - v s_c^b s_f^e) + t^{be}(s_f^a s_c^d - v s_c^a s_f^d) + u_{cf}(t^{ad} t^{be} - v t^{ab} t^{de})]/4$$

(κ'_o, v are constants) [10]. If $s_a^b = \delta_a^b$, $t^{ab} = \eta^{ab}$, $u_{ab} = \eta_{ab}$ (η_{ab} are metric tensor components of the flat space and η^{ab} are tensor components of a converse to basic one) then the given Lagrangian is most suitable one at the description of the symmetry matter (all matter states are equally likely), because it is most symmetrical one concerning intensities \mathcal{F}_{ab}^c of the gauge fields. What is more we shall require the realization of the correlations:

$$L_a^b \eta^{cd} + L_{ac}^d \eta^{cb} = 0,$$

that the transition operators L_{ac}^b generate the symmetry which follows from the made assumptions.

Let's connect non-zero vacuum means β_a^b of gauge fields \mathcal{B}_a^b with a spontaneous violation of a symmetry which we must consider as a phase transition with a formation a Bose condensate from fermions pairs. The transition to the stage of the matter evolution of the observable region of the space for which one it is possible to suspect the presence of cluster states of weakly interacting particles will be expressed in following formula for tensors s_a^b , t^{ab} , u_{ab} and h_i^a :

$$\begin{aligned} s_a^b &= s \xi_a^i h_i^b + \xi_a^c \epsilon_{\underline{c}}^b, \quad t^{ab} = t \epsilon_{(i)}^a \epsilon_{(j)}^b \eta^{(i)(j)} + \epsilon_{\underline{c}}^a \epsilon_{\underline{d}}^b \eta^{cd}, \\ u_{ab} &= u \xi_a^i \xi_b^j h_i^c h_j^d \eta_{cd} + \xi_a^c \xi_b^d \eta_{\underline{cd}}, \quad h_i^a = h_i^{(j)} \epsilon_{(j)}^a \end{aligned} \tag{8}$$

((i), (j), (k), (l), ... = 1, 2, ..., n; $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}, \underline{d}, \underline{e} = n+1, n+2, ..., n+r$; $r/r \ll 1$), where fields $h_i^{(j)}(x)$, taking into account the relations (8), are determined uniquely from equations: $h_k^a h_a^i = \delta_k^i$. Similarly tensors $\eta^{(i)(j)}$, η^{ab} are determined from equations: $\eta^{(i)(k)} \eta_{(j)(k)} = \delta_{(j)}^{(i)}$, $\eta^{ab} \eta_{\underline{cb}} = \delta_{\underline{c}}^a$, while tensors $\eta_{(i)(j)}$, η_{ab} are determined as follows $\eta_{(i)(k)} = \eta_{ab} \epsilon_{(i)}^a \epsilon_{(k)}^b$, $\eta_{ab} = \eta_{cd} \epsilon_{\underline{a}}^c \epsilon_{\underline{b}}^d$. We shall connect constants $\epsilon_{(i)}^a$, $\epsilon_{\underline{b}}^a$ with a selection of the gauge fields $\Pi_i^a(x)$ recording them by in the form

$$\Pi_i^a = \Phi_i^{(j)} \epsilon_{(j)}^a + P_i^{\underline{b}} \epsilon_{\underline{b}}^a$$

and let $\epsilon_{\underline{b}}^a = 0$. Besides we shall apply the decomposition of fields $B_b^a(x)$ in the form

$$\mathcal{B}_c^a = \zeta_i^a \Pi_c^i + \zeta_{\underline{b}}^a A_c^{\underline{b}},$$

where $A_b^a = B_b^c \xi_c^a$.

Note that we decompose the physical system described by fields $\mathcal{B}_c^a(x)$ on two subsystems. One of them described by fields $\Pi_c^i(x)$ will play the role of the slow subsystem. In addition components of intermediate tensor fields $\xi_a^i(x)$, $\xi_a^b(x)$, $\zeta_i^a(x)$, $\zeta_b^a(x)$ should be connected by the relations: $\zeta_i^a \xi_a^j = \delta_i^j$, $\zeta_i^a \xi_a^b = 0$, $\zeta_b^a \xi_a^j = 0$, $\xi_a^c \zeta_b^a = \delta_b^c$. That's precisely what will be the first step by the construction of the condensed description for the present stage of the matter evolution of the Universe observable region. So, considering the indistinguishability of physical states of weakly interacting particles we shall use the reduced set of fields $\{\Pi_c^i, A_c^b\}$ instead of the full set $\{\mathcal{B}_b^a(x)\}$.

We shall use that smooth manifolds are locally diffeomorphic ones to the Euclidean space or to the pseudo-Euclidean space in a certain neighborhood of any point. Therefore we shall choose the connection components $\Gamma_{ia}^b(x)$ equal to zero in the region under consideration. As a result the structure equations (5) are rewritten in the form:

$$C_{[ab}^d C_{c]d}^e - \xi_{[a}^i \partial_{|i|} C_{bc]}^e = 0. \quad (9)$$

So, suffice it to assume

$$\xi_{[a}^i \partial_{|i|} C_{bc]}^e = 0 \quad (10)$$

that in the points of space M_n , in which the correlations (10) are satisfied, the Lie local loop can be named the Lie local group (the Jacobi identities are satisfied: $C_{[ab}^d C_{c]d}^e = 0$).

Since stable states or metastable states are characterized the specific symmetries, then giving the parameter dependence of structural tensor components C_{ab}^c , we can describe decay processes of elementary particles if only approximately. Specifically, we shall consider that the process of the spontaneous symmetry breaking is characterized the quasi-group structure. (Of course we take account of the presence of the Universe neutrino background which is the catalytic agent of stochastic processes, including decays of elementary particles). In consequence of this it is logically connect the stability of differential equations (9) solutions with the stability of elementary particles. As a result functions C_{ab}^c must describe the process of spontaneous breaking of symmetry at hadrons decay, including with the violation of baryonic charge conservation.

If the Lie local loop operates in the space of the affine connection as transitively so and effectively ($n = r$), then it can choose the components ξ_a^i of the intermediate tensor field equaled to the Kronecker symbols δ_a^i in a neighborhood of a point ω . As a result we must test the solution stability of differential equations

$$C_{[ab}^d C_{c]d}^e - \partial_{[a} C_{bc]}^e = 0.$$

Specifically, when $n = r = 8$, it allows to do not increase the count of gauge fields beyond 8 as in the grand unified theory. Thereby we consider that gluons attend in the space domain where intermediate vector bosons are absent and on the contrary intermediate vector bosons attend in the space domain where gluons are absent. Here we can use the theory of second-kind superconductor. In the given case the order parameter must be connect with the density of Cooper neutrino pairs considering that it is reducing to the hadron center. That's precisely what causes to the dependence of properties both fermions and vector bosons in different space domains.

Note that in more general cases, when the connection components $\Gamma_{ia}^b(x)$ are not equal to zero and the Lie local loop operates in the space of the affine connection as transitively so and effectively, then the correlations (5) become in the Ricci identity

$(C_{ab}^c = 2S_{ab}^c)$. Because the symmetry, characterizing the physical system, is selected in terms of experimental data, the geometrical structure tied to the symmetry is only the maximum plausible one. Hence it follows that it is desirable to use the spaces of the affine connection with the torsion for the description of particles. What is more precisely the torsion must depend on a rest mass of a particle. The assumption on the “sea” of quarks in the ground state allows using the Landau theory of the Fermi liquid considering observable particles as quasi-particles on the background of “sterile” neutrinos and “sterile” antineutrinos. (We evolve the Dirac hypothesis on the presence of the electrons sea with negative energies in the Universe for the explanation of the electrons stability with positive energies.) The properties of the latter’s must define the geometrical and topological properties of the space-time. Personally it must not be the simply connected space if physical systems are considered at sufficiently low energies that allow explaining the charge quantization of observable particles. As a result we forecast the appearance the new physics just at sufficiently high energies.

At present veritable elementary observable particles are considered charged leptons. Besides stable leptons are only electrons and positrons. We shall consider them excited states of “sterile” neutrinos and antineutrinos [7], which are in the ground state under the temperature T_0 (the temperature of the cosmic microwave background may be its estimation) and the Fermi energy ε_F (the open resonance (126GeV) at LHC may be its estimation) in the boundary layer of Fermi sphere. The stability condition for the electron is written as

$$3\alpha T_0 \varepsilon_F^2 \approx m_e^3 \quad (11)$$

($m_e \approx 0.5 \cdot 10^{-3}\text{GeV}$ is the electron mass, α is fine structure constant). Here we took into account the Lie algebra dimension of Lie group $SU(2)$, which characterizes the properties of the lepton interior space, and also the equality of the pressure and the temperature for the electron and “sterile” neutrinos. The crude estimation shows ($\alpha \sim 10^{-2}$, $T_0 \sim 10^{-13}\text{GeV}$, $\varepsilon_F \sim 10^2\text{GeV}$), that the relationship (11) is satisfied. For arbitrary charged leptons the relationship (11) need be rewritten in the form:

$$3\alpha T_0 \varepsilon_F^2 \leq m^3.$$

If we shall consider hadrons, then it need take into account, that the properties of their interior space (in specifically, for the stable proton ($m \approx 1\text{GeV}$)) are characterized by the group $SU(3)$ (the space dimension n is equal to 8). As a result the stability condition (11) for the proton is rewritten in the form:

$$8\alpha_p T_{op} \varepsilon_{Fp}^7 \approx m_p^8. \quad (12)$$

What is more, considering so named “black holes” as hadrons with the large baryon number [11], we can use the relationship (12) as the stability condition of theirs. By this it is inexpediently the study of the gravitation ignoring the torsion of the space M_n .

References

- [1] B. Leibundgut and J. Sollerman, Europhysics news, V. 32 (2001), 121.
- [2] A.D. Sakharov, Doklady AN SSSR, seria matematika, fizika, V. 177 (1967), N 1, 70.

- [3] E.P. Bashkin, Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters, V. 33 (1981), 11.
- [4] V.M Koryukin, Proceedings of III Int. Symp. on Weak and Electromagnetic Interactions in Nuclei, Dubna, Russia (Ts. D. Vylov, ed., World Scientific, Singapore, 1992), P.456.
- [5] V.M. Koryukin, in the book of Recent problems in field theory. - Ed. prof. A.V. Aminova, Kazan, 1998, P. 198.
- [6] V.M. Koryukin. Proceedings of the Fifteenth Lomonosov Conference on Elementary Particle Physics, Editor Alexander I. Studenikin, World Scientific, Singapore, 2013. P. 436.
- [7] V.M. Koryukin, Proceedings of the XIX International Baldin Seminar on High Energy Physics Problems: Relativistic Nuclear Physics and Quantum Chromodynamics, (Dubna, Russia, September 29 — October 4, 2008). — Dubna: JINR, 2008. — V. 1. — XVI, 325 p. P. 61.
- [8] A.I. Mal'tsev, Analiticheskie lupy, Matematicheskij sbornik, V. 36 (1955), N 3, 569.
- [9] V.M. Koryukin. Kvazigruppovye simmetrii v teorii fundamental'nykh vzaimodejstvij. MarGTU, Joshkar-Ola, 2004 (in Russian).
- [10] V. Koryukin. In Proceedings of the XXV international workshop on the fundamental problems of high energy physics and field theory “Geometrical and Topological Ideas in Modern Physics” (Ed. V A Petrov) (Protvino: IHEP, 2002). P. 56.
- [11] V.M. Koryukin, Proceedings of International Scientific Meeting “Physical Interpretations of Relativity Theory - 2013” (PIRT-2013) (Moscow, BMSTU, 1 – 4 July 2013). Edited by M.C. Duffy, V.O. Gladyshev, A.N. Morozov, P. Rowlands. Moscow: BMSTU, 2013. P. 163-169.

ТОЧНЫЕ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ В КОСМОЛОГИИ ЭЙНШТЕЙНА-ГАУССА-БОННЕ

С.А. Павлюченко^a, А.В. Топоренский^b, Д.М. Чирков^c

^aE-mail: —; Instituto de Ciencias Fisicas y Matematicas, Universidad Austral de Chile, Valdivia, Chile

^bE-mail: —; Государственный Астрономический Институт им. П.К.Штернберга, Москва, Россия

^cE-mail: chirkovdm@live.com; Государственный Астрономический Институт им. П.К.Штернберга, Москва, Россия

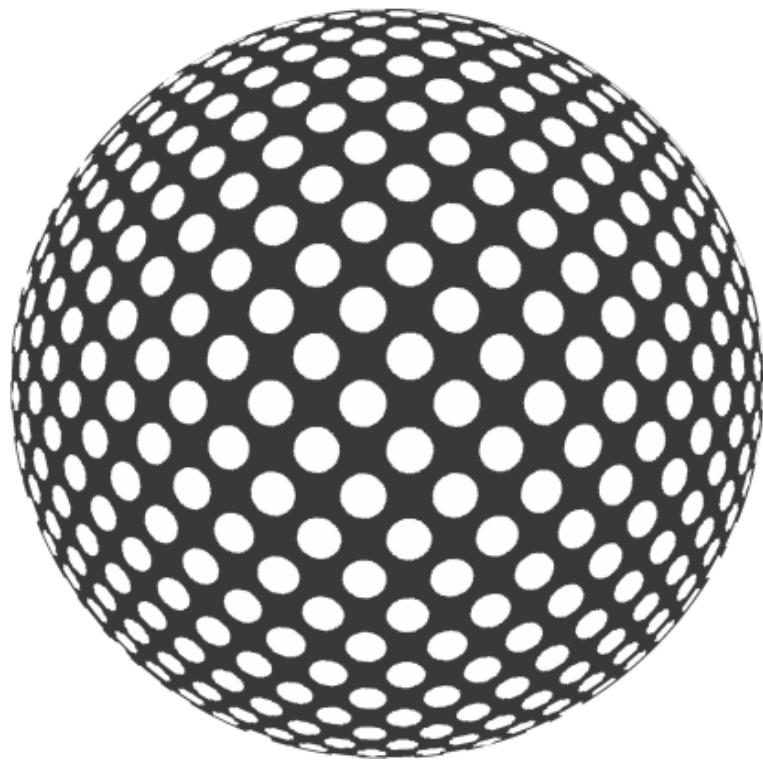
Доклад посвящен новым точным космологическим решениям с экспоненциальным зависимостью масштабного фактора от времени в модели модифицированной гравитации Эйнштейна-Гаусса-Бонне. В докладе представлены:

1. Необходимые условия существования экспоненциальных решений.
2. Метод, позволяющий получать точные экспоненциальные решения.

100 СЕКЦИЯ С. МНОГОМЕРНАЯ ГРАВИТАЦИЯ И ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ КОНСТАНТЫ

3. Точные экспоненциальные решения в космологических моделях с Λ -членом и произвольной изотропной идеальной жидкостью в $(4+1)$ - и $(5+1)$ -мерном пространстве - времени, а также их обобщения на случай произвольного числа измерений.

SECTION D. *Cosmology*



ТЕМНАЯ ЭНЕРГИЯ В σ CDM МОДЕЛИ С РАДИАЦИЕЙ

Р.Р. Аббязов^a, С.В. Червон^b Ф. Мюллер^c

^aE-mail: renren2007@yandex.ru; УлГПУ им. И. Н. Ульянова, Ульяновск

^bE-mail: chervon.sergey@gmail.com; УлГПУ им. И. Н. Ульянова, Ульяновск

^cE-mail: —; Астрофизический институт им. Лейбница, Потсдам

В настоящей работе мы исследуем начальные условия для σ CDM модели, включающей радиацию, с действием вида

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left(-\frac{1}{2} g^{\mu\nu} h_{AB} \partial_\mu \varphi^A \partial_\nu \varphi^B - V(\varphi^A) \right) + S_{pf},$$

где S_{pf} часть действия, описывающая идеальную жидкость и с диагональной метрикой внутреннего пространства киральной космологической модели (ККМ) в виде $h_{11} = 1$, $h_{22} = \exp\left(\sqrt{\mu} \frac{\varphi - \varphi_i}{M_{P\ell}}\right)$ и потенциалом взаимодействия в виде

$$V = V_0 \exp\left(-\sqrt{\lambda} \frac{\varphi}{M_{P\ell}}\right) + V_0 \exp\left(-\sqrt{\lambda} \frac{\chi}{M_{P\ell}}\right),$$

где $M_{P\ell} \equiv \frac{1}{\sqrt{8\pi G}}$. При интегрировании уравнений модели мы придерживаемся подхода, предложенного в [2], с модификацией, учитывающей присутствие в модели радиации. Рассматривалась эпоха от времени, соответствующая нуклеосинтезу, до настоящего времени [3]. Мы обнаружили, что начиная с некоторых значений константы потенциального взаимодействия, Вселенная, описываемая ККМ, взаимодействующей с идеальной жидкостью, не переходит к ускоренному расширению. Кроме того, оказалось что параметр уравнения состояния темной энергии, описываемой киральными космологическими полями, быстро скатывается от начального значения, равного 0 к значению -1, при этом в более позднюю эпоху отклонения от этого значения могут достигать значительных величин, а вклад кинетического взаимодействия пренебрежимо мал практически на протяжении всего временного интервала рассматриваемой задачи, и ККМ вырождается в модель с двумя скалярными полями.

Литература

- [1] Sergey V Chervon. Chiral cosmological models: Dark sector fields description. *Quantum Matter*, 2(2):71–82, 2013.
- [2] R. R. Abbyazov and S. V. Chervon. Interaction of chiral fields of the dark sector with cold dark matter. *Gravitation and Cosmology*, 18(4):262–269, 2012.
- [3] Chan-Gyung Park, Jai-chan Hwang, Jae-heon Lee, and Hyerim Noh. Roles of dark energy perturbations in the dynamical dark energy models: Can we ignore them? *Phys. Rev. Lett.*, 103:151303, 2009.

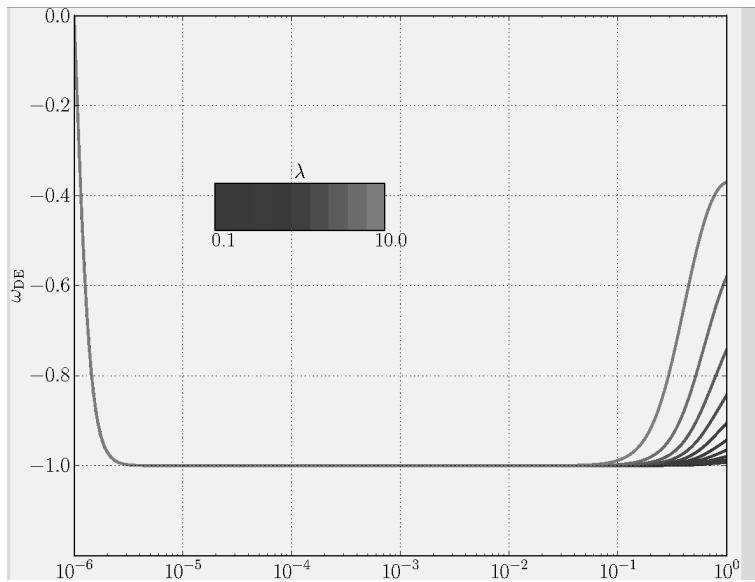


Рис.1. Эволюция параметра уравнения состояния темной энергии

КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ ВОЗМУЩЕНИЯ В ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ С НЕМИНИМАЛЬНОЙ КИНЕТИЧЕСКОЙ СВЯЗЬЮ

Р.А. Абзалов^a, С.В. Сушков^b

^aE-mail: Robert-Abzalov@mail.ru; Казанский федеральный университет, Казань

^bE-mail: sergey_sushkov@mail.ru; Казанский федеральный университет, Казань

Мы рассматриваем космологические возмущения в скалярно-тензорной теории гравитации с неминимальной кинетической связью скалярного поля с кривизной. Лагранжиан теории содержит слагаемое вида $\kappa G^{ij}\phi_{,i}\phi_{,j}$ и представляет собой частный случай общего лагранжиана Хорндески, приводящего к уравнениям движения второго порядка. Известно, что неминимальная связь такого рода приводит к существенно новому инфляционному механизму [1-4]. А именно, на ранней стадии слагаемые, содержащие параметр связи κ , доминируют в уравнениях поля, обеспечивая квази-де-ситтеровский характер космологической эволюции с масштабным фактором $a(t) \sim \exp(H_\kappa t)$, где $H_\kappa = 1/\sqrt{9\kappa}$ (кинетическая инфляция). При этом стоит особо подчеркнуть, что данный механизм инфляции не нуждается в специальном подборе потенциала скалярного поля, как это требуется в большинстве скалярно-тензорных моделей. В нашей работе мы строим в линейном приближении уравнения для скалярных, векторных и тензорных возмущений, которые развиваются на фоне однородной и изотропной Вселенной, описываемой плоской моделью Фридмана. Детальный анализ возмущений проводится на стадии кинетической инфляции.

Литература

- [1] S.V. Sushkov, Phys. Rev. D **80**, 103505 (2009).
- [2] E.N. Saridakis, S.V. Sushkov, Phys. Rev. D **81**, 083510 (2010).

- [3] S.V. Sushkov, Phys. Rev. D **85**, 123520 (2012).
[4] M.A. Skugoreva, S.V. Sushkov, A.V. Toporensky, Phys. Rev. D **88**, 083539 (2013).

РАННЯЯ КОСМОЛОГИЧЕСКАЯ ЭВОЛЮЦИЯ ВЫРОЖДЕННОЙ ФЕРМИ-СИСТЕМЫ С ФАНТОМНЫМ СКАЛЯРНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

А.А. Агафонов^a, Ю.Г. Игнатьев^b

^aE-mail: a.a.agathonov@gmail.com; Казанский федеральный университет

^bE-mail: ignatev_yu@rambler.ru; Казанский федеральный университет

Аннотация. Проведено численное моделирование модели космологической эволюции скалярно заряженной вырожденной Ферми-системы для случая фантомного скалярного поля при величине скалярных зарядов и массы фермионов порядка 1. Проведено сравнение результатов со случаем классического скалярного взаимодействия с отталкиванием одноименно скалярно заряженных фермионов.

Abstract. A.A. Agathonov, Yu.G. Ignat'ev. Cosmological evolution degenerate plasmas with phantom scalar interaction.

Numerical modelling of model of cosmological evolution scalar charged degenerate Fermi-system for a case of a phantom scalar field at the values scalar charge and mass fermions by order 1 is carry. Comparison of results with a case of classical scalar interaction with pushing away the same scalar charged fermions is research.

Keywords: Early Universe, Local Thermodynamic Equilibrium, Relativistic Kinetics, Scalar Interaction, Early Inflation, Acceleration.

На основе самосогласованной релятивистской кинетической модели [1] в работе [2] была исследована космологическая эволюция вырожденного скалярно заряженного газа Ферми-частиц с отталкиванием одноименно заряженных частиц. В работах [3, 4] на основе динамической теории построена модель плазмы с классическим и фантомным скалярным притяжением одноименно заряженных частиц. В нашей работе мы рассмотрим модель космологической эволюции пространственно-плоской Вселенной, состоящей из вырожденной Ферми-системы скалярно взаимодействующих частиц и массивного фантомного скалярного поля. В этом случае космологическая модель описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений, состоящей из уравнения поля и одного из уравнений Эйнштейна, относительно переменных $a(t)$ – масштабного фактора и $\Phi(t)$ – потенциала скалярного поля:

$$\ddot{\Phi} + 3\frac{\dot{a}}{a}\dot{\Phi} - \mu^2\Phi = 4\pi\sigma; \quad \frac{\dot{a}}{a} = \sqrt{\frac{8\pi}{3}\varepsilon}, \quad (1)$$

где:

$$\varepsilon = \varepsilon_f + \varepsilon_s; \quad p = p_f + p_s; \quad (2)$$

ε_s, p_s – плотность энергии и давление фантомного скалярного поля с притяжением одноименно скалярно заряженных частиц

$$\varepsilon_s = \frac{1}{8\pi}(-\dot{\Phi}^2 + \mu^2\Phi^2); \quad p_s = -\frac{1}{8\pi}\left(\frac{1}{3}\dot{\Phi}^2 + \mu^2\Phi^2\right); \quad (3)$$

ε_f, p_f – плотность энергии и давление вырожденного Ферми-газа, σ – скалярная плотность заряда (см. [4]):

$$\varepsilon_f = \frac{m_*^4}{8\pi^2} \left[\psi \sqrt{1 + \psi^2} (1 + 2\psi^2) - \ln(\psi + \sqrt{1 + \psi^2}) \right]; \quad (4)$$

$$p_f = \frac{m_*^4}{24\pi^2} \left[\psi \sqrt{1 + \psi^2} (2\psi^2 - 3) + 3 \ln(\psi + \sqrt{1 + \psi^2}) \right]; \quad (5)$$

$$\sigma = \frac{q \cdot m_*^3}{2\pi^2} \left[\psi \sqrt{1 + \psi^2} - \ln(\psi + \sqrt{1 + \psi^2}) \right], \quad (6)$$

где $\psi = p_F/|m_*|$ – отношение импульса Ферми к эффективной массе, $m_* = |m + q\Phi|$ – эффективная масса фермионов. Указанная система уравнений интегрируется численными методами в пакете Mathematica-9. В качестве начальных условий задаются: коэффициенты баротропы Ферми-системы, отношение плотностей энергии Ферми-системы и скалярного поля, суммарный коэффициент баротропы системы частиц и поля:

$$\kappa = P/\varepsilon, \quad (7)$$

связанный с инвариантным космологическим ускорением. Ω , соотношением:

$$\Omega = \frac{a\ddot{a}}{\dot{a}^2} = -\frac{1}{2}(1 + 3\kappa). \quad (8)$$

В результате численного исследования системы (2-3) были получены решения, описывающие космологическую эволюцию вырожденной плазмы с фантомным скалярным взаимодействием (см. Рис. 1 – 6).

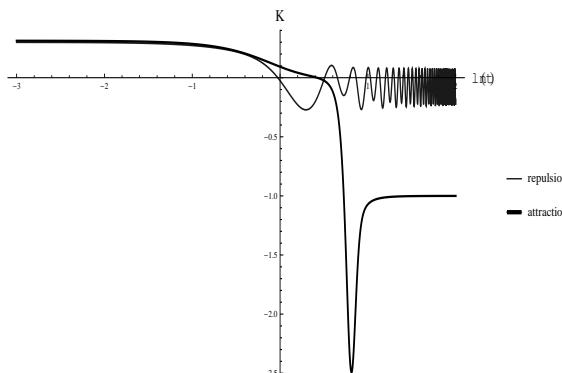


Рис.1. Эволюция коэффициента баротропы κ в случае фантомного скалярного поля с притяжением одноименно скалярно заряженных частиц (жирная линия) и классического скалярного поля с отталкиванием (тонкая линия). Всюду: $p_F^0 = 3.167$, $m = 1$, $\mu = 1$, $q = 1$, $\Phi(0) = -0.2497$, $\dot{\Phi}(0) = 0.0711$.

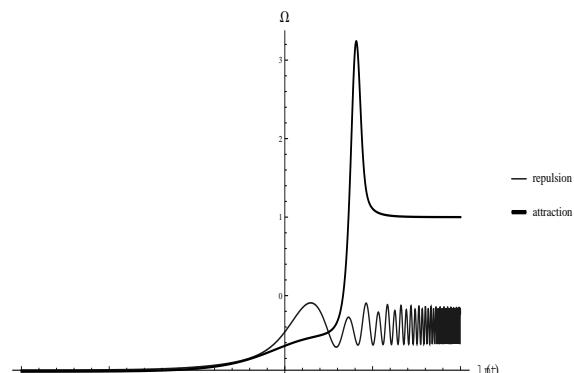


Рис.2. Эволюция космологического ускорения Ω при тех же параметрах системы, что на рис. 1.

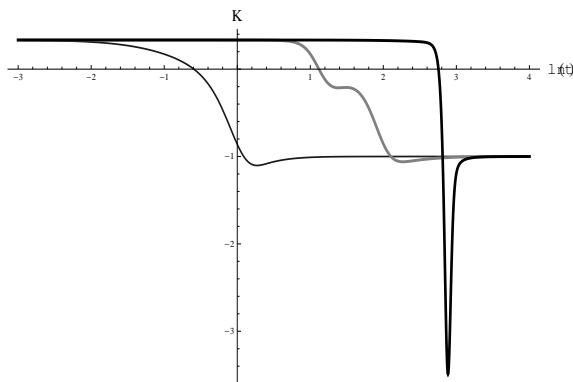


Рис.3. Эволюция коэффициента баротропы κ в зависимости от параметров системы: тонкая линия: $p_F^0 = 100$, $m = 1$, $\mu = 1$, $q = 1$, $\Phi(0) = 1$, $\dot{\Phi}(0) = -1$; жирная черная линия: $p_F^0 = 100$, $m = .01$, $\mu = .01$, $q = 1$, $\Phi(0) = 0$, $\dot{\Phi}(0) = 10$; жирная серая линия: $p_F^0 = 100$, $m = .01$, $\mu = .01$, $q = 0$, $\Phi(0) = 0$, $\dot{\Phi}(0) = 10$.

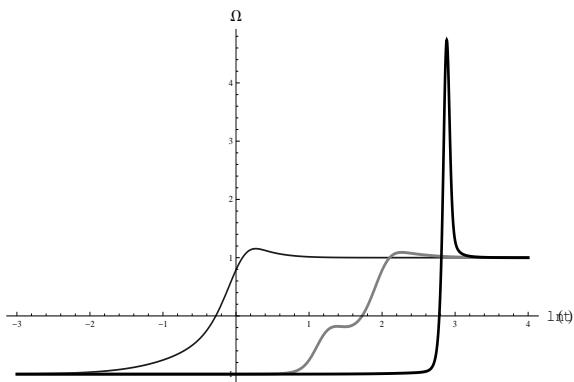


Рис.4. Эволюция космологического ускорения Ω при тех же параметрах системы, что на рис. 3.

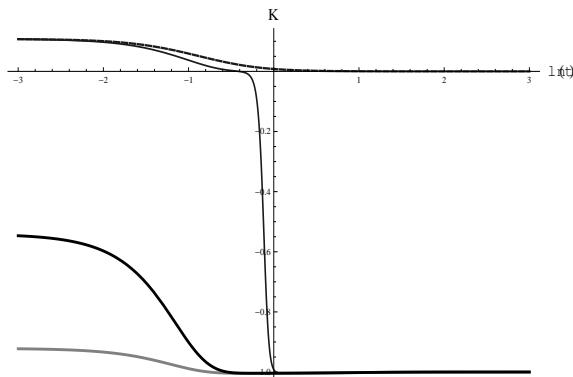


Рис.5. Эволюция коэффициента баротропы κ в зависимости от параметров системы: тонкая линия: $m = 10$, $\mu = 1$, $q = 10$; жирная черная линия: $m = 0$, $\mu = 1$, $q = 10$; жирная серая линия: $m = 10$, $\mu = 1$, $q = 0$; пунктирная линия: $m = 10$, $\mu = 0$, $q = 10$. Всюду: $p_F^0 = 1$, $\Phi(0) = 10$, $\dot{\Phi}(0) = 0.01$.

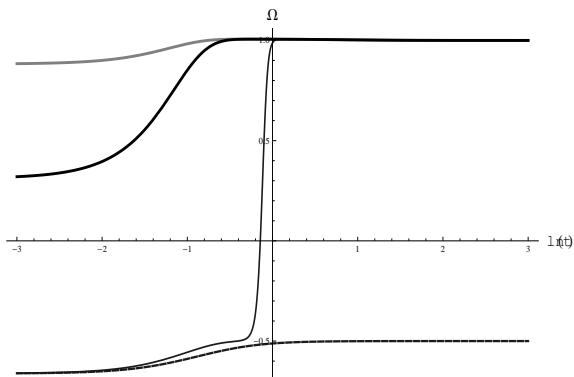


Рис.6. Эволюция космологического ускорения Ω при тех же параметрах системы, что на рис. 5.

Как видно из представленных рисунков, основное отличие поведения системы с фантомным полем притяжения от системы с классическим отталкиванием заключается в отсутствии микроколебаний с частотой порядка планковской и появлением фантомного всплеска ускорения.

Литература

- [1] Ю.Г. Игнатьев. Известия ВУЗов, Физика, 26. – №.8. (1983). – с. 19-23
- [2] Yu.G. Ignatyev and R.F. Miftakhov. Gravitation and Cosmology, 2011, Vol. 17, No. 1, pp. 71-75.
- [3] Игнатьев Ю.Г. Неравновесная Вселенная: Кинетические модели космологической эволюции. – Казань: Казан. ун-т, 2013, - 316 с.

- [4] Yu. G. Ignatyev. // Russian Physics Journal, Vol. 55, No. 11, April, 2013, p. 1345-1350.

НЕДИАГОНАЛЬНЫЕ КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РОБЕРТСОНА-УОКЕРА В ОТО

К.Е. Белоушко^a, В.В. Карбановский^b

^aE-mail: beloushko@mail.ru; Мурманский государственный технический университет, Мурманск

^bE-mail: Karbanovski_V_V@mail.ru; Мурманский государственный технический университет, Мурманск

Как известно, метрика Робертсона-Уокера, описывающая однородную и изотропную Вселенную, в простейшем случае имеет вид

$$ds^2 = -b(t)dt^2 + a^2(t) \left(\frac{R'(r)^2}{1 - kR(r)^2} dr^2 + R(r)^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \right) \quad (1)$$

Для такой метрики, записанной в диагональном виде, уравнения ОТО приводят также к диагональному тензору энергии-импульса (ТЭИ). В работе [1] было показано, что невырожденными координатными преобразованиями метрику (1) можно привести к недиагональному виду и получить недиагональные компоненты ТЭИ. Такой подход позволяет:

1. построить модели Вселенной из «обычной» материи, не прибегая к «экзотической»;
2. ввести в модель наблюдаемый микроволновой космический фон, которому соответствуют недиагональные компоненты ТЭИ (плотности потока энергии σ и тензор натяжений τ);
3. согласовать неоднородность распределения материи с общей однородностью геометрии пространства.

Рассмотрим один из вариантов рассогласования метрики (1) по радиальной r координате. Для этого воспользуемся координатным преобразованием вида

$$dt \rightarrow dt - \frac{c(t, r)}{b(t)} dr, \quad (2)$$

где $c(t, r)$ некая метрическая функция. В этом случае метрика (1) примет вид

$$ds^2 = -bdt^2 + 2cdtdr + a^2 \left(\left(\frac{R'^2}{1 - kR^2} - \frac{c^2}{b} \right) dr^2 + R^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \right), \quad (3)$$

а уравнения ОТО будут выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} \kappa\varepsilon = & \frac{3k}{a^2} + \frac{3\dot{a}^2}{a^2 b} - \frac{c^2 \dot{a}^2 (1 - kR^2)}{a^4 b^2 R'^2} + \frac{c^2 \dot{a} \dot{b} (1 - kR^2)}{a^3 b^3 R'^2} - \frac{2c\dot{a}(2 - 3kR^2)}{a^3 b R R'} \\ & + \frac{2c\dot{a}R''(1 - kR^2)}{a^3 b R'^3} - \frac{2c'\dot{a}(1 - kR^2)}{a^3 b R'^2} - \frac{2c\dot{c}\dot{a}(1 - kR^2)}{a^3 b^2 R'^2}, \end{aligned} \quad (4a)$$

$$\begin{aligned} \kappa p_r = & -\frac{k}{a^2} - \frac{\dot{a}^2}{a^2 b} + \frac{\dot{a}\dot{b}}{ab^2} - \frac{c^2(1-kR^2)\dot{a}^2}{a^4 b^2 R'^2} - \frac{2c^2(1-kR^2)\dot{a}\dot{b}}{a^3 b^3 R'^2} + \frac{2c(1-kR^2)\dot{a}}{a^3 b R R'} \\ & - \frac{c(1-kR^2)\dot{b}}{a^2 b^2 R R'} - \frac{2\ddot{a}}{ab} + \frac{2c^2(1-kR^2)\ddot{a}}{a^3 b^2 R'^2} + \frac{2c(1-kR^2)\dot{a}\dot{c}}{a^3 b^2 R'^2} + \frac{2(1-kR^2)\dot{c}}{a^2 b R R'}, \end{aligned} \quad (4b)$$

$$\begin{aligned} \kappa p_{\perp} = & -\frac{k}{a^2} - \frac{\dot{a}^2}{a^2 b} + \frac{\dot{a}\dot{b}}{ab^2} - \frac{c^2\dot{a}^2(1-kR^2)}{a^4 b^2 R'^2} - \frac{c^2\dot{a}\dot{b}(1-kR^2)}{a^3 b^3 R'^2} - \frac{5c^2\dot{b}^2(1-kR^2)}{4a^2 b^4 R'^2} \\ & - \frac{2\ddot{a}}{ab} + \frac{c\dot{a}(1-2kR^2)}{a^3 b R R'} - \frac{c\dot{b}(1-2kR^2)}{2a^2 b^2 R R'} + \frac{c^2\ddot{a}(1-kR^2)}{a^3 b^2 R'^2} - \frac{c^2\ddot{b}(1-kR^2)}{2a^2 b^3 R'^2} \\ & - \frac{c\dot{a}R''(1-kR^2)}{a^3 b R'^3} + \frac{c\dot{b}R''(1-kR^2)}{2a^2 b^2 R'^3} + \frac{c'\dot{a}(1-kR^2)}{a^3 b R'^2} - \frac{c'\dot{b}(1-kR^2)}{2a^2 b^2 R'^2} \\ & - \frac{c\dot{a}\dot{c}(1-kR^2)}{a^3 b^2 R'^2} - \frac{5c\dot{b}\dot{c}(1-kR^2)}{2a^2 b^3 R'^2} + \frac{\dot{c}(1-kR^2)}{a^2 b R R'} - \frac{\dot{c}R''(1-kR^2)}{a^2 b R'^3} \\ & + \frac{\dot{c}^2(1-kR^2)}{a^2 b^2 R'^2} + \frac{\dot{c}'(1-kR^2)}{a^2 b R'^2} + \frac{c\ddot{c}(1-kR^2)}{a^2 b^2 R'^2}, \end{aligned} \quad (4c)$$

$$\begin{aligned} \kappa\sigma = & c^2 \left(\frac{2\dot{a}R''(1-kR^2)}{a^3 b^2 R'^3} - \frac{2\dot{a}(1-2kR^2)}{a^3 b^2 R R'} - \frac{\dot{b}(1-kR^2)}{a^2 b^3 R R'} \right) \\ & + c \left(\frac{2k}{a^2 b} - \frac{2\dot{a}\dot{c}(1-kR^2)}{a^3 b^2 R'^2} + \frac{2\dot{c}(1-kR^2)}{a^2 b^2 R R'} \right) \end{aligned} \quad (4d)$$

Рассмотрим, в качестве примера, модель статической Вселенной ($a = const$), состоящей из несжимаемого вещества ($\varepsilon = const$). В таком веществе отсутствуют упругие волны, а, следовательно, постоянными должны быть p_r и p_{\perp} . Данные ограничения приводят к условиям:

$$\frac{2(1-kR^2)}{a^2 R R'} \cdot \frac{\dot{F}}{\sqrt{b}} = \alpha, \quad (5a)$$

$$\begin{aligned} & \frac{(1-2kR^2)}{a^2 R R'} \cdot \frac{\dot{F}}{\sqrt{b}} - \frac{(1-kR^2)R''}{a^2 R'^3} \cdot \frac{\dot{F}}{\sqrt{b}} \\ & + \frac{(1-kR^2)}{a^2 R'^2} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{F\dot{F}}{b} \right) + \left(\frac{\dot{F}}{\sqrt{b}} \right)^2 + \left(\frac{\dot{F}}{\sqrt{b}} \right)' \right) = \beta, \end{aligned} \quad (5b)$$

где $\alpha = p_r$ и $\alpha = p_r$ – некоторые константы, а $F = c/\sqrt{b}$. Используя требования устойчивости вещества относительно микроколлапса $p_r \geq 0$, $p_{\perp} \geq 0$ [3] и слабое энергетическое условие [4] в состоянии покоя рассматриваемой среды

$$\varepsilon \geq \frac{1}{3} (p_r + 2p_{\perp}), \quad (6)$$

получим выражение для метрики космологической модели

$$\begin{aligned} ds^2 = & -C_2^2 (\delta t + C_1)^{2(\frac{1}{\delta}-1)} dt^2 + \frac{\alpha a^2 R R'}{(1-kR^2)} (\delta t + C_1)^{(\frac{2}{\delta}-1)} dt dr + \\ & \left(\frac{a^2 R'^2}{(1-kR^2)} - \frac{\alpha^2 a^4 R^2 R'^2}{4(1-kR^2)C_2^2} (\delta t + C_1)^{\frac{2}{\delta}} \right) dr^2 + a^2 R^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \end{aligned} \quad (7)$$

где C_1 и C_2 – константы интегрирования, $\alpha = \beta = -\frac{6k}{a^2(1+\delta)}$, а для параметра δ выполняется неравенство

$$-7 \leq \delta \leq -\frac{5}{2}.$$

При этом плотность потока энергии материи описывается функцией

$$\kappa\sigma = \frac{\alpha kRR'(\delta - 1)}{(1 - kR^2)(\delta + 1)} (\delta t + C_1)$$

и неограниченно возрастает со временем. Таким образом, данная модель имеет физическую сингулярность при $t \rightarrow \infty$.

В настоящее время рассматривается несколько вариантов рассогласования метрики (1) по радиальной (r) и двум угловым (φ и θ) координатам с целью построения реалистичной космологической модели с анизотропным микроволновым фоном σ , наблюдаемым в экспериментах COBE, WMAP и Planck.

Литература

- [1] В.В. Карбановский, А.С. Тарасова, А.С. Салимова, Г.В. Билинская, А.Н. Сумбулов, ЖЭТФ, 139, с. 71 (2011).
- [2] V.V. Karbanovski, A.S. Tarasova, A.S. Salimova, G.V. Bilinskaya, A.N. Sumbulov, JETP, 112, p. 60 (2011).
- [3] B.K. Harrison, K.S. Torn, M. Wakano, J.A. Wheeler. Gravitation Theory and Gravitational Collapse, Chicago: University of Chicago Press (1965).
- [4] Д.Д. Иваненко, П.И. Пронин, Г.А. Сарданашвили. Калибровочная теория гравитации, МГУ, Москва (1985), с. 144.

ГЛОБАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ДЛЯ МОДЕЛЕЙ С НЕМИНИМАЛЬНО СВЯЗАННЫМИ СКАЛЯРНЫМИ ПОЛЯМИ

С.Ю., Вернов^a, М.А. Скугорева^b, А.В. Топоренский^c

^aE-mail: —; Научно - Исследовательский Институт Ядерной Физики им. Скobelьцына, Московский Государственный Университет им. М. В. Ломоносова, Москва, 119991, Россия

^bE-mail: —; Российский Университет Дружбы Народов Учебно-Научный Институт Гравитации и Космологии, Москва, 117198, Россия

^cE-mail: —; Государственный Астрономический Институт им. П. К. Штернберга, Московский Государственный Университет им. М. В. Ломоносова, Москва, 119991, Россия

В данной работе исследована динамика космологических моделей с неминимально связанным скалярным полем, эволюционирующими на фоне пространственно плоской метрики Фридмана-Леметра-Робертсона-Уокера. Рассмотрены модели, включающие член со скалярной кривизной и неминимальной связью скалярного поля и гравитации вида $\xi\phi^N R$. Потенциалы брались как в виде мономов n степени, так и полиномиальные. Описано несколько качественно различных типов динамики в зависимости от показателей степеней N и n . Построены фазовые диаграммы для трёх основных

случаев: $n < N$, $N < n < 2N$ и $n > 2N$. Несколько важных свойств, связанных со случаями $n = N$ и $n = 2N$, описаны отдельно. Изучено влияние космологической константы на глобальную динамику рассматриваемых моделей.

ANISOTROPIC COSMOLOGIES WITH TORSION

A.M. Galiakhmetov^a

^aE-mail: agal17@mail.ru; Donetsk National Technical University 51 Kirov str. Gorlovka 84646 Ukraine

Recent cosmic observations favor an isotropic spatially flat Universe, which is at present expanding with acceleration. The source of this expansion is an unknown substance with negative pressure called dark energy (DE). Establishment of the origin of DE has become an important problem. Different theoretical models of DE have been put forward. Among these models various modifications of general relativity (GR) were considered, the Einstein–Cartan theory (ECT) in particular. This theory is an extension of GR to a space-time with torsion, and it reduces to GR when the torsion vanishes.

The observed large scale isotropy of the present Universe does not mean that it should have been isotropic at earlier times. It is well known that the problem of description of the earlier Universe admits a scenario of anisotropic expansion. In this context, we here investigate exactly integrable homogeneous anisotropic cosmological models in the ECT, in order to elucidate whether their isotropization in the course of evolution is possible.

In this talk, the role of the scalar field potential $V(\Phi)$, stiff fluid and an ultrarelativistic gas for Bianchi I model in Einstein–Cartan cosmology with a nonminimally coupled scalar field is presented.

An analysis has shown, that for the cosmological models with “Scalar-torsion field” + “Stiff fluid” the presence of stiff fluid leads to:

- (1) for $n\gamma > 0$, the slowing-down of the cosmological evolution of the bouncing models with $\Phi > 0$, $C_3 > 0$ at $t \rightarrow -\infty$, which for $t \rightarrow +\infty$ undergo isotropization with the law of the expansion $a(t) \sim b(t) \sim c(t) \sim e^{\lambda_1 t}$,
- (2) for $n\gamma < 0$, the existence of singular expanding models with the de Sitter-like law of the isotropization at late times ($\Phi > 0$) and the restriction on the coupling constant ξ : $\xi > 3/8$.

The supplementary source of the gravitational field in the form of the negative potential of the form $V(\Phi) = -|C_2| \cosh^{-4} \lambda_2 t$ results in the singular expanding models with the Sitter-like asymptotic at late times. The difference among the analogous models for “Scalar-torsion field” + “Stiff fluid” consists in the following: a unique law of the evolution for Φ at early times ($\Phi|_{t \rightarrow 0} \sim t$) and another restriction on the coupling constant ξ ($\xi > 3/2$).

The effective EoS parameter of these models at late-times has the phantom behavior with the Pseudo–Rip for bouncing models and corresponds to the quintessence for singular expanding models.

An introduction of the positive scalar field potential $V(\Phi)$ of the form $V(\Phi) = C_2(1 + 3\kappa C_2 t^2)^{-2}$ into the mixture of a scalar-torsion field with stiff fluid leads to the singular expanding models which at late times are isotropized by the law $a(t) \sim b(t) \sim c(t) \sim t^{4/3}$.

When radiation is taken into account in the mixture of a scalar-torsion field with stiff fluid, this causes the existence of singular expanding models, which are asymptotically isotropized by the law $a(t) \sim b(t) \sim c(t) \sim t^{2/3}$ and the restriction on the coupling constant ξ : $\xi > 1/6$.

A.M. Galiakhmetov , Int. J. Mod. Phys. D **23** , (2014) 1450034.

MEAN VALUE THEOREM AND BUCHDAHL TYPE OF BOUNDS FOR STATIC PERFECT FLUID STARS WITH λ IN ANY DIMENSION

Alberto A. Garcia-Diaz^a

^aE-mail: —; Departamento de Física, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, Apdo. Postal 14-740, 07000 México DF, México

Under the Buchdahl's conditions [1] on the behavior of the density and the pressure for regular fluid static stars in the presence of a cosmological constant the bounds of the mass and the pressure are determined in any dimension. The use of the Lagrange mean value in theorem in this context is revisited.

The main objective of this contribution is to establish a generalized Buchdahl's theorem in $d > 4$ -dimensions in the presence of a cosmological constant. For lower dimensions, $d < 4$, there is no room for bounds of the mass density distribution.

Theorem

If a perfect fluid distribution fulfills the conditions:

- it is described by a one-parameter state equation $p = p(\mu)$,
- the density is positive, $\mu > 0$, and monotonically decreasing, $\frac{d\mu}{dr} < 0$,
- it is microscopically stable, $\frac{dp}{d\mu} \geq 0 \rightarrow \frac{dp}{dr} \leq 0$,

in d -dimensions, there is a bound on the mass density given by

$$\frac{1}{R^{d-3}} M(R) \leq \frac{(d-2)^2}{(d-1)^2} + \frac{\sqrt{(d-2)^4 - 2\Lambda R^2(d-1)(d-2)}}{(d-1)^2} \geq \frac{2}{R^{d-3}} m.$$

For vanishing cosmological constant one gets

$$\frac{1}{R^{d-3}} M(R) \leq 2 \frac{(d-2)^2}{(d-1)^2} \geq \frac{2}{R^{d-3}} m_{ext}.$$

Moreover, for the fourth dimension, $d = 4$, this inequality reduces just to the well known expression $\frac{1}{R} M(R) \leq \frac{8}{9} \geq \frac{2}{R} m_{ext}$.

In $2+1$ -dimensions, there is *not* a bound on the density.

A close formulation of the conditions of the theorem in 4-dimensions under the name of minimal assumptions M1–M4, can be found in the book of Straumann [2], p. 302, without any mention to the related formulation of Buchdahl [1], and to the derivation of the mass inequalities using, as the starting point, the Buchdahl inequality equation, Eq.(3.11)). On the other hand, for a d -dimensional static star, bounds on the mass has been derived by Ponce de Leon and Cruz [3]. The generalization of the mass restrictions to d -dimensional

static stars with cosmological constant was carried on by Zarro [4], unfortunately this work exhibited several misprints in its development although the final result occurs to be the correct one. Mak et al [5] extended these results to the charged cases.

References

- [1] H.A. Buchdahl, “General relativistic fluid spheres,” *Phys. Rev.* **116**, 1027 (1959).
- [2] A. Straumann, “Gravitational theory in three-dimensional space,” *Acta. Phys. Polon.* **24**, 735 (1963).
- [3] J. Ponce de Leon, and N. Cruz, “Hydrostatic equilibrium of a perfect fluid sphere with exterior higher-dimensional Schwarzschild spacetime” *Gen. Relativ. Gravit.* **32**, 1207 (2000).
- [4] C. A. D. Zarro, “Buchdahl limit for d -dimensional spherical solutions with a cosmological constant,” *Gen. Relativ. Grav.* **41**, 453 (2009).
- [5] M. K. Mak, and P.N. Dobson, and T. Harko, *Mod. Phys. Lett. A* **15**, 2105 (2000).

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ ЭВОЛЮЦИИ СПЕКТРА ЧАСТИЦ СВЕРХВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ НА ОСНОВЕ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ДИФФУЗИОННОГО УРАВНЕНИЯ В ПРИБЛИЖЕНИИ ФОККЕРА-ПЛАНКА

И.Х. Гарипова^a, Ю.Г. Игнатьев^b

^aE-mail: bkmtzh@mail.ru; Казанский федеральный университет

^bE-mail: ignatev_yu@rambler.ru; Казанский федеральный университет

Аннотация. Описаны результаты моделирования процесса космологической эволюции сверхтепловых частиц на основе комбинации асимптотических и численно-аналитических методов решения и исследования релятивистского уравнения типа Фоккера-Планка.

Keywords: математическое и компьютерное моделирование, космология, неравновесные процессы, релятивистская кинетика, уравнение Фоккера-Планка, СКМ Maple.

В ряде работ [1-6] исследовался процесс восстановления теплового равновесия в изначально неравновесной космологической плазме в условиях энергодоминантности частиц сверхвысоких энергий. В этих работах были сформулированы две различные математические модели этого процесса – первая из них [1-3] описывала эволюцию космологической плазмы в приближении малого числа сверхтепловых частиц по сравнению с числом тепловых, а вторая [4-6] – в приближении, когда число сверхтепловых частиц еще велико по сравнению с числом тепловых. Вторая модель основывалась на так называемом диффузионном приближении, описываемым уравнением

типа Фоккера-Планка, впервые полученном в [1]. Эта модель была исследована в цитируемых работах, однако, в приближении малых космологических времен. Попытка распространить результаты на большие времена натолкнулись на существенные трудности, как математического, так и вычислительного характера.

В данной работе предпринимается попытка решить указанную задачу с помощью численно-аналитических методов, основанных на сплайновой экстраполяции функций в СКМ Maple. При этом используется пакет программ сплайновой экстраполяции решений дифференциальных уравнений [8]. С помощью экстраполяции ряда интегральных формул удается получить компьютерную модель, справедливую при больших космологических временах, что позволяет провести исследование спектра космических частиц сверхвысоких энергий. В работе представлен графический материал об эволюции спектра космических лучей сверхвысоких энергий. Рассмотрена функция распределения $G_0(\tau, x)$ нулевого и первого приближений, описывающая космологическую эволюцию частиц сверхвысоких энергий в условиях скейлинга:

$$G_0(\tau, x) = \frac{81}{128} \left[\Phi\left(\frac{x+x_0}{2\sqrt{\tau}}\right) - \Phi\left(\frac{x+x_0}{2\sqrt{\tau}}\right) \right] - \frac{81\sqrt{\tau}}{64\sqrt{\pi}x} \left[e^{-\frac{(x-x_0)^2}{4\tau}} - e^{-\frac{(x+x_0)^2}{4\tau}} \right],$$

где $\Phi(x)$ – интеграл вероятностей

$$G_1(\tau, x) = \frac{1}{x\sqrt{\pi}} \int_0^\tau \frac{dt}{\sqrt{t}} \int_0^\infty G_0(t, \xi) \xi d\xi \cdot \int_{-\infty}^\infty dy e^{-\frac{(x-y)^2}{4t}} G_0(t, y) \left(1 + \frac{y^2}{2t} + \frac{xy}{2t}\right).$$

Проводя асимптотические оценки методом Лапласса при $\tau \rightarrow 0$, получим некоторые интегральные выражения, которые анализируются сочетанием аналитических и численных методов. В работе приводятся результаты моделирования.

Литература

- [1] Yu.G. Ignat'ev, J. Sov. Phys. (Izv. Vuzov). **29**, No 2, 19 (1986).
- [2] Yu.G. Ignatyev, Gravitation & Cosmology, Vol. 13 (2007), No. 1 , pp. 1-14.
- [3] Yu.G. Ignatyev, D.Yu. Ignatyev, *Gravitation & Cosmology* Vol.13 (2007), No. 2 (50), pp. 101-113
- [4] Yu. G. Ignatyev and D. Yu. Ignatyev, Gravitation and Cosmology, (2008), Vol. 14, No. 4, pp. 309–313.
- [5] Yu. G. Ignatyev and R.A. Ziatdinov, Gravitation & Cosmology, Vol. 12 , No. 4 , pp. 1-12.
- [6] Yu. G. Ignatyev and R. A. Ziatdinov, Gravitation and Cosmology, (2008), Vol. 14, No. 4, pp. 301–308.
- [7] Ю.Г. Игнатьев, Р.А. Зиатдинов, Известия высших учебных заведений. Физика, 2009, № 2, с. 87-91.
- [8] Ю.Г. Игнатьев. Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2012613751, 20 июня 2012 г.

УСРЕДНЕНИЕ КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ С РАСПШИРЯЮЩИМИСЯ ТОНКИМИ ОБОЛОЧКАМИ

И.В. Дробов^a, С.Ф. Тегай^b

^aE-mail: drivvl@mail.ru; Сибирский федеральный университет, Институт инженерной физики и радиоэлектроники, 660041, г. Красноярск, пр. Свободный, 79, Россия

^bE-mail: tegai_s_f@inbox.ru; Сибирский федеральный университет, Институт инженерной физики и радиоэлектроники, 660041, г. Красноярск, пр. Свободный, 79, Россия

В стандартной космологической модели наблюдаемое ускоренное расширение Вселенной связывается с присутствием в ней темной энергии. Однако, существуют также и различные попытки альтернативного объяснения наблюдательных данных (см. обзор в [1]). Одним из альтернативных подходов являются методы, основанные на усреднении неоднородностей, имеющихся во Вселенной. В связи с нелинейностью и тензорным характером уравнений Эйнштейна их усреднение является нетривиальной задачей. До сих пор открытыми вопросами остаются как выбор процедуры усреднения, так и величина эффектов усреднения [2].

Одним из наиболее популярных способов усреднения является метод Бюшера [3]. Метод заключается в усреднении скалярных величин по трехмерным областям, лежащим на гиперповерхностях ортогональных полю 4-скорости космологических наблюдателей. Из-за того, что операции усреднения и дифференцирования по собственному времени не коммутируют, уравнения Фридмана модифицируются следующим образом

$$3\frac{\ddot{a}}{a} + 4\pi\langle\rho + 3p\rangle = Q + P, \quad (1)$$

$$6H^2 - 16\pi\langle\rho\rangle = -(Q + \langle\mathcal{R}\rangle), \quad (2)$$

где $\langle\dots\rangle$ – пространственное среднее скалярной величины, Q – кинематический эффект усреднения, P – динамический эффект. Данные поправки к уравнениям Фридмана могут давать ускоренное расширение. Результат зависит от выбранного распределения неоднородностей. Мы рассматриваем распределение, в котором неоднородность массы доведена до крайней степени. А именно, все вещества сосредоточено на расширяющихся сферических тонких оболочках, разделяющих пустые области [4], каждая из которых описывается решением Шварцшильда. Движение оболочек определяется из условий сшивки. Данная модель является существенно нелинейной, то есть не может быть описана в виде малого возмущения однородного пространства. Кроме того, движение тонких оболочек, составляющих модель не является геодезическим, что приводит к наличию динамического эффекта $P \neq 0$.

Мы вычисляем поправки к уравнениям Фридмана и анализируем их влияние на решение уравнений.

Литература

- [1] C. Clarkson, G. Ellis, J. Larena, and O. Umeh, Rep. Prog. Phys. 74, 112901 (2011).
- [2] C. Clarkson and O. Umeh, Class. Quant. Grav. 28 164010 (2011).
- [3] T. Buchert, Gen. Rel. Grav. 32, 105 (2000); 33, 1381 (2001).

- [4] N. Sugiura, K. I. Nakao, and T. Harada, Phys. Rev. D 58, 103504 (1998); 60, 103508 (1999).

ЧИСЛЕННОЕ И ТОЧНОЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ЭЙНШТЕЙНА, ОПИСЫВАЮЩИХ ОДНОРОДНУЮ АНИЗОТРОПНУЮ КОСМОЛОГИЧЕСКУЮ МОДЕЛЬ С ВРАЩЕНИЕМ

А.В. Жовтан^a, С.Н. Рощупкин^b

^aE-mail: alex_ph@fastmail.fm; КрАО, пос. Научный, Крым, Россия

^bE-mail: rsnstring@gmail.com; ТНУ им. В.И. Вернадского, Симферополь, Крым, Россия

1. Введение

Доступная нам Метагалактика является самой большой гравитирующей системой, и поэтому космологические наблюдения представляют значительный интерес для проверки гравитационных теорий [1]. В рамках общей теории относительности (ОТО) так называемая стандартная модель Фридмана удовлетворительным образом описывает свойства Вселенной на поздних этапах ее эволюции, но сталкивается с рядом трудностей при рассмотрении ранних этапов [2]. Построение же космологических сценариев эволюции Вселенной на ранних этапах серьезно затрудняется отсутствием точной информации о проходивших в то время физических процессах.

В последнее десятилетие произошла революция в космологии. Астрономические наблюдения показали, что Вселенная ускоренно расширяется и как считается происходит это за счет не известной ранее формы энергии, получившей название темной энергии. Вместе с тем в настоящее время не отвергнуто возможное малое вращение Вселенной и ее слабая глобальная анизотропия. Отметим здесь обнаружение анизотропии поляризации радиоизлучения внегалактических источников [3]. Результаты этой работы убедительно не опровергнуты. Публикация [3] дала толчок теоретическим исследованиям по космологии с вращением [4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12]. Наконец укажем, что новый подробный анализ космического микроволнового излучения усилил подозрение, что в нашей Вселенной есть некоторая выделенная ось [13].

Исследование космологических моделей с вращением как альтернативный подход в теоретической космологии, может дать возможность объяснить наблюдательные данные, не укладывающиеся в рамки фридмановской теории, предсказать и изучить новые космологические эффекты, что позволит полнее понять физическую картину мира. Вопрос о том вращается наша Вселенная или нет, далеко не выяснен и является предметом научной дискуссии, что подтверждается большим количеством публикаций по данной теме и само по себе говорит об актуальности проблемы глобального вращения. Исследование вращения Вселенной может установить возможную связь космологического вращения с вращением галактик. Выяснение роли вращения в квантовой космологии может оказать влияние на развитие космологии ранней Вселенной. Необходимость построения наиболее реальной модели Вселенной, быть может с учетом вращения, определяет важность и научную значимость исследований в этой области.

Предлагаемая вниманию работа посвящена численному и аналитическому анализу уравнений Эйнштейна, описывающих однородную анизотропную космологическую модель с вращением.

2. Уравнения Эйнштейна, описывающие анизотропные космологические модели с вращательной симметрией

Для рассмотрения анизотропных аксиально-симметричных космологических моделей, запишем первую квадратичную форму в следующем виде:

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(d\rho^2 + A^2d\varphi^2) + b^2B^2dz^2, \quad (1)$$

где A, B - функции координаты ρ : $A = A(\rho)$, $B = B(\rho)$; a, b - функции времени: $a = a(t)$, $b = b(t)$.

Будем предполагать, что усредненное вещество является идеальной жидкостью и описывается распределением массы μ (μ - плотность массы) и полем скоростей U^α , касательным к линиям тока вещества, а давление вещества p задается локальным уравнением состояния. Предполагаем также, что вращение вещества отсутствует.

Уравнения гравитационного поля имеют вид:

$$R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}g_{\alpha\beta}R = -\kappa T_{\alpha\beta}, \quad (2)$$

где тензор энергии-импульса, как отмечено выше, имеет вид:

$$T_{\alpha\beta} = (\mu + p)U_\alpha U_\beta + pg_{\alpha\beta}. \quad (3)$$

Подставляя (1), (3) в уравнения (2) и переходя в сопутствующую систему отсчета, где жидкость покоятся относительно пространственных координат, приходим к следующей системе уравнений:

$$\frac{2\ddot{a}}{a} + \frac{\ddot{b}}{b} = -\frac{1}{2}\kappa(\mu + 3p), \quad (4)$$

$$\frac{B'}{B} \left(\frac{\dot{b}}{b} - \frac{\dot{a}}{a} \right) = 0, \quad (5)$$

$$\frac{1}{a^2} \left(\frac{A''}{A} + \frac{B''}{B} \right) - \frac{\ddot{a}}{a} - \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 - \frac{\dot{a}\dot{b}}{ab} = -\frac{1}{2}\kappa(\mu - p), \quad (6)$$

$$\frac{1}{a^2} \left(\frac{A''}{A} + \frac{A'B'}{AB} \right) - \frac{\ddot{a}}{a} - \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 - \frac{\dot{a}\dot{b}}{ab} = -\frac{1}{2}\kappa(\mu - p), \quad (7)$$

$$\frac{1}{a^2} \left(\frac{B''}{B} + \frac{A'B'}{AB} \right) - \frac{\ddot{b}}{b} - 2\frac{\dot{a}\dot{b}}{ab} = -\frac{1}{2}\kappa(\mu - p), \quad (8)$$

где точкой обозначены производные метрических функций по времени, а штрихом - производные по ρ .

Уравнения движения

$$T_{\alpha; \beta}^\beta = 0, \quad (9)$$

являющиеся следствием уравнений Эйнштейна, в рассматриваемом случае можно записать следующим образом:

$$\frac{\dot{\mu}}{\mu + p} + 2\frac{\dot{a}}{a} + \frac{\dot{b}}{b} = 0, \quad (10)$$

$$\frac{\partial p}{\partial \rho} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial \phi} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial z} = 0. \quad (11)$$

Из уравнений (10), (11) следует, что $p = p(t)$, $\mu = \mu(t)$. Таким образом, распределение массы вещества и давления на пространственно подобной гиперповерхности $t = const$ является однородным $\mu = const$, $p = const$.

Из уравнения (5) немедленно следует, что все решения системы (4) - (8) могут быть разбиты на два класса: решения с $b = a \cdot const$ и решения с $B = const$. Можно показать, что класс решений с $b = a \cdot const$ описывает однородную изотропную космологическую модель и в данном контексте интереса не представляет.

Будем искать решения уравнений Эйнштейна для которых $B = B_0$, где $B_0 = const$. В этом случае уравнения (4) - (8) могут быть сведены к следующим:

$$\frac{2\ddot{a}}{a} + \frac{\ddot{b}}{b} = -\frac{1}{2}\kappa(\mu + 3p), \quad (12)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{\dot{a}\dot{b}}{ab} + \frac{k}{a^2} = \frac{1}{2}\kappa(\mu - p), \quad (13)$$

$$\frac{\ddot{b}}{b} + 2\frac{\dot{a}\dot{b}}{ab} = \frac{1}{2}\kappa(\mu - p), \quad (14)$$

$$\frac{A''}{A} = -k, \quad (15)$$

где введена константа разделения k , которая может принимать следующие значения: $k < 0$, $k = 0$, $k > 0$.

Уравнения (12)-(15) описывают однородную анизотропную модель, так как для них в общем случае $b \neq a \cdot const$.

Уравнение (15) имеет три решения:

1) $k < 0$

$$A = A_1 \exp\left(\sqrt{|k|}\rho\right) + A_2 \exp\left(-\sqrt{|k|}\rho\right), \quad (16)$$

где A_1 , A_2 - произвольные константы. Так как при $\rho = 0$ значение φ не определено на оси, то функция A должна обращаться в ноль. Отсюда следует, что $A_2 = -A_1$, и

$$A = A_1 \operatorname{sh}\left(\sqrt{|k|}\rho\right); \quad (17)$$

2) $k = 0$

$$A = A_1\rho + A_2. \quad (18)$$

Как и в случае 1) при $\rho = 0$ функция A должна обращаться в ноль, поэтому имеем

$$A = A_1\rho; \quad (19)$$

3) $k > 0$

$$A = A_1 \exp\left(\sqrt{-k}\rho\right) + A_2 \exp\left(-\sqrt{-k}\rho\right). \quad (20)$$

Аналогично случаям 1) и 2) имеем $A_2 = -A_1$ и следовательно

$$A = 2iA_1 \sin(\sqrt{k}\rho). \quad (21)$$

Поскольку нас интересует область действительных значений функции A , то из (21) находим

$$A = -2(Im A_1) \sin(\sqrt{k}\rho). \quad (22)$$

3. Точное частное решение

Рассмотрим класс решений уравнений Эйнштейна (12)-(14) полагая $\dot{a} = 0$. В этом случае система (12)-(14) сводится к следующим уравнениям:

$$\frac{\ddot{b}}{b} = -\frac{1}{2}\kappa(\mu + 3p), \quad (23)$$

$$\frac{k}{a^2} = \frac{1}{2}\kappa(\mu - p), \quad (24)$$

$$\frac{\ddot{b}}{b} = \frac{1}{2}\kappa(\mu - p). \quad (25)$$

Легко проверить, что при $k = 0$ уравнения (23)-(25) описывают пустое ($\mu = p = 0$) плоское ($R_{\alpha\beta\gamma\delta} = 0$) пространство-время.

Совершенно иная ситуация имеет место при $k \neq 0$. В этом случае уравнение состояния вещества принимает экзотический вид

$$p = -\mu, \quad (26)$$

а уравнение для функции $b = b(t)$ имеет два решения:

1) $k < 0$

$$b(t) = C_1 \sin\left(\frac{\sqrt{|k|}}{a_0} t\right) + C_2 \cos\left(\frac{\sqrt{|k|}}{a_0} t\right), \quad (27)$$

2) $k > 0$

$$b(t) = C_1 \exp\left(\frac{\sqrt{k}}{a_0} t\right) + C_2 \exp\left(-\frac{\sqrt{k}}{a_0} t\right). \quad (28)$$

Таким образом имеется два частных решения уравнений Эйнштейна причем если $k < 0$, то метрические функции определяются формулами (17), (27), а при $k > 0$ - (22), (28), при этом в обоих случаях $B = B_0$, $a = a_0$.

4. Численное решение

В качестве примера численного решения уравнений Эйнштейна рассмотрим пылевидное распределение вещества, то есть давление $p = 0$. Тогда имеем три уравнения для трех искомых функций $a(t)$, $b(t)$ и $\mu(t)$ для каждого значения k . Решение уравнений проводилось методом Рунге-Кутта 4-го порядка. Один из примеров зависимости искомых функций от времени для разных значений константы разделения k приведен на Рис. 1. В частности, из рисунка видно, что случаи $k < 0$ и $k = 0$ реализуют

открытые космологические модели, а случай $k > 0$ соответствует закрытой модели. Причем, во всех случаях поведение масштабных факторов $a(t)$ и $b(t)$ значительно отличается друг от друга, то есть модели существенно анизотропные.

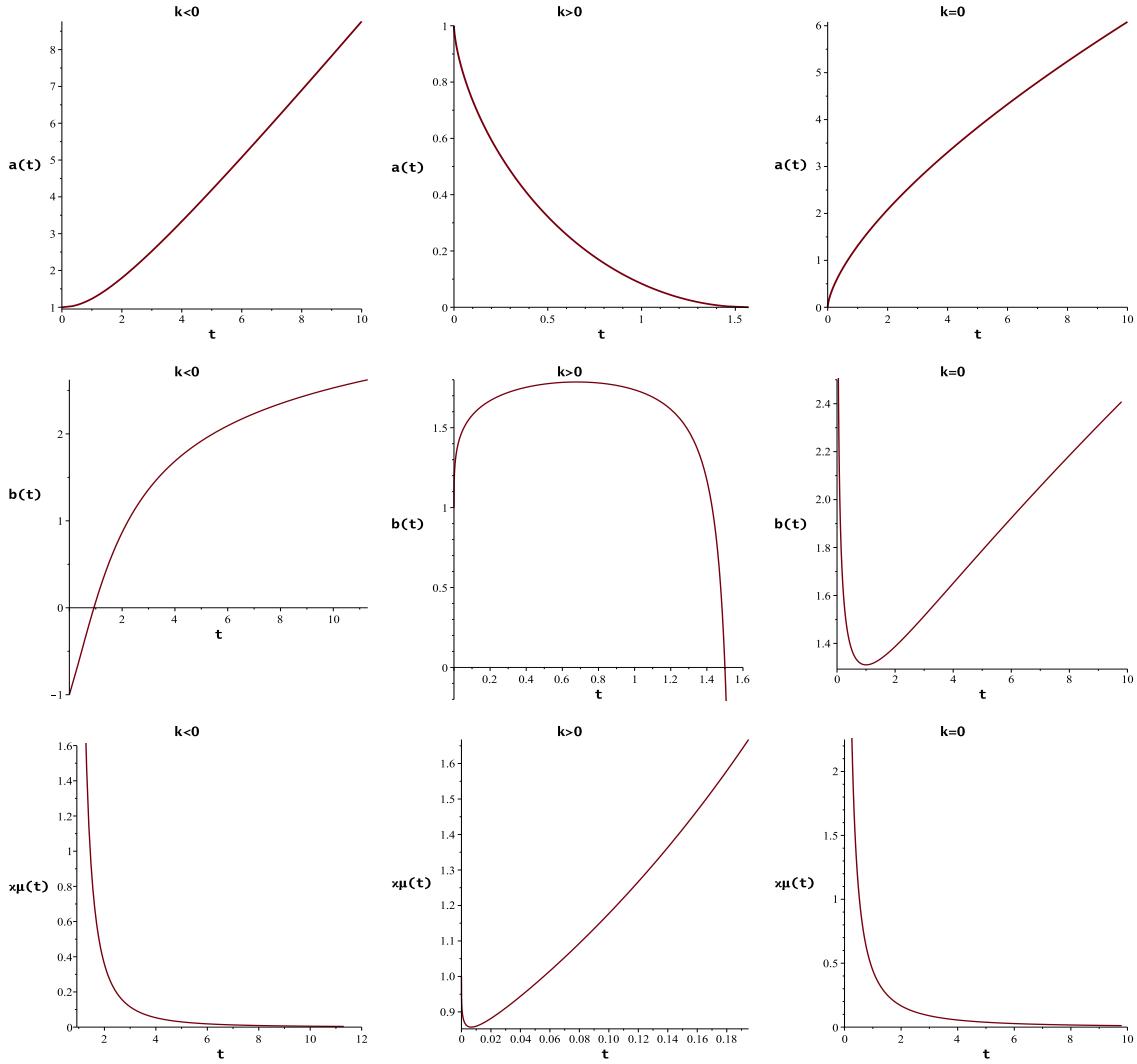


Рис. 1: Зависимости метрических функций a , b и плотности вещества $x\mu$ от времени t для различных значений k .

5. Заключение

В предлагаемой вниманию работе получены точные частные решения уравнений Эйнштейна, описывающие однородную анизотропную космологическую модель с вращением. Показано, что в случае $\dot{a} = 0$ решения уравнений Эйнштейна либо три-виальны, либо предполагают существование экзотических видов материи. Однако эта экзотическая материя не укладывается в рамки существующих на сегодняшний день определений темной энергии (Λ -член, квинтэссенция, квант, фантомная энергия). Материя такого типа может представлять собой однородное скалярное поле,

подобное квантовому вакууму, эффективное уравнение состояния которого имеет вид, близкий к так называемому квазивакуумному уравнению состояния. Именно материя с такими свойствами реализует экспоненциально быстрое расширение Вселенной.

Также проведено численное решение уравнений Эйнштейна на примере пылевидного распределения вещества ($p = 0$). Показано, что существуют как открытые так и закрытая модель, причем все они существенно анизотропны.

Литература

- [1] Вайнберг С. // Гравитация и космология. М.: Мир, 1975. Ellis G.F.R. // Relativistic cosmology. In general relativity and cosmology. Proc. of the XLVII Enrico Fermi Summer School. Ed. R.K. Sachs. New York: Academic Press, 1971. p.104. Наблюдательные основы космологии. Сб. статей. М.: Мир, 1965. Observational Cosmology. Eds. A. Mewitt, G.R. Burbidge, L.Z. Fang. Dordrecht: Reidel, 1987. Космология. Теория и наблюдения. Сб. статей под ред. Я.Б. Зельдовича. М.: Мир, 1978.
- [2] Линде А.Д. // Физика элементарных частиц и космология. М.: Наука, 1990.
- [3] P. Birch, Nature **298**, 451 (1982); R. G. Conway, P. Birch, R. I. Davis, L. R. Jones et al. Mon. Not. R. Astron. Soc. **202**, 813 (1983).
- [4] В. А. Короткий, Ю. Н. Обухов, ЖЭТФ **99** (1), 22 (1991).
- [5] В. Н. Павелкин, В. Ф. Панов, Изв. вузов. Физика. №7, 29 (1988).
- [6] В. Ф. Панов, Изв. вузов. Физика. №1, 22 (1985).
- [7] В. Г. Кречет, Изв. вузов. Физика. №12, 9 (1985).
- [8] В. Г. Кречет, Изв. вузов. Физика. №5, 3 (2005).
- [9] Л. Я. Арифов, Е. Н. Зинченко, А. П. Леляков, С. Н. Рощупкин, Теор. и Математ. Физика. **141** (2), 304 (2004).
- [10] Мурадян Р.М. // Исследование вращения в космологии. Препринт №636/26. Ереван: Ереванский физический институт, 1983.
- [11] Иваненко Д.Д., Кречет В.Г., Панов В.Ф. // О вращении Вселенной. В сб.: Проблемы теории гравитации и элементарных частиц. Сб. научн. статей. Ред. В.Н. Мельников. М.: Энергоатомиздат, 1986, с. 8.
- [12] Станюкович К.П. // Гравитационное поле и элементарные частицы. М.: Наука, 1965.
- [13] K. Land and J. Magueijo, astro-ph/0502237.

ON THE DYNAMICS OF THE UNIVERSE EXPANSION IN JORDAN TENSOR-SCALAR THEORY

G.G. Harutyunyan^a, R.M. Avakyan^b

^aE-mail: hagohar@ysu.am; Department of Physics, Yerevan State University, 1 Alex Manoogian Street, 0025 Yerevan, Armenia

^bE-mail: rolavag@ysu.am; Department of Physics, Yerevan State University, 1 Alex Manoogian Street, 0025 Yerevan, Armenia

In accordance of recent observational data the dominant contributions to the energy of the Universe come from the dark energy and dark matter. The first one is the source of anti-gravity, while the second one generates an attractive gravity. At present a balance of forces is established which leads to the accelerating expansion of the Universe. Dark energy is usually associated with the cosmological constant. As regards the dark matter, there are reasons to consider it as a scalar field. In the present paper we consider a scalar field within the framework of the Jordan modified theory. Models of flat Universe are presented with different cosmological scalars. The results are obtained for several values of the dimensionless parameter ζ and they are presented graphically. Unlike to the case $\zeta = 50$, the behavior of the corresponding curves is practically indistinguishable for the cases $\zeta = 500$ and $\zeta = 1000$. This is related to the fact that for large values of ζ the theory is close to General Relativity. With decreasing ζ the role of scalar fields increases.

CONSIDERATION OF ANTIGRAVITY WITHIN THE FRAMEWORK OF MODIFIED JORDAN-BRANS-DICKE THEORY OF GRAVITATION

A.V. Hovsepyan^a, R.M. Avakyan^b, E.V. Chubaryan^c, G.G. Harutyunyan^d

^aE-mail: ahovs@mail.ru; Department of Physics, Yerevan State University, Alex Manoogian Street, 0025 Yerevan, Armenia

^bE-mail: —; Department of Physics, Yerevan State University, Alex Manoogian Street, 0025 Yerevan, Armenia

^cE-mail: —; Department of Physics, Yerevan State University, Alex Manoogian Street, 0025 Yerevan, Armenia

^dE-mail: —; Department of Physics, Yerevan State University, Alex Manoogian Street, 0025 Yerevan, Armenia

Recent cosmological observations of large-scale structures confirm that the expansion of the Universe is accelerating and the dominant component is the dark energy. This has stimulated the development of the theory of gravitation and has led to the theoretical use of numerous alternative variants, including the scalar-tensor theories. It is known that the idea of generalization of Einstein's theory by introducing the gravitational scalar arose in an attempt to unify gravity and electromagnetism [1]-[3] without additional hypotheses. Later, related to the appearance of the cosmological constant problem, this theory was modified [4]-[6]. It has been used to construct cosmological models of the Universe for the stage of accelerated expansion at the recent epoch. The models described in the present paper are based on the modified tensor-scalar theory of Jordan within the framework of the "Einstein" frame when the scalar field is minimally coupled to the tensor field and also

in the "proper" frame with a self-consistent scalar field. Motivated by the importance of the role of vacuum phenomena in the cosmic evolution, it is also considered a model in which Λ is responsible for the vacuum effects.

References

- [1] G. Ludwig, *Forschrite der Projective Relativities Theory*, Braunschweig, 1951.
- [2] P. Jordan, *Schwerkraft and Weltall*, Braunschweig, 1951.
- [3] C. Brans, C.H. Dicke, *Phys.Rev.*, **124**, 925, 1961.
- [4] R.M. Avakyan, G.G. Arutyunyan, *Astrophysics*, **48**, 633, 2005.
- [5] R.M. Avakyan, G.G. Arutyunyan, *Astrophysics*, **53**, 317, 2010.
- [6] R.M. Avakyan, E.V. Chubaryan, G.G. Harutyunyan, A.V. Hovsepyan, A.S. Kotanjyan, *J. Phys.: Conf. Ser.*, **496**, 012020, 2014.

КИНЕТИКА УСТАНОВЛЕНИЯ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ В УСКОРЕННОЙ ВСЕЛЕННОЙ ПРИ НАЛИЧИИ СКЕЙЛИНГА ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В УНИТАРНОМ ПРЕДЕЛЕ

Ю.Г. Игнатьев^a

^aE-mail: ignatev_yu@rambler.ru; Казанский федеральный университет, Казань, Россия

Аннотация. Рассмотрены неравновесные космологические сценарии в предположении восстановления скейлинга во взаимодействиях элементарных частиц при сверхвысоких энергиях выше унитарного предела. На основе точного решения уравнения энергобаланса получено строгое доказательство о принципиальной недостижимости термодинамического равновесия в ускоренной Вселенной. Представлены и проанализированы результаты численного моделирования построенной ранее строгой математической модели процесса восстановления термодинамического равновесия в изначально неравновесной ультрапрелиативистской космологической плазме во Вселенной с произвольным ускорением в предположении восстановления скейлинга во взаимодействиях элементарных частиц при энергиях выше унитарного предела. Найдены предельные параметры неравновесного распределения выживших реликтовых частиц. Выдвинуто предположение о принципиальной возможности детектирования «истинно реликтовых частиц», несущих информацию о самых первоначальных стадиях эволюции Вселенной.

Abstract. Yu.G. Ignat'ev. Kinetics establishments of thermodynamic equilibrium in the accelerated Universe at presence scaling interactions in a unitary limit.

There are considered non-equilibrium cosmological scenarios with the assumption that scaling of particles interaction is restored in range of extra-high energies. On basis of energy-balance equation's exact solutions it is obtained the strong conclusion about fundamental unattainability of local thermodynamic equilibrium in the accelerated Universe. There are presented the results of numerical simulation of previously constructed strict mathematical model which describes thermodynamic equilibrium's establishment in the originally nonequilibrium cosmological ultrarelativistic plasma for the Universe with an arbitrary acceleration with the assumption that scaling of interactions of elementary particles is restored at energies above the unitary limit. Limiting parametres of residual nonequilibrium distribution of extra-high energy relic particles are obtained. The assumption about possibility of detection of "truly relic particles which appeared at stage of early inflation, is put forward.

Keywords: Early Universe, Local Thermodynamic Equilibrium, Relativistic Kinetics, Scaling, Cosmic Rays, Early Inflation, Backward Acceleration.

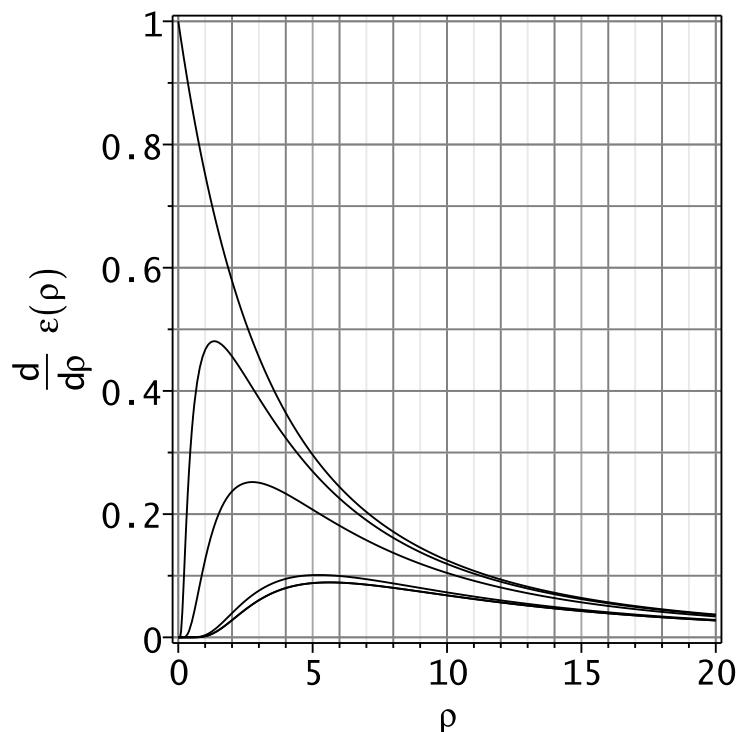


Рис.1. Эволюция распределения плотности энергии неравновесных частиц; всюду $\sigma_0 = 0.5$ (относительная доля энергии равновесных частиц); $N_0 = 100$; $N = 10$, $\langle \tilde{p} \rangle_0 = 10$ (средняя относительная энергия неравновесных частиц в начальном распределении), $t_0 = 1$ (космологическая постоянная); сверху вниз: $t = 0.0001; 0.01; 0.1; 1; 10; 100$. Lines at $t=10$ and $t=100$ are coincide. Подробности см. в [5, 3].

References

- [1] Yu.G. Ignat'ev, J. Sov. Phys. (Izv. Vuzov). **29**, No 2, 19 (1986).
- [2] Yu.G. Ignatyev, D.Yu. Ignatyev, *Gravitation & Cosmology* Vol.13 (2007), No. 2 (50), pp. 101-113
- [3] Yu. G. Ignat'ev, Russian Physics Journal, Vol. 56, No. 6, November, 2013. - p. 693-706
DOI: 10.1007/s11182-013-0087-4
- [4] Yurii Ignatyev, arXiv:1306.3633v1 [gr-qc] 13 June 2013.
- [5] Yu.G. Ignatyev, Grav. and Cosmol., to be publish in vol. 19, No 4, 2013.
- [6] Yu. G. Ignat'ev, Russian Physics Journal, to be publish in Vol. 57, No. 1, Jenuvary, 2014; Yu.G. Ignatyev, arxiv.org/pdf/1310.2183.pdf [gr-qc] 8 October 2013.
- [7] Yurii Ignatyev, arXiv:1306.3633v1 [gr-qc] 13 June 2013; Yu.G. Ignatyev, Gravitation and Cosmology, 2014, Vol. 20, No. 1, pp. 99-105. DOI: 10.1134/S0202289314020066

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИФФУЗИИ ЧАСТИЦ СВЕРХВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ В УСКОРЕННОЙ ВСЕЛЕННОЙ НА ОСНОВЕ МЕТОДОВ АСИМПТОТИЧЕСКИХ ОЦЕНОК

Ю.Г. Игнатьев^a, И.А. Кох^b

^aE-mail: ignatev_yu@rambler.ru; Казанский федеральный университет

^bE-mail: kokh90@mail.ru; Казанский федеральный университет

Проведено численное моделирование процесса космологической эволюции частиц сверхвысоких энергий в ускоренной Вселенной на основе уравнения типа Фоккера-Планка, предложенного одним из Авторов в более ранних работах. При этом используется методы асимптотических оценок.

Литература

- [1] Yu.G. Ignat'ev, J. Sov. Phys. (Izv. Vuzov). **29**, No 2, 19 (1986).
- [2] Yu. G. Ignatyev and R.A. Ziatdinov, Gravitation & Cosmology, Vol. 12 , No. 4 , pp. 1-12.
- [3] Yu. G. Ignatyev and R. A. Ziatdinov, Gravitation and Cosmology, (2008), Vol. 14, No. 4, pp. 301–308.
- [4] Ю.Г. Игнатьев, Р.А. Зиатдинов, Известия высших учебных заведений. Физика, 2009, № 2, с. 87-91.

**МОДЕЛИРОВАНИЕ КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ ЭВОЛЮЦИИ
ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ СИММЕТРИЧНО СКАЛЯРНО
ЗАРЯЖЕННОЙ БОЛЬЦМАНОВСКОЙ ПЛАЗМЫ ДЛЯ
ФАНТОМНОГО СКАЛЯРНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ**

Ю.Г. Игнатьев^a, М.Л. Михайлов^b

^aE-mail: ignatev_yu@rambler.ru; Казанский федеральный университет

^bE-mail: meschgan@mail.ru; Казанский федеральный университет

Построены численные модели космологической эволюции двухкомпонентной больцмановской плазмы разноименно скалярно заряженных частиц для случая фантомного взаимодействия на основе статистической модели, предложенной одним из авторов.

В работе представлены результаты численного моделирования задачи.

References

- [1] Yu.G. Ignat'ev, J. Sov. Phys. (Izv. Vuzov). **29**, No 2, 19 (1986).
- [2] Yu.G. Ignatyev, D.Yu. Ignatyev, *Gravitation & Cosmology* Vol.13 (2007), No. 2 (50), pp. 101-113
- [3] Yu. G. Ignat'ev, Russian Physics Journal, Vol. 56, No. 6, November, 2013. - p. 693-706
DOI: 10.1007/s11182-013-0087-4
- [4] Yurii Ignatyev, arXiv:1306.3633v1 [gr-qc] 13 June 2013.
- [5] Yurii Ignatyev, Gravitation and Cosmology, 2013, Vol. 19, No. 4, pp. 232-239. DOI: 10.1134/S0202289313040087
- [6] Yu. G. Ignat'ev, Russian Physics Journal, to be publish in Vol. 57, No. 1, Jenuvary, 2014; Yu.G. Ignatyev, arxiv.org/pdf/1310.2183.pdf [gr-qc] 8 October 2013.
- [7] Yu.G. Ignatyev, Gravitation and Cosmology, 2014, Vol. 20, No. 1, pp. 99-105. DOI: 10.1134/S0202289314020066

**КОСМОЛОГИЧЕСКАЯ ЭВОЛЮЦИЯ ВЫРОЖДЕННОЙ ФЕРМИ -
СИСТЕМЫ СО СВЕРХМАССИВНЫМИ
СКАЛЯРНО-ЗАРЯЖЕННЫМИ ФЕРМИОНАМИ**

Ю.Г. Игнатьев^a, Р.Ф. Миахахов^b

^aE-mail: ignatev_yu@rambler.ru; Казанский федеральный университет

^bE-mail: rustor@bk.ru; Казанский федеральный университет

Проведено численное моделирование космологической эволюции вырожденной Ферми - системы, состоящей из сверхмассивных $m_f \gg m_{Pl}$ скалярно заряженных частиц, как для скалярного поля с отталкиванием одноименно заряженных фермионов, так и с притяжением фантомного характера.

**СТАТИСТИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ФУНКЦИЙ
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТИЦ БЕССТОЛКОВИТЕЛЬНОЙ
КВАРК-ГЛЮОННОЙ ПЛАЗМЫ**

И.Ф. Исхаков^a

^aE-mail: ozmamars@yandex.ru; Набережночелнинский институт (филиал) Казанского федерального университета, Набережные Челны, Россия

Аннотация. Получена система статистических уравнений для анализа поведения неравновесной бесстолкновительной кварк-глюонной плазмы в сильных гравитационных полях при сверхвысоких температурах $T < T_{kp} = (1/8) \cdot (m_t c^2/k) = 2.5 \cdot 10^{14} K$ (m_t — масса t -кварка, k — постоянная Больцмана) и плотностях $10^{24} g/cm^3$. Показано, что при возмущениях в системе, сопровождающихся возрастанием температуры, превышающем T_{kp} , происходит взрыв, характеризующийся аномальным преобладанием больших скоростей последующем к формированию потоков адронов высоких энергий.

1

В естественных условиях кварк-глюонная плазма (КГП) — гипотетическое состояние системы квазисвободных夸克ов и глюонов — существовала, по-видимому, в первые 10^{-5} с после космологического взрыва. Не исключено, что она участвует в процессах, приводящих к выбросу струй вещества из наиболее активных ядер галактик: например, из центра эллиптической галактики M87 (NGC4486) типа E0. Возможно, она существует и в центре наиболее массивных нейтронных звёзд.

Наша задача: составить кинетические уравнения для кварк-глюонной плазмы в областях, скажем, активных ядер галактик в условиях чрезвычайно большой ядерной плотности и резких флюктуаций этой плотности и провести анализ некоторых возможных решений этих уравнений.

Кинетические уравнения для КГП мы составим в *бесстолкновительном приближении*, учитывая лишь коллективное взаимодействие частиц через самосогласованные поля и условия взаимных корреляций夸克ов в их движении. Данное приближение соответствует значениям температур, значительно превышающих те температуры, с которыми имеет дело гидродинамическая теория множественных процессов.

2

Принимая гипотезу об асимптотической свободе и исходя из плотности лагранжиана в квантовой хромодинамике [1].

$$\begin{aligned}
 L_{\text{КХД}}(x) = & \frac{i}{2} \cdot \hbar \cdot \left(\overline{\Psi}_i(x) \cdot \gamma^\mu \cdot \frac{\partial \Psi_i}{\partial x^\mu} - \frac{\partial \overline{\Psi}_i}{\partial x^\mu} \cdot \gamma^\mu \cdot \Psi_i(x) \right) - \\
 & - m_i \cdot c \cdot \overline{\Psi}_i(x) \cdot \Psi_i + \frac{g}{2} \cdot \overline{\Psi}_i(x) \cdot \gamma^\mu \cdot A_\mu^a(x) \cdot \gamma_{ij}^a \cdot \Psi_i(x) - \\
 & - \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial x^\mu} A_\nu^a(x) - \frac{\partial}{\partial x^\nu} A_\mu^a + \frac{g}{\hbar c} \cdot f_{abc} \cdot A_\mu^b \cdot A_\nu^c \right)^2
 \end{aligned} \tag{1}$$

волновое уравнение кварка в поле действия глюона с 4-потенциалом $A_\mu^a(x)$ можно представить в виде

$$\gamma^\mu \left(i\hbar c \frac{\partial}{\partial x} \delta_{ij} + \frac{g}{2} A_\mu^a(x) \lambda_{ij}^a \right) \Psi_j(x) - m_i \cdot c^2 \cdot \Psi_i(x) = 0 \quad (2)$$

(аналог уравнения Дирака), где $\Psi_j(x)$ — волновая функция кварка типа ("аромата") i ($i = 1, 2, 3$), входящего в состав определённого бариона, $A_\mu^a(x)$ — восьмицветное глюонное поле ($a = 1, \dots, 8$; a — определяет "цвет" поля; $\mu = 0, \dots, 3$; μ — координатный индекс); g — константа кварк-глюонного взаимодействия, аналог электрического заряда в квантовой электродинамике; γ^μ — матрицы Дирака; λ_{ij}^a — совокупность восьми матриц Гелл-Манна; f_{abc} — антисимметричный по "цветовым" индексам единичный тензор.

При высоких температурах и/или больших барионных плотностях равновесной адронной материи можно ожидать возникновения "цветопроводимости" то есть состояния, в котором цветные кварки и глюоны, пленённые адронами в адронной материи, освобождаются и могут распространяться как квазисвободные частицы по объёму плазменной материи. В таком случае можно рассматривать движение отдельного кварка в квазиклассическом приближении, называемом ВКБ-приближением.

В ВКБ-приближении уравнение динамики кварка можно привести к виду

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{dp_i^\alpha}{cd\tau} \right\rangle &= -\frac{1}{m_i \cdot c} \Gamma_{\mu\nu}^\alpha p_i^\mu p_j^\nu - \frac{g\hbar}{4m_i c^2} \cdot \sum_{j=1}^3 \rho_{ji}(x) \cdot \lambda_{ji}^a \cdot \frac{\partial^2 A_\mu^a}{\partial x_\alpha \partial x^\nu} \cdot \sigma_i^{\nu\mu} - \\ &- \frac{g}{2m_i c^2} \cdot \sum_{j=1}^3 \rho_{ij}(x) \cdot \lambda_{ji}^\alpha \cdot \frac{\partial A_\mu^a}{\partial x_\alpha} \cdot p_i^\mu - \frac{\hbar}{4m_i c} \cdot {}^\alpha \cdot p_i^\mu \cdot \sigma_i^{\nu\lambda} \end{aligned} \quad (3)$$

где $R_{\mu\nu\lambda}$ — тензор кривизны пространства-времени; $\Gamma_{\mu\nu}^\alpha$ — символы Кристоффеля; p_i^α — 4-импульс кварка; $\sigma_i^{\nu\lambda} = \frac{i}{2\Psi_i \Psi_i} \cdot \bar{\Psi}_i (\gamma^\nu \gamma^\lambda - \gamma^\lambda \gamma^\nu) \Psi_i$, $\rho_{ij}(x)$ — функция корреляции в движении кварков i и j (корреляционная матрица), удовлетворяющая волновому уравнению

$$i\hbar c \frac{\partial \rho_{ij}}{\partial x^\mu} \cdot \gamma^m u = (m_i - m_j) \cdot c^2 \rho_{ij} + \frac{g}{2} \sum_{k=1}^3 (\rho_{ik}(x) \lambda_{kj}^a - \lambda_{ik}^a(x)) \cdot A_\mu^a(x) \gamma^\mu \quad (4)$$

Таким образом, в квазиклассическом приближении движение отдельно рассматриваемого кварка не является независимым от движения остальных кварков, а связь выражается через корреляционную матрицу $\rho_{ij}(x)$, которая, в свою очередь, зависит от самосогласованного глюонного поля $A_\mu^a(x)$, удовлетворяющего уравнению

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 A^{l\rho}}{\partial x^\mu \partial x_\mu} + \frac{g}{\hbar c} f_{lbc} \cdot A^{b\mu} \frac{\partial A^{c\rho}}{\partial x^\mu} + 2 \cdot \frac{g}{\hbar c} \cdot f_{adl} \left(\frac{\partial A_\mu^a}{\partial x_\rho} - \frac{\partial A^{a\rho}}{\partial x^\mu} + \frac{g}{\hbar c} f_{abc} \cdot A^{b\rho} A_\mu^c \right) A^{d\mu} = \\ = -g \cdot Sp \left[\sum_{i,j=1}^3 \rho_{ij}(x) \cdot \lambda_{ij}^l \cdot \gamma^\rho \cdot \int_{(\infty)} f_i(\vec{r}, \vec{p}, t) d\vec{p} \right] \end{aligned} \quad (5)$$

где $Sp[\dots]$ — шпур-сумма диагональных элементов матрицы, а 4-«потенциал» глюонного поля $A^{lp}(x)$ зависит от функции распределения кварков $f_i(\vec{r}, \vec{p}, t)$. Уравнение (5)

является аналогом уравнения Даламбера в электродинамике, но в отличие от уравнения Даламбера оно содержит слагаемые, выражающие нелинейный характер уравнений квантовой хромодинамики. Уравнение (5) получено в результате усреднения по физически бесконечно малому объёму ΔV и промежутку времени Δt (аналогично выводу уравнений макроскопической электродинамики в веществе) из соответствующего уравнения микрополей, определяемого в соответствии с плотностью лагранжиана (1).

В уравнениях (3), (4), (5) по повторяющимся координатным, греческим, индексам производится суммирование от 0 до 3, по "цветовым" индексам a, b , и c — суммирование от 1 до 8. Кварки в квазиклассическом приближении являются "белыми" (в уравнении динамики (3) 4-импульс кварка не снабжён "цветовым" индексом, а по "цветам" глюонов производится суммирование).

Дальнейшее решение задачи основано на результатах, полученных А. А. Власовым и изложенных им в монографии [2].

Основополагающее уравнение в решении задачи для статистических функций распределения кварков принимается в виде

$$\frac{\partial f_i(\vec{r}, \vec{p}, t)}{\partial t} + \text{div}_{\vec{r}}(f_i) + \text{div}_{\vec{p}}(\langle \dot{\vec{p}} \rangle, f_i) \quad (6)$$

где i — тип кварка ($i = 1, 2, 3$). Кинетическое уравнение (6) представляет собой уравнение непрерывности для статистических функций $f_i(\vec{r}, (\vec{p}, \dot{\vec{p}}, \ddot{\vec{p}}), t)$ в фазовом пространстве (\vec{r}, \vec{p}) . Обрыв цепочки для функции $f_i(\vec{r}, \vec{p}, \dot{\vec{p}}, \ddot{\vec{p}}, \dots, t)$ достигается введением механического элемента — среднего значения производной $\langle \dot{\vec{p}} \rangle$ и переходом к функции меньшего числа измерений:

$$f_i(\vec{r}, (\vec{p}, \dot{\vec{p}}, \ddot{\vec{p}}), t) = \int_{(\infty)} f_i(\vec{r}, \vec{p}, \dot{\vec{p}}, \ddot{\vec{p}}, \dots, t) \cdot d\dot{\vec{p}} \cdot d\ddot{\vec{p}} \cdot \dots$$

Второй член уравнения (6) учитывает изменение функции распределения под влиянием перемещения частиц, третий — под влиянием изменения их импульсов. В соответствии со смыслом статистического распределения выражение в левой части уравнения (3) определяется как

$$\left\langle \frac{dp_i^\alpha}{cd\tau} \right\rangle = \frac{u^0 \cdot \int_{(\infty)} \dot{p}_i^\alpha f_i(\vec{r}, \vec{p}, \dot{\vec{p}}, t) \cdot d\dot{\vec{p}}}{f_i(\vec{r}, \vec{p}, t)} \quad (7)$$

где $u^0 = \frac{d\tau}{dt}$, $\frac{d}{d\tau}$ — производная по собственному времени частицы; $\frac{d}{dt}$ — производная по времени лабораторной системы отсчёта;

$$\frac{dp_o^\mu}{dt} \equiv \dot{p}_i^\mu = \frac{1}{u^0} \cdot \frac{dp_i^\mu}{d\tau}$$

Система уравнений (3), (4), (5) — система статистических уравнений для анализа поведения неравновесной бесстолкновительной плазмы в сильных гравитационных полях при сверхвысоких температурах и плотностях.

3

Рассмотрим интересный случай приложения системы уравнений (3)-(6) для статистических функций распределения. Это анализ возможности взрыва метрического происхождения.

В римановом пространстве единственный факт расходящихся скоростей (без действия сил) сам по себе влечёт определённую метрику, которая оказывается существенно нестационарной (связанной с расширением пространственных масштабов). Это следует из условий разрешимости системы уравнений

$$D_\beta u^\alpha = \frac{\partial u^\alpha}{\partial x^\beta} + \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha \cdot u^\gamma = a_\beta^\alpha(x^\sigma, u^\sigma, f) \quad (8)$$

выражающих условия ограничения на поля скоростей ($D_\beta u^\alpha$ — ковариантная производная по Риччи от 4-скорости u^α по координате x^β), где тензор a_β^α (зависящий от координат, 4-скорости и функции распределения частиц) вводится извне [2, с. 172]. Соответствующая метрика может быть выбрана в виде

$$ds^2 = (dx^0)^2 - e^{a \cdot \frac{x^0}{c}} \cdot \sum_{\alpha, \beta=1}^3 \tilde{q}_{\alpha\beta}(x^1, x^2, x^3) \cdot dx^\alpha dx^\beta \quad (9)$$

где a, c — некоторые постоянные; тензор

$$a_\beta^\alpha = a \left(\delta_\beta^\alpha - \frac{u^\alpha u^\beta}{c^2} \right), \quad c^2 = u^\alpha u_\alpha$$

и ковариантное ускорение равно нулю:

$$\begin{aligned} \frac{(D_\beta u^\alpha) \cdot dx^\beta}{d\tau} &= \frac{Du^\alpha}{d\tau} = \frac{du}{d\tau} + \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha \cdot u^\gamma \cdot \frac{dx}{d\tau} = \\ &= a_\beta^\alpha \cdot \frac{dx^\beta}{d\tau} = a \cdot \left(\delta_\beta^\alpha - \frac{u^\alpha u_\beta}{c^2} \right) \cdot u^\beta = a \cdot (u^\alpha - u^\alpha) = 0 \end{aligned}$$

Возникает задача изучения статистических распределений по скоростям в области высоких температур, не исключая возможности аналитической независимости в показаниях собственного и лабораторного времени.

Соответствующим математическим аппаратом является метод ковариантного дифференцирования по Картану [4, гл. 5], в котором наряду с пространством координат вводится пространство опорных элементов (4-скоростей), определённых вдоль линий.

Последовательно проведём математические выкладки, иллюстрирующие процесс метрического взрыва.

4

Уравнение непрерывности для функции распределения (5) представим в ковариантном виде в переменных x^α, u^α :

$$\tilde{Div}_r u f_i(x^\alpha, u^\alpha) + \operatorname{div}_u \left\langle \frac{\tilde{D}u}{du} \right\rangle \cdot f_i(x^\alpha, u^\alpha) = 0 \quad (10)$$

где на основании ковариантного дифференцирования по Картану

$$\tilde{D}iv_r u f_i = u^\alpha \tilde{D}_\alpha f_i + f_i \tilde{D}_\alpha u^\alpha, \tilde{D}_\alpha f_i = \frac{\partial f_i}{\partial x^\alpha} - \Gamma_{\alpha\gamma}^\sigma u^\gamma \cdot \frac{\partial f_i}{\partial u^\sigma}, \tilde{D}_\beta u^\alpha \equiv 0$$

$\left\langle \frac{\tilde{D}u}{du} \right\rangle$ определяется уравнением (3).

В уравнениях (10) и (11) связь между собственным и лабораторным временем должна конкретизироваться дополнительным условием. Число независимых переменных x^α, p^α (или u^α) равно 8, новая (восьмая) степень свободы как раз связана с произволом зависимости между τ и $x_0 = ct$. В выражении четырёхмерной дивергенции

$$\tilde{D}iv_r u f_i = u_\alpha \tilde{D}_\alpha f_i + f_i \tilde{D}_\alpha u^\alpha$$

такой член есть

$$\frac{\partial f_i}{\partial u^0} \Gamma_{\alpha\gamma}^0 u^\alpha u^\gamma.$$

Характер связи между t и τ может быть в виде аналитической однозначной зависимости, либо может существовать полная статистическая независимость в показаниях часов t и часов τ . Последний случай не имеет аналога ни в классической, ни в релятивистской теории, тем не менее, логическая возможность этого случая является очевидной. Можно ожидать, что в области высоких температур "часы" на частицах подвергаются настолько сильным возмущениям, что ни о какой синхронизации показаний часов лабораторных и собственных не может идти речь. Можно предположить статистическую независимость в показаниях этих двух типов "часов". Статистическую независимость в указанных величинах можно включить в функцию распределения как новую степень свободы [2, с. 214].

5

Будем отыскивать решения для функции распределения $f_i(\vec{r}, \vec{p}, t)$ в условиях стационарности по отношению к лабораторному, но не собственному времени:

$$\frac{\partial f}{\partial x^0} = 0, \frac{\partial g_{\alpha\beta}}{\partial x^0} = 0, g_{0k} = g^{0k} = 0 (k = 1, 2, 3).$$

В целях выявления качественного результата примем следующее чрезмерное упрощение задачи: пренебрегаем действием сил на отдельные кварки, то есть примем $\left\langle \frac{\tilde{D}u}{\partial \tau} \right\rangle$, тем самым мы пренебрегаем и корреляцией в движении кварков, это допустимо лишь в крайнем случае вырожденной кварк-глюонной плазмы. В дальнейшем будет приведена оценка плотности и температуры вещества в таких условиях.

При этом уравнение (10), выражающее закон сохранения для функции распределения

$$f_s(x^\alpha, u^\alpha) \rightarrow f(x^i, u^\alpha), (\alpha = 1, 2, 3); (s, i = 1, 2, 3)$$

принимает вид

$$\tilde{D}iv_i u f(x^i, u^\alpha) = 0 \quad (11a)$$

или

$$u^\alpha \left(\frac{\partial f}{\partial x^\alpha} - \frac{\partial f}{\partial u^\sigma} \Gamma_{\alpha\gamma}^\sigma u^\gamma \right) = 0. \quad (11b)$$

Выделим в функции распределения переменные, которые в дальнейшем будем считать *независимыми*:

$$f(x^\alpha, u^\alpha) \rightarrow f(x^i, \xi^i, u^0)$$

где $\xi^i = \frac{u^i}{\sqrt{g^{00} \cdot u^0}}$ — составляющие 3-скорости.

Компоненты скорости ξ^i , не зависят от собственного времени, последнее входит только в u^0 . Раскрываем теперь частные производные в уравнении (11b) и приводим его к виду

$$\begin{aligned} \xi^i \left[\frac{\partial f}{\partial x^i} + \frac{\partial \ln g_{00}}{\partial x^i} \cdot (\xi^2 - 1) \cdot \frac{\partial \ln g_{00}}{\partial x^i} \cdot u^0 \cdot \frac{\partial f}{\partial u^0} \right] = 0, \\ (-g_{ik} \xi^i \xi^k = \xi^2). \end{aligned} \quad (12)$$

Будем искать решение в виде функции распределения, изотропно зависящей от скорости:

$$f(x^i, \xi^i, u^0) \rightarrow f(x^i, g_{ik} \xi^i \xi^k, u^0).$$

Применяем принцип статистической независимости по отношению к показаниям часов собственного и лабораторного времени; тогда выступающая в уравнении степень свободы $u^0 = \frac{dx^0}{d\tau} = \frac{d(ct)}{d\tau}$ должна быть случайной величиной, статистически независимой от остальных переменных x^i и ξ^i :

$$f(x^i, \xi^2, u^0) = \rho(x^i) \cdot w(\xi^2) \cdot w_0(u^0). \quad (13)$$

Разделяя переменные, получаем

$$\frac{\frac{\partial \ln \rho}{\partial x^i}}{\frac{mc^2}{2} \cdot \frac{\partial \ln g_{00}}{\partial x^i}} - \frac{2}{mc^2} \cdot \frac{\partial \ln w_0}{\partial u} \cdot u = -(\xi^2 - 1) \cdot \frac{\partial \ln w}{\partial \xi^2} \cdot \frac{2}{mc^2} = -\left(\frac{1}{\theta} - \frac{1}{\theta_{kp}}\right)$$

где θ, θ_{kp} — постоянные разделения; при разделении мы умножим уравнение справа и слева на множитель mc^2 .

Для определения функций ρ, w, w_0 служат следующие определения:

$$d \ln \rho = -\frac{mc^2}{2\theta} \cdot d \ln g_{00}, d \ln w_0 = -\frac{mc^2}{2\theta_{kp}} \cdot \left(\frac{du^0}{u^0}\right), d \ln w = \frac{mc^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{\theta} - \frac{1}{\theta_{kp}}\right) \cdot \frac{d\xi^2}{\xi^2 - 1}.$$

Интересующая нас зависимость от скоростей ξ^2 и переменной u^0 определяется функциями распределения

$$w(\xi^2) = w(0) \cdot (1 - \xi^2)^{\frac{mc}{2} \left(\frac{1}{\theta} - \frac{1}{\theta_{kp}}\right)}, w_0(u^0) = w_0(0) \cdot \frac{1}{(u^0)^{\frac{mc^2}{2\theta_{kp}}}}$$

Переход к классическому распределению требует двух условий: $c \rightarrow \infty, \theta_{kp} \rightarrow \infty$, тогда

$$\lim_{c \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{\nu^2}{c^2}\right)^{\frac{mc^2}{2\theta}} \rightarrow \lim_{Z \rightarrow 0} \left(1 - \frac{1}{Z}\right)^{\frac{mc^2}{2\theta} \cdot Z} = e^{-\frac{mc^2}{2\theta}}, \lim_{\theta_{kp} \rightarrow \infty} \frac{1}{(u^0)^{\frac{mc^2}{2\theta_{kp}}}} = 1.$$

При этом переходе степень свободы по u^0 выпадает.

Если $\theta_{\text{кр}} < \infty$, то при достаточно большом значении θ , имеющей смысл температуры, показатель $\frac{mc^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{\theta} - \frac{1}{\theta_{\text{кр}}}\right)$ может изменить знак. В таком случае функция $w(\xi^2)$ становится не убывающей, а возрастающей функцией скорости и нормировка по скорости нарушается. Естественно $\theta \geq \theta_{\text{кр}}$ интерпретировать как условие взрыва системы. При известных допущениях можно установить связь $\theta_{\text{кр}}$ с другими величинами, характеризующими задачу.

Элемент объёма координаты-скоростей: $\sqrt{-g}d^4x \cdot \sqrt{-g}d^4u$. Выражая интегрирование по скоростям через новые переменные $\xi^i = \frac{u^i}{\sqrt{g^{00} \cdot u^0}}$

$$d^3u \cdot du^0 \sim d^3\xi(u^0)^3 \cdot du^0.$$

Допуская, что u^0 не меняет знак - собственное и лабораторное время могут изменяться только в одном направлении - и что интервал времени Δt , внутри которого существует производная $\frac{dt}{d\tau}$, может с увеличением хаоса только уменьшаться, по сравнению со случаем идеальной синхронизации ($d\tau = dt$), на область изменения u^0 естественно наложить условие $c \leq u^0 \leq \infty$. Для нормировки необходимо потребовать

$$\int_0^\infty (u^0)^{-\gamma+3} \cdot du^0 = \frac{1}{-\gamma + 4} \cdot (u^0)^{-\gamma+4} \Big|_0^\infty < \infty, \quad \gamma = \left(\frac{mc^2}{2\theta_{\text{кр}}}\right),$$

откуда получаем ограничение на величину $\theta_{\text{кр}}$: $-\gamma + 4 < 0$, или

$$\frac{mc^2}{\theta_{\text{кр}}} > 8. \quad (14)$$

Таким образом, если в системе частиц возникают настолько сильные возмущения, что аналитическая связь между собственным и лабораторным временем заменяется статистической независимостью, то система характеризуется максимальным значением температуры; при переходе через этот предел возникает взрыв, характеризующийся аномальным преобладанием больших скоростей частиц.

Сформулированный вывод является утверждением теоремы А. А. Власова, данной им в монографии [4, с. 219].

Корреляция в движении кварков приводит к тому, что частицами больших скоростей при названном переходе становятся адроны сверхвысоких энергий (фазовый переход, сопровождающийся адронизацией кварков).

6

Произведём оценку плотности кварк-глюонной плазмы, при которой справедлив полученный результат. Масса наиболее массивного кварка — t -кварка, определённая на тэватроне лаборатории им. Ферми, составляет [3]

$$m_t = 176 \pm 11 \text{ ГэВ}$$

и равна приблизительно массе ядра золота. Температуру такой вырожденной плазмы

$$T_{\text{вырожд}} = \frac{\hbar^2}{2m_t k} \cdot (3\pi^2 \cdot n_t)^{\frac{2}{3}}$$

получим равной

$$\frac{1}{8} \cdot \frac{m_t \cdot c^2}{k} = 2.5 \cdot 10^{14} K.$$

Тогда плотность числа частиц

$$n_t = \frac{1}{3\pi^2} \left(\frac{m_t \cdot c}{2\hbar} \right)^3.$$

Плотность $\rho_t = m_t \cdot n_t$ оказывается равной $\approx 10^{24} \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, что на 10 порядков превышает ядерную плотность ($\rho_{\text{ядер}} \approx 10^{14} \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$).

Литература

- [1] Brodsky S.J. // Quantum Chromodynamics and the Dynamics of Hadrons. Quantum Chromodynamics. — New York, 1979. — p. 4.
- [2] Власов А.А. // Статистические функции распределения. — М.: Наука, 1966.
- [3] Zerwas S.M. // Europhys. News. — 1995. — V.26. — № 6. — p. 125.

ABOUT THE DARK MATTER GENERATION MECHANISM

V.S. Kirchanov^a

^aE-mail: kirchanv@rambler.ru; Perm Natioanal Recesearch Politechnical Univercity, 29 Komsomolskii str, 614990, Perm, Russia

Keywords: *dark matter, superstrings*

Space-time universe in the Planck epoch could have complex dimension $d > 4$. At the end of the Planck epoch in the highly simmetric vakuumsimilary initial state with enormous energy phase transition occurred with changes in the topology and dimension $d \rightarrow 4 + (d - 4)$ in a minimum volume.

Universe in the Planck epoch can be represented in the complex geometry in the form of a flattened "Bud set compressed complex world surfaces which move complex particles. Closest example is the geometry of the Kerr - Schild black hole containing two-sheeted complex surfaces. According to the model and cyclic coordinates were compressed wound strings.

Highly symmetric state is unstable with respect to spontaneous internal disturbances having a low symmetry. When you break the "Bud"inner complex geometry changes, turning at the end of the outer psevdovklidovyu geometry. Changing the structure of space and space formed a new topology.

Possible mechanism of the phase transition next. In chaotic motion within the primary space as a result of collisions with cyclic coordinates wound strings they form a dynamic complex of three dimensions. If the amount of energy that comes to a state with one dimension exceeds the critical, fracture occurs. Symmetry is spontaneously broken vakuum-similary state. Volumetric energy density decreased . Other states of the complex coordinates have changed and they Compactified in a variety of type of Calabi -Yau manifolds.

Complex (z_1, z_2, z_3) stands compressed complex surfaces straighten arises primary space Penrose, of whose sections, resulting from the transition, the coherent state interacting strings creates a flat space-time. Three-dimensional world surface moving cosmic strings surrounds three-dimensional sphere screening it from collapsing.

Vacuum condensate scalar field began to evaporate and spread to the educated 3D-brane acceleration. There was a wave mode. When driving scalar field arose "radiation whose quanta formed dark energy with negative pressure, filling the entire universe.

Thus, we can assume that dark energy was formed in an era of inflation. Electroweak phase transition occurs at energies of about 100 GeV and was accompanied by the release of the Higgs condensate from the vacuum with the formation of dark energy in the form of gas filled the entire space. It refers to the Higgs sector fields, so the dark energy does not interact with gravity and other interactions. Note that the four-dimensional space-time formed because the 4-space, offering a large number of features have the highest "capacity" to organize matter, compared with the spaces of other dimensions.

ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ В ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ КИРАЛЬНОЙ КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ С ФАНТОМНЫМ ПОЛЕМ

A.C. Кубасов^a

^aE-mail: as-kubasov@rambler.ru; Ульяновский Государственный Педагогический Университете имени И.В. Ульянова, Ульяновск

Действие для киральной космологической модели с потенциалом взаимодействия $V(\varphi)$ имеет вид:

$$S = \int \sqrt{-g} d^4x \left(\frac{R}{2\kappa} + \frac{1}{2} h_{AB}(\varphi) \varphi_{,\mu}^A \varphi_{,\nu}^B g^{\mu\nu} - V(\varphi) \right), \quad (1)$$

где $g_{\mu\nu}(x)$ – метрика пространства-времени, h_{AB} – метрика пространства-целей, $\varphi = (\varphi^1, \dots, \varphi^N)$ – киральные поля, $\varphi_{,\mu}^A = \partial_\mu \varphi^A = \frac{\partial \varphi^A}{\partial x^\mu}$.

Метрика пространства-целей диагональная вида:

$$ds_{ts}^2 = d\phi^2 + h_{22}(\phi, \psi) d\psi^2 \quad (2)$$

Метрика пространства-времени выбрана в форме Фридмана–Робертсона–Уокера (ФРУ):

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2 \left(\frac{dr^2}{1 - \epsilon r^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2 \right). \quad (3)$$

Полевые уравнения и уравнения Эйнштейна в этом случае записываются следующим образом:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} - \frac{1}{2} \frac{\partial h_{22}}{\partial \phi} \dot{\psi}^2 + \frac{\partial V}{\partial \phi} = 0, \quad (4)$$

$$3H(h_{22}\dot{\psi}) + \partial_t(h_{22}\dot{\psi}) - \frac{1}{2} \frac{\partial h_{22}}{\partial \psi} \dot{\psi}^2 + \frac{\partial V}{\partial \psi} = 0, \quad (5)$$

$$K(t) = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2(t) + \frac{1}{2} h_{22}(t) \dot{\psi}^2(t) = \frac{1}{\kappa} \left[\frac{\epsilon}{a^2} - \dot{H} \right], \quad (6)$$

$$V(t) = \frac{3}{\kappa} \left(H^2 + \frac{1}{3} \dot{H} + \frac{2}{3} \frac{\epsilon}{a^2} \right). \quad (7)$$

Система уравнений решается для случая обобщенного экспоненциального масштабного фактора

$$a(t) = A(\beta + e^{\alpha t})^m \quad (8)$$

где $A, \beta, \alpha, m, t > 0$.

В докладе приводятся новые решения и их анализ.

РАСПАД ЧАСТИЦ «ТЕХНИЦВЕТОВОЙ» СКРЫТОЙ МАССЫ И ИЗБЫТОК КОСМИЧЕСКИХ ПОЗИТРОНОВ

М.Н. Лалетин^a, К.М. Белоцкий^b, К. Куварис^c, М.Ю. Хлопов^d

^aE-mail: mnlaletin@mail.ru; Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва, Россия

^bE-mail: —; Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва, Россия

^cE-mail: —; University of Southern Denmark, Odense, Denmark

^dE-mail: —; APC laboratory 10, Paris, France

Для решения проблемы скрытой массы Вселенной, составляющей около 25% ее плотности, предлагаются различные подходы, в том числе модели составной скрытой массы. В их рамках предполагается, что скрытая масса состоит из связных атомо-подобных состояний гипотетических частиц с двойным электрическим зарядом (см. [1, 2] и ссылки в них). Гипотетические частицы могут быть связаны друг с другом, либо с ядром гелия. Дважды заряженные частицы возможны в различных моделях [3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13].

В данной работе рассматривается модель «блуждающего» техницевета (*WTC*). В минимальной *WTC* модели имеется два техникварка, верхний *U* и нижний *D* с зарядами +1 и 0 соответственно, преобразующиеся по присоединенному представлению калибровочной группы техницевета *SU(2)*, а также дополнительное поколение лептонов ν' и ζ с зарядами -1 и -2, представляющие собой дублет относительно электрослабого взаимодействия. В рамках моделей *WTC* предлагаются различные кандидаты в скрытую массу [13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20]. В нашей работе мы исследуем случай двухкомпонентной скрытой массы. Одна (основная) компонента состоит из связанных состояний техничастицы с зарядом -2 (ζ или $\bar{U}\bar{U}$) с ядром гелия *He*, образовавшихся в процессе первичного нуклеосинтеза. Такие «атомы» *HeA* (где *A* - ζ или $\bar{U}\bar{U}$) проявляют свойства сильновзаимодействующих массивных частиц (*SIMP*) за счет *He*. Наличие таких частиц не вступает в противоречие с результатами подземных детекторов (*CDMS*, *Xenon*, *LUX*), так как они тормозятся в грунте и не приводят к энерговыделению в детекторе выше порога. Вторая (субдоминантная) компонента скрытой массы состоит из «вимпов» вида *UU* ζ или $\zeta\bar{U}\bar{U}$. Ее относительная доля должна быть на уровне 10^{-6} или ниже, чтобы не вступать в противоречие с ограничениями подземных лабораторий. Предполагается, что субдоминантная компонента метастабильна, и может распадаться по лептонным каналам (за счет неизвестной высокоэнергетической физики): $UU \rightarrow e^+e^-$, $UU \rightarrow \mu^+\mu^-$, $UU \rightarrow \tau^+\tau^-$ (для определенности берется *UU*). Цель данной работы – расчет ожидаемого спектра космических позитронов, в качестве первичной компоненты которых предполагают-

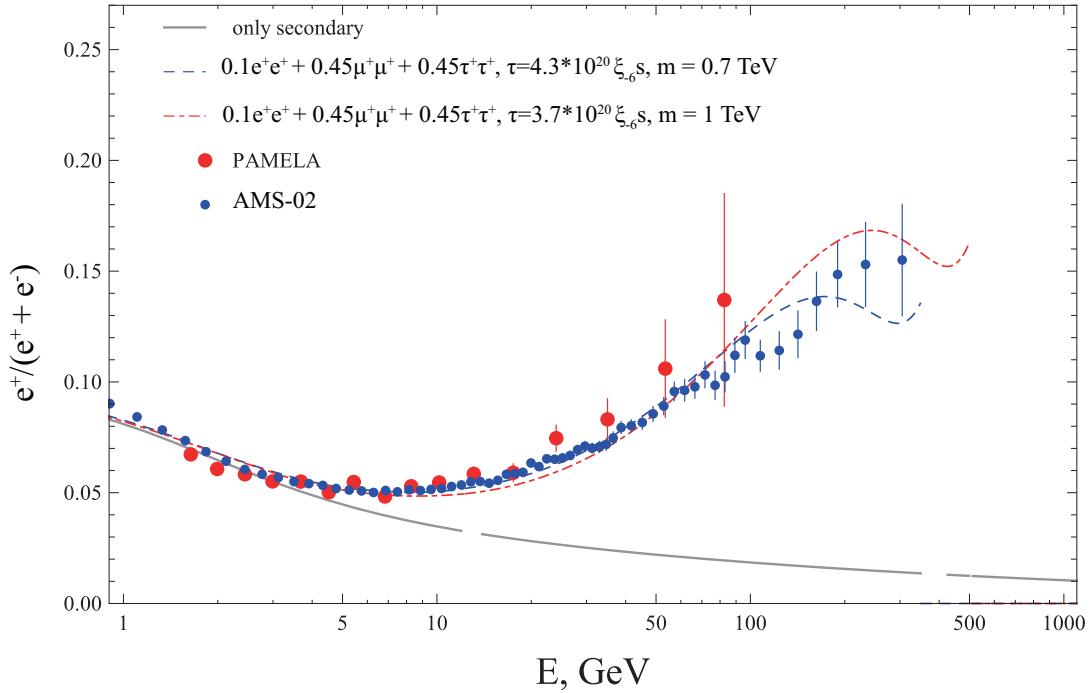


Рис. 1: Избыток позитронов от распадов UU в сравнении с данными $AMS-02$ и $PAMELA$

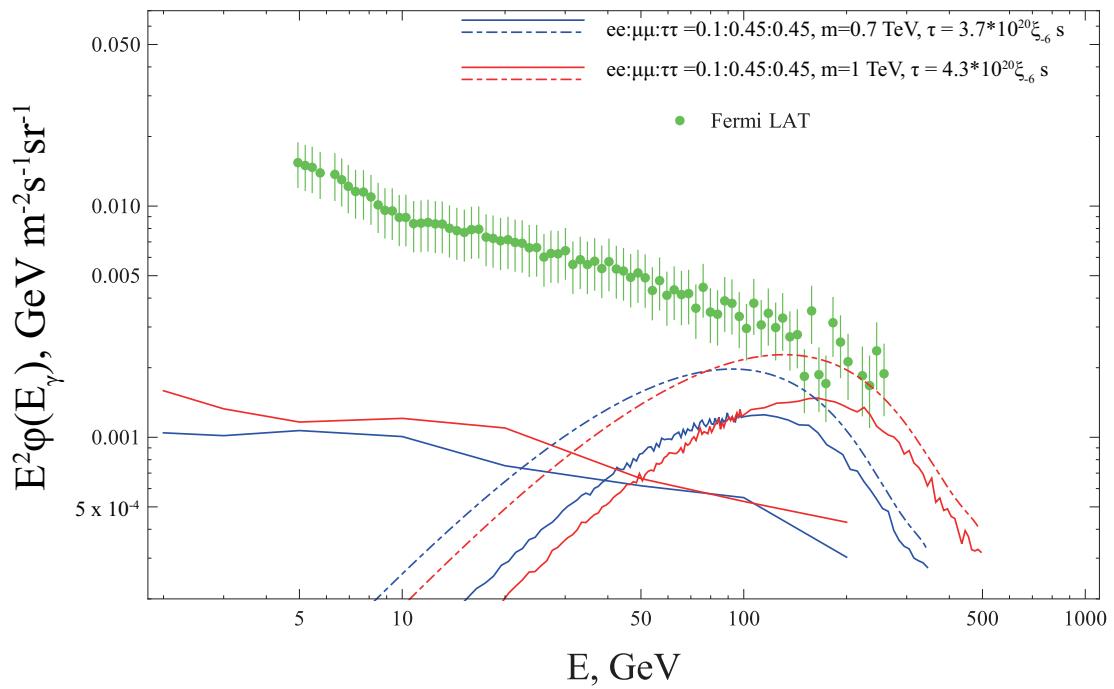


Рис. 2: Гамма-излучение от распадов UU в сравнении с данными $Fermi-LAT$

ся продукты распада частиц техни цветовой скрытой массы, и на основе его анализ возможности объяснения за счет них данными *PAMELA* и *AMS-02* (решение т.н. проблемы «позитронной аномалии»), в отсутствие противоречия рассчитанного спектра гамма-излучения с данными *Fermi/LAT*.

Рассматривались различные относительные вероятности лептонных мод. Рассчитывались первичные (от распада UU) спектры позитронов и фотонов (с использование MC-генератора *Pythia* [21]). Учитывалось распространение позитронов в Галактике с энергетическими потерями согласно простейшей диффузной модели. Также оценивался вклад в гамма излучение от рассеяния позитронов от распада на свете звезд (см. подробнее в [1]). Из сравнения с данными *PAMELA* и *AMS-02* выбирались оптимальные параметры модели (время жизни, относительные вероятности) при различных массах (m_{UU}). При тех же параметрах смотрелось гамма-излучение. Результаты представлены на рисунках 1 и 2.

Проведенный анализ показал, что с помощью распада (*WIMP*-подобной) составляющей техни цветовой скрытой массы при $m_{UU} \sim 1$ ТэВ и времени жизни $\sim 10^{20}$ с по лептонным модам можно удовлетворительно описать наблюдаемый избыток позитронов, не вступая в противоречие с данными по гамма-излучению. Сейчас нами проводится более детальный статистический анализ данных по космическим лучам, в результате которого будут получены разрешенные и запрещенные области параметров модели техни цветовой скрытой массы. Это особенно важно в преддверии запуска *LHC* в 2015 году с большими энергиями пучков, на котором предпринимается поиск таких частиц.

Литература

- [1] K. Belotsky, M. Khlopov, C. Kouvaris, M. Laletin, *Advances in High Energy Physics*, vol. 2014, Article ID 214258, 10 pages, 2014. doi:10.1155/2014/214258, arXiv: 1403.1212 [astro-ph.CO]
- [2] M. Y. Khlopov, *Mod. Phys. Lett.*, **A** 26, 2823 (2011).
- [3] M. Y. Khlopov, arXiv: astro-ph/0607048.
- [4] C. A. Stephan, arXiv: hep-th/0509213.
- [5] D. Fargion, M. Khlopov and C. A. Stephan, *Clas. Quant. Grav.*, 23, 7305 (2006).
- [6] A. Connes, *Noncommutative Geometry* (Academic Press, London and San Diego, 1994).
- [7] M. Y. Khlopov and C. Kouvaris, *Phys. Rev.*, **D** 77 065002 (2008).
- [8] F. Sannino and K. Tuominen, *Phys. Rev.*, **D** 71 051901 (2005).
- [9] D. K. Hong, S. D. Hsu and F. Sannino, *Phys. Lett.* **B** 597, 89 (2004).
- [10] D. D. Dietrich, F. Sannino and K. Tuominen, *Phys. Rev.* **D** 72, 055001 (2005).
- [11] D. D. Dietrich, F. Sannino and K. Tuominen, *Phys. Rev.* **D** 73, 037701 (2006).
- [12] S. B. Gudnason, C. Kouvaris and F. Sannino, *Phys. Rev.* **D** 73, 115003 (2006).

- [13] S. B. Gudnason, C. Kouvaris and F. Sannino, *Phys. Rev.* **D** 74, 095008 (2006).
- [14] T. A. Ryttov and F. Sannino, *Phys. Rev.* **D** 78, 115010 (2008) arXiv: 0809.0713 [hep-ph].
- [15] C. Kouvaris, *Phys. Rev.* **D** 76, 015011 (2007) arXiv: hep-ph/0703266.
- [16] K. Kainulainen, K. Tuominen and J. Virkajarvi, *Phys. Rev.* **D** 75, 085003 (2007) arXiv: hep-ph/0612247.
- [17] C. Kouvaris, *Phys. Rev.* **D** 78, 075024 (2008) arXiv: 0807.3124 [hep-ph].
- [18] K. Belotsky, M. Khlopov and C. Kouvaris, *Phys. Rev.* **D** 79, 083520 (2009) arXiv: 0810.2022 [astro-ph].
- [19] O. Antipin, M. Heikinheimo and K. Tuominen, *JHEP* 0910, 018 (2009) arXiv: 0905.0622 [hep-ph].
- [20] T. Hapola et al, arXiv:1309.6326 [hep-ph].
- [21] T. Sjostrand, S. Mrenna and P. Skands, *JHEP* 0605, 026 (2006) arXiv: hep-ph/0603175

ШКАЛА КОСМОЛОГИЧЕСКИХ РАССТОЯНИЙ: МЕТРОЛОГИЯ, МОДЕЛИ И ДАННЫЕ ИЗМЕРЕНИЙ

С.Ф. Левин^a

^aE-mail: AntoninaEL@rostest.ru; Московский институт экспертизы и испытаний 117418, Москва, Нахимовский проспект, Россия

Определение расстояний является одной из важнейших измерительных задач в космологии. Её решению служат различные типы шкал – порядка, интервалов (разностей) и отношений. Среди них интерес представляют только метрические шкалы, причём шкалы интервалов отличаются от шкал отношений только условностью нуль–пункта. Особенность же шкал космологических расстояний заключается в том, что они могут быть реализованы исключительно методом косвенного измерения, в основе которого лежат математические модели различных физических явлений и эффектов. Они связаны с условиями измерений, с физическими характеристиками цефеид, сверхгигантов и красных гигантов, шаровых скоплений, планетарных туманностей, новых и сверхновых звёзд. Используются флюктуации поверхностной яркости объектов, зависимости Фабер–Джексона, Талли–Фишера и др. При этом широкое распространение при построении шкал космологических расстояний получили модели красного смещения в спектрах внегалактических объектов. Но использование различных шкал космологических расстояний приводит к различным интерпретациям одних и тех же данных астрофизических измерений. Сложившуюся ситуацию осложняют т.н. «неожиданные» и неожиданные результаты наблюдательной космологии, а иногда и некорректное применение статистических методов при обработке данных астрофизических измерений [1], которое уже привело к «дегенерации» стандартной Λ CDM-модели [2] и необходимости её уточнения [3].

В докладе рассмотрены результаты сравнительного анализа шкал на основе фотометрического расстояния D_L и различных моделей наблюдаемого красного смещения

$$z = (1 + z_g)(1 + z_v)(1 + z_k) - 1 \quad (1)$$

с гравитационным Z_g , доплеровским z_v и космологическим z_k компонентами. В частности

$$\begin{aligned} z_{k1} &= \sqrt{\frac{1 + V_h/c}{1 - V_h/c}}, z_{k2} = q_0 \cdot (H_0/c)D_L - (q_0 - 1) \left[\sqrt{1 + 2(H_0/c)D_L} - 1 \right], \\ z_{k3} &= \frac{(H_0/c)D_L}{1 - (H_0/c)D_L}. \end{aligned} \quad (2)$$

где $V - h$ – гелиоцентрическая скорость внегалактических объектов, $c = 299792,458$ км с^{-1} , q_0 – параметр ускорения, H_0 – постоянная Хаббла. При этом для гравитационного компонента была использована модель [4, 5], учитывающая эффективную температуру T_e и наблюданную звёздную величину m объектов:

$$z_g = [1 - 1, 15210^{-7-0,2m}T_e^2 D_L]^{-1/2} - 1.$$

В итоге линейное приближение (2) объединило диаграмму и закон Хаббла по красным смещениям z и звездным величинам m на интервале $(0, 21 \dots 9, 16)10^9$ световых лет, а шкала космологических фотометрических расстояний приняла изотропный вид

$$D_L = z \{ (1 + z)(H_0/c) + K_g 10^{5-0,2m} \}^{-1}. \quad (3)$$

В рамках модели (1) показано совпадение «эпохи ускоренного расширения Вселенной» с эпохой максимума эквивалентного эффекту Доплера ускорения по красному смещению и существование в Местном объёме красно-фиолетового диполя анизотропии смещения в спектрах внегалактических объектов. Предложена интерпретация этого факта, что «аномалия Пионеров» соответствует не красному, а фиолетовому смещению.

Литература

- [1] Levin S.F. Photometric scale of cosmological distances: Anisotropy and nonlinearity, isotropy and zero-point // Physical Interpretation of Relativity Theory: Proceedings of International Meeting PIRT-2013: Moscow, 1–4 July 2013/Ed. by M.C. Duffy et al. Moscow: BMSTU, 2013. P. 210–219.
- [2] Hinshaw G. et al. Nine-year Wilkinson microwave anisotropy probe (WMAP) observations: cosmological parameter results // Preprint WMAP. Draft Version. December 19, 2012.
- [3] Planck Collaboration. Planck 2013 results. I. Overview of products and scientific results // Astronomy & Astrophysics. Manuscript Planck CityplaceMission. 2013. arXiv:1303.5062v1 [astro-ph.CO].
- [4] Ленг К. Астрофизические формулы. Ч. metricconverterProductID2. М2. М.: Мир, 1978.

- [5] Левин С.Ф. Статистические методы теории измерительных задач в космологии // Ядерная физика и инжиниринг. 2013. Т. 4. № 9–10. С. 1–6.

GRAVITATIONAL AND COSMOLOGICAL MODELS WITH EXTRA DIMENSIONS. RECENT RESULTS.

V.N. Melnikov^a

^aE-mail: melnikov@phys.msu.ru; Centre for Gravitation and Fundamental Metrology, VNIIMS and Institute of Gravitation and Cosmology, PFUR VNIIMS, CGFM-otd.302, Ozernaya 46, 119361, Moscow, Russia

The motivation for studying multidimensional models of gravitation and cosmology [1, 2] is quite apparent. The main trend of modern physics is the unification of all known fundamental physical interactions: electromagnetic, weak, strong and gravitational ones, and the main problems are connected with the dark matter and dark energy. Since no self-consistent successful theory of unification is currently available, it is desirable to study the common features of existing models and their applications to solving basic problems of modern gravity and cosmology.

Multidimensional gravitational models, as well as scalar-tensor theories of gravity, are theoretical frameworks for describing possible temporal and range variations of fundamental physical constants [3]. These variations are another challenge to modern physics.

Applying multidimensional gravitational models to basic problems of modern cosmology and black-hole physics, one may hope to find answers to new (the present acceleration of the universe, DM and DE problems, results of BICEP2, if they will be independently confirmed) and such long-standing problems as the cosmological constant, non-singular behavior, isotropisation and graceful exit problems, stability and nature of fundamental constants, the possible number of extra dimensions, their stable compactification, etc. [2].

Here we dwell upon some important and recent ones concerning integrable multidimensional models with variation of constants, especially α and G [4, 5, 6], quantum billiards and cosmological singularity problem [7, 8] etc.

References

- [1] V.N. Melnikov, Exact Solutions in Multidimensional Gravity and Cosmology III. CBPF-MO-03/02, Rio de Janeiro, CBPF Publ., 2002, 297 pp.; also in: “Cosmology and Gravitation”, Editions Frontieres, Singapore, 1994, p. 147.
- [2] V.N. Melnikov, Gravitation and Cosmology as Key Problems of the Millennium. In: A. Einstein Century Int. Conf. *AIP Conf. Proc.*, 2006, N 861, p. 109.
- [3] V.N. Melnikov, Fields and Constants in the Theory of Gravitation. CBPF-MO-02/02, Rio de Janeiro, 2002, 134 pp.
- [4] K.A. Bronnikov, S.A. Kononogov, V.N. Melnikov, *Meas. Tekh.*, 2013, **56**, P. 8-16.
- [5] K.A. Bronnikov, V.N. Melnikov, S. Rubin, Svadkovsky, *GRG*, 2013, **45**, N 12, 2509-2528.

- [6] V.D. Ivashchuk and V.N. Melnikov, *Grav. Cosmol.*, 2014, **20**, N 1, 26-29.
- [7] V.D. Ivashchuk and V.N. Melnikov, *Grav. Cosmol.*, 2013, **19**, No. 3, 171-177.
- [8] V.D. Ivashchuk and V.N. Melnikov, *Eur. Phys. J. C* 2014, **74**: 2805, 1-13.

COSMOLOGICAL PERTURBATIONS IN $F(R)$ GRAVITY

Jiro Matsumoto^a

^aE-mail: matumoto@th.phys.nagoya-u.ac.jp; Department of Physics, Nagoya University, Nagoya 464-8602, Japan

In order to explain the observational results about current accelerated expansion of the Universe, we need to modify the Einstein equation or introduce the anisotropic metric. The standard way to explain the accelerated expansion of the Universe is by introducing the new energy called "dark energy," or revising the left-hand side of the Einstein equation to obtain "modified gravity." The most popular model of these is the Lambda cold dark matter (Λ CDM) model because of its simplicity. The Λ CDM model is given by introducing the contributions from the cosmological constant and the cold dark matter into the Einstein equation. However, an extraordinary fine-tuning for the value of the cosmological constant is necessary to explain the observational results, because the typical scale of gravity M_{Pl} is much larger than the observed scale of the critical density $\sim 10^{-3}$ eV. Therefore, there have been suggested many dark energy models and modified gravity models to relax the fine-tuning problem. As an example of modified gravity models, there are $F(R)$ gravity models. $F(R)$ gravity models are described as an extension of the Einstein-Hilbert action to have higher power terms of the scalar curvature R . Today, viable $F(R)$ gravity models cannot be distinguished from the Λ CDM model by the observational data of the background evolution, therefore, it is necessary to evaluate carefully the perturbations in these models. The perturbations in $F(R)$ gravity models had been also examined before the discovery of the current accelerated expansion of the Universe. However, we need to reconsider the perturbations because the matter can be negligible during the inflationary era of the early universe, however, the matter is an essential component of the late-time Universe. In addition, we are interested in the evolution of the matter density perturbation. In this talk, not only quasi-static solutions, but also oscillating solutions of the matter density perturbation are investigated by analytic calculations.

GRAVITATIONAL INTERACTION AND PHYSICAL SPACETIME GEOMETRY

A.V. Minkevich^a

^aE-mail: minkav@bsu.by, awm@matman.uwm.edu.pl; Department of Theoretical Physics and Astrophysics, Belarusian State University, Minsk, Belarus,
Department of Physics and Computer Methods, Warmia and Mazury University in Olsztyn, Poland

The principal distinctive feature of gravitational interaction in comparison with other fundamental physical interactions is connected with its profound dependence on geometrical

structure of physical spacetime. In the framework of metric gravitation theories and first of all of general relativity theory (GR) the gravitational interaction is described on the background of pseudo-riemannian spacetime continuum with non-vanishing curvature. Properties of gravitational field, which has as a source the energy-momentum tensor of gravitating matter, depend essentially on metric characteristics of physical spacetime. The dependence of physical properties of gravitational interaction on spacetime geometry is broader in the framework of gravitation theories in Riemann-Cartan spacetime - Poincare gauge theory of gravity (PGTG), where gravitational field has as sources the energy-momentum and spin momentum tensors of gravitating matter, and it is described by means of interacting metric and torsion tensors. Generally physical consequences depend on the choice of gravitational Lagrangian of PGTG \mathcal{L}_g and on the coupling of gravitating matter with gravitational field. As it was shown by using general expression of \mathcal{L}_g and minimal coupling with gravitational field, the gravitational interaction in the case of usual gravitating matter can be changed by virtue of the influence of torsion on spacetime metrics that offers opportunities to solve some principal cosmological and astrophysical problems of GR (see [1, 2, 3, 4, 5] and Refs herein).

The present talk is devoted to consideration of some physical results concerning the gravitational interaction and obtained in the frame of PGTG based on general expression of gravitational Lagrangian including both a scalar curvature and quadratic in the curvature and torsion invariants and includes the discussion of the following question:

1. The fulfilment of correspondence principle with general relativity theory (GR) in linear approximation in the metric and torsion tensors in the case of usual gravitating systems (energy densities and pressure are not extremely high).
2. Gravitational interaction at cosmological scale, gravitational repulsion effect at extreme conditions and the solution of the problem of cosmological singularity.
3. The spacetime of physical vacuum as Riemann-Cartan continuum with de Sitter metric and non-vanishing torsion. The vacuum repulsion effect and accelerating cosmological expansion at present epoch.
4. Regular massive objects in galaxies centrum as alternative to singular black holes of GR.
5. Gravitational interaction at astrophysical scale and dark matter problem of GR.

References

- [1] Minkevich A.V., *Limiting energy density and a regular accelerating Universe in Riemann-Cartan spacetime*, Письма в ЖЭТФ, **94**, No 12, 913-917 (2011); JETP Letters, **94**, No. 12, 831-836 (2011).
- [2] Minkevich A.V., *De Sitter spacetime with torsion as physical spacetime in the vacuum and isotropic cosmology*, Modern Physics Letters A, **26**, No. 4, 259-266 (2011) (Preprint Arxiv:1002.0538 [gr-qc]).
- [3] Минкевич А.В., *Калибровочный подход в теории тяготения, физическое пространство-время и гравитационное взаимодействие*, Пространство, время и фундаментальные взаимодействия, вып.1, 62-72 (2012).

- [4] Minkevich A.V., Garkun A.S., Kudin V.I., *On some physical aspects of isotropic cosmology in Riemann-Cartan spacetime*, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, 03, 40 (2013) (Preprint Arxiv:1302.2578 [gr-qc]).
- [5] Minkevich A.V., *On theory of regular accelerating Universe in Riemann-Cartan spacetime*, Modern Physics Letters A, **28**, No. 21 (2013) 1350090 (12 p.) (Preprint Arxiv:1309.6075 [gr-qc]).

VEV OF CURRENT DENSITY OF CHARGED SCALAR FIELD IN DE SITTER SPACETIME WITH NONTRIVIAL TOPOLOGY

H.A. Nersisyan^a, A.A. Saharian^b, A.S. Kotanjyan^c

^aE-mail: henrik.nersisyan@ysu.am; Department of Physics, Yerevan State University, 1 Alex Manoogian Street, 0025 Yerevan, Armenia

^bE-mail: —; Department of Physics, Yerevan State University, 1 Alex Manoogian Street, 0025 Yerevan, Armenia

^cE-mail: —; Department of Physics, Yerevan State University, 1 Alex Manoogian Street, 0025 Yerevan, Armenia

Vacuum expectation values (VEVs) of the current densities for charged scalar is investigated in (D+1)-dimensional de Sitter (dS) spacetime with toroidally compactified spatial dimensions. Along compact dimensions we impose quasiperiodicity conditions with arbitrary phases. In addition, the presence of a classical constant gauge field is assumed. The VEVs of the charge density and of the components for the current density along noncompact dimensions vanish. The gauge field leads to Aharonov-Bohm-like oscillations of the components along compact dimensions as functions of the magnetic flux. For small values of the comoving length of a compact dimension, compared with the dS curvature scale, the current density is related to the corresponding current in the Minkowski spacetime by a conformal relation. For large values of the comoving length and for a scalar field, depending on the mass of the field, two different regimes are realized with the monotonic and oscillatory damping of the current density.

НЕСТАЦИОНАРНАЯ КОСМОЛОГИЯ С ВРАЩЕНИЕМ

В.Ф. Панов^a, В.Н. Павелкин^b, Е.В. Кувшинова^c, О.В. Сандакова^d

^aE-mail: panov@psu.ru; ПГНИУ, Пермь, Россия

^bE-mail: —; ПГНИУ, Пермь, Россия

^cE-mail: —; ПГНИУ, Пермь, Россия

^dE-mail: o_sandakova@list.ru; ПГНИУ, Пермь, Россия

На данный момент общепринятая точка зрения состоит в том, что наша Вселенная однородна и изотропна. Однако в последнее время появился ряд экспериментов, которые могут свидетельствовать в пользу глобальной анизотропии Вселенной. Особый тип анизотропии - это анизотропия, обусловленная космологическим вращением. Предполагается исторический обзор развития космологии с вращением на протяжении нескольких десятилетий. Анализируются работы Г.А. Гамова, К. Геделя, П. Берча, К.П. Станюковича, Р.М. Мурадяна, П.Д. Сухаревского, группы Р.Р.

Андреасяна, Д.Д. Иваненко, Грена, Соленга, Ребоускаса и других. Особое внимание уделяется результатам по космологии с вращением Пермской группы гравитационистов за последние 30 лет. Нами построен целый ряд космологических моделей с расширением и вращением для различных типов по Бьянки, исследован эффект спонтанного нарушения симметрии в космологии с вращением, исследовано квантовое рождение врачающихся Вселенных. Построена нестационарная космологическая модель с вращением с метрикой типа VIII по Бьянки. Для этого космологического решения в качестве источников гравитации используются сопутствующая идеальная жидкость и несопутствующая пыль. Сопутствующая идеальная жидкость в определенный период времени может моделировать квинтэссенцию или фантомную материю. Несопутствующая пыль описывает холодную темную материю. Данная модель описывает врачающуюся темную энергию и врачающуюся темную материю. Построена также инфляционная космологическая модель типа IX по Бьянки со скалярным полем, анизотропной жидкостью и холодной темной материей. Данная модель может описывать как первую, так и вторую инфляционные стадии эволюции врачающейся Вселенной. Построена космологическая модель с расширением и вращением с метрикой типа II по Бьянки. Источниками гравитации модели являются идеальная жидкость, чистое излучение и скалярное поле. При этом идеальная жидкость описывает врачающуюся фантомную материю. На основе этой модели обсуждается возможность проявления космологического вращения в ходе наблюдательных исследований относительного позиционного угла между направлением максимальной вытянутости радиоисточника и направлением интегральной плоскости поляризации для различных радиогалактик.

НЕСТАЦИОНАРНАЯ КОСМОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ С ВРАЩЕНИЕМ С МЕТРИКОЙ ТИПА II ПО БЬЯНКИ

В.Ф. Панов^a, Е.В. Кувшинова^b, Д.М. Янишевский^c

^aE-mail: panov@psu.ru; ПГНИУ, Пермь, Россия

^bE-mail: —; ПГНИУ, Пермь, Россия

^cE-mail: —; ПГНИУ, Пермь, Россия

Согласно наблюдениям телескопа «Планк» статистическая значимость аномалии - глобальной анизотропии - остается низкой, и результаты телескопа "Планк" полностью удовлетворяют Стандартной космологической Λ CDM - модели. Вместе с тем, в современной космологии сохраняют актуальность исследования возможного вращения Вселенной. Нами построена космологическая модель с расширением и вращением с метрикой типа II по Бьянки. Модель описывает фридмановский этап эволюции Вселенной, с последующим переходом к ускоренному экспоненциальному расширению, наблюдавшему в современную эпоху. Источником гравитационного поля в нашей космологической модели являются: ультраквазартистское вещество, пыль и сопутствующая анизотропная врачающаяся темная энергия.

ЭВОЛЮЦИЯ ВСЕЛЕННОЙ С ВРАЩЕНИЕМ С МЕТРИКОЙ ТИПА IX ПО БЬЯНКИ

В.Ф. Панов^a, В.Н. Павелкин^b, О.В. Сандакова^c, К.А. Балеевских^d

^aE-mail: panov@psu.ru; ПГНИУ, Пермь, Россия

^bE-mail: —; ПГНИУ, Пермь, Россия

^cE-mail: o_sandakova@list.ru; ПГНИУ, Пермь, Россия

^dE-mail: —; ПГНИУ, Пермь, Россия

Предлагается нестационарная космологическая модель с вращением с метрикой типа IX по Бьянки, описывающая эволюцию Вселенной после первого этапа инфляции. Как и в Стандартной модели, базирующейся на теории горячей Вселенной, в ней есть начальный - фридмановский этап эволюции, с последующим переходом к ускоренному экспоненциальному расширению (вторая инфляция), наблюдаемому в современную эпоху. Источниками гравитации в модели Вселенной являются: ультратрарелятивистское вещество, пыль и сопутствующая анизотропная вращающаяся темная энергия. Построена также другая нестационарная космологическая модель с вращением с метрикой типа IX по Бьянки.

MAGNETIC BIANCHI TYPE II STRING COSMOLOGICAL MODEL IN LOOP QUANTUM COSMOLOGY

Victor Rikhvitsky^a, Bijan Saha^b, Mihai Visinescu^c

^aE-mail: rqvtksk@jinr.ru; Laboratory of Information Technologies, Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, 141980 Dubna, Moscow region, Russia

^bE-mail: bijan@jinr.ru, URL: <http://www.jinr.ru/~bijan/>; Laboratory of Information Technologies, Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, 141980 Dubna, Moscow region, Russia

^cE-mail: mvisin@theory.nipne.ro; National Institute for Physics and Nuclear Engineering, Magurele, P. O. Box MG-6, RO-077125 Bucharest, Romania

Loop quantum cosmology (LQC) arises from the application of the more general theory of loop quantum gravity (LQG) to cosmology. One of the most important predictions of LQC is that in the homogeneous and isotropic Friedmann-Robertson-Walker models the classical big bang singularity is replaced by a bouncing Universe.

More recently, it has been shown that the big bang singularity is also resolved for anisotropic Bianchi type I (BI) [1], II (BII) [2] and IX [3] models. Usually the matter source that was considered is a massless scalar field that play the role of internal time. The investigations have been extended to more complicated models including a perfect fluid, magnetic fields [4], cosmological strings [5]. It should be remarked that in all these studies it was observed that the bounce prediction is robust.

The purpose of this paper is to investigate the dynamics of a BII string cosmological model in the presence of a magnetic field in the framework of LQC. We show that a bounce occurs in a collapsing magnetized BII string cosmological model, thus extending the known cases of singularity resolution.

First, we outline the classical equations of a BII string cosmological model in the presence of a magnetic field. Second, we discuss the quantum theory introducing the effective equations for the model. Next, exploiting numerical methods it is shown that the

classical singularity is resolved in the BII quantum dynamics.

The numerical simulations are quite sensitive to the initial conditions regarding the directional Hubble parameters. Choosing a negative velocities, the numerical simulations are appropriate to describe the evolution towards the big bang singularity. In the classical case the evolution stops at the singularity, while in the quantum case we have bounces and the singularity is eluded. On the other hand the choice of the initial conditions with a positive velocities is adequate to have in view the evolution after the big bang. In the classical case, starting from the vicinity of the singularity, the volume of the Universe tends to infinity, while the string density is smaller and smaller. In the quantum case, after a few small bounces we have for large time the same behavior as in the classical case.

The study of anisotropic models with different kinds of matter sources in the framework of LQC deserves further investigations. These studies will contribute to answer the challenge question if the bouncing non-singular behavior of the effective solutions is generic.

References

- [1] A. Ashtekar and E. Wilson-Ewing, *Phys. Rev. D* **79**, 083535 (2009).
- [2] A. Ashtekar and E. Wilson-Ewing, *Phys. Rev. D* **80**, 123532 (2009).
- [3] E. Wilson-Ewing, *Phys. Rev. D* **82**, 043508 (2010).
- [4] R. Maartens and K. Vandersloot, *arXiv: 0812.1889 [gr-qc]*.
- [5] V. Rikhvitsky, B. Saha and M. Visinescu, *Astrophys. Space Sci.* **339**, 371 (2012).

НИТЕВИДНАЯ ТЕМНАЯ МАТЕРИЯ

Б.У. Родионов^a

^aE-mail: robous@yandex.ru; Российская академия образования, Российская академия естественных наук, Москва, Россия

Обычно под темной материей Вселенной подразумевают гигантские облака неких квазиточечных частиц, всё проникающих и обладающих гравитационным взаимодействием. В [1] предложена модель нитевидных «цилиндрических атомов» из кварков в нитевидном ядре и из объемлющих это ядро электронов нитевидной оболочки. Электроны оболочки соединяются в куперовские пары, образуя бозе-жидкость. Стабильность нити определяет пронизывающий её из конца в конец квант магнитного потока. Такая «магнитная» нить известна как «нить Дирака» с квантом - «флюксоидом Лондона», откуда и пошло наше название нитевидных атомов – флюксы [1]. Не являются ли флюксы искомой темной материей, а энергия колебаний, по ним передаваемая, тёмной энергией?

Расчетная прочность нитевидных «цилиндрических» атомов с «ядерным» диаметром около 10 фм и диаметром электронной оболочки 60 фм, делает возможным заполнение невидимой флюксовый «ватой» различной плотности всего пространства

Вселенной, включая планеты и звёзды. При расчетной массе в 1 нг погонного метра нити и минимальной плотности Вселенной около 10^{-32} г/см³ среднее расстояние между нитями сравнимо с расстоянием от Земли до Луны. Но в галактиках и, особенно, на звездах и планетах плотность нитей существенно выше. Здесь флюксы и обнаруживают себя по нитевидности электромагнитно связанного с ними обычного атомно-молекулярного вещества. И по ядерным реакциям, возникающим при контактах обычных «сферических» ядер с флюксами и друг с другом из-за снижения их кулоновского отталкивания в «жидкой» отрицательно заряженной электронной оболочке флюков. Увлекая за собой обычное вещество, флюксовы пучки формируют разного масштаба вихри типа торнадо, наблюдаемые астрономами и геофизиками.

Литература

- [1] B.Rodionov Thready (Linear) Dark Matter Possible Displays. Gravitation & Cosmology, v.8, Supplement, 2002. P.214-215.

НУКЛЕОСИНТЕЗ НА НИТЯХ ТЕМНОЙ МАТЕРИИ

Б.У. Родионов^a

^aE-mail: robous@yandex.ru; Российская академия образования, Российская академия естественных наук, Москва, Россия

Локализация атомных ядер на нитях темной материи, состоящей из флюков [1], приводит к ядерным превращениям. Но для локализации ядра с массовым числом и длиной волны де Бройля, равной радиусу нити флюкса 30 фм, необходима энергия локализации $T \approx (20/)$ кэВ или скорость локализации ядра $\nu \approx (2000/)$ км/с.

Из-за максвелловского распределения скоростей атомов локализация их ядер на флюсах и неизбежно возникающие при локализации ядерные процессы будут заметны уже при сотнях, а для конца таблицы Менделеева – при десятках эВ средней температуры окружающего флюксы обычного вещества. Поэтому в звездах типа Солнца ядерные процессы на флюсах неизбежно приведут к преобладанию в них самых легких ядер. В удаленных окрестностях звезд их повышенная запыленность может объясняться как раз удержанием космической пыли флюксами. Здесь возможно и повышенное содержание тяжелых элементов, характерное для планет.

Возможно, что именно по причине ядерных взаимодействий на флюсах мы имеем резкое – почти на два порядка – уменьшение концентрации в земной коре соседних с цинком, но более тяжелых элементов – при скорости Земли относительно Солнца $\nu \approx 30$ км/с ядра с $A \approx 67$ (цинк) ещё не локализуются на флюсах. Для Меркурия ($\nu \approx 48$ км/с) такого рода пороговым элементом будет кальций, для Венеры ($\nu \approx 35$ км/с) – железо, для Марса ($\nu \approx 24$ км/с) – криптон, для Юпитера ($\nu \approx 13$ км/с) – европий, для Сатурна ($\nu \approx 10$ км/с) – ртуть. На Уране и более далеких планетах могут сохраняться в больших концентрациях даже трансурановые элементы.

Сказанному выше есть и земные подтверждения. В современных артиллерийских системах скорости снарядов почти космические, и при попадании снаряда с обедненным ураном в препятствие (броня, бетон) развиваются столь высокие температуры,

ЧТО ВОЗМОЖНЫ ядерные процессы на флюксах. Возможно поэтому некоторые военные аналитики приравнивают применение обедненного урана воздействию миниатюрного ядерного оружия с эквивалентной мощностью в килотонны тринитротолуола.

Литература

- [1] B.Rodionov Thready (Linear) Dark Matter Possible Displays. *Gravitation & Cosmology*, v.8, Supplement, 2002. Pp.214-215.

SPINOR FIELDS AND ANISOTROPY: SOME REMARKS

Bijan Saha^a

^aE-mail: bijan@jinr.ru; <http://bijansaha.narod.ru>; Laboratory of Information Technologies, Joint Institute for Nuclear Research, 141980 Dubna, Moscow region, Russia

Within the scope of Bianchi type-I cosmological model we study the role of spinor field in the evolution of the Universe. Bianchi type-I space time is given by a diagonal metric with the metric functions being the functions of time only. As a result the corresponding Einstein tensor has only non-zero diagonal components. Though we have considered only time dependent spinor field, it is found that due to the spinor affine connections the energy momentum tensor of the spinor becomes non-diagonal. This non-triviality of non-diagonal components of the energy-momentum tensor imposes some severe restrictions either on the spinor field or on the metric functions or on both of them [1]. We have considered all three cases.

(i) In case if the restrictions are imposed on the components of spinor field only, one can find the solutions to the corresponding field equations. But the case in question allows only massless spinor field, moreover, invariants constructed from bilinear spinor forms also become trivial. That means a pure BI spacetime allows only massless linear spinor field.

(ii) Imposing restriction wholly on metric functions we obtain FRW model. In this case invariants constructed from bilinear spinor forms are non-trivial and depends on time.

(iii) If the restrictions are imposed both on metric functions and spinor field components, we come to LRS BI model. In this case we have non-trivial invariants constructed from bilinear spinor forms. The space-time becomes isotropic at late time.

- [1] Bijan Saha, Nonlinear Spinor Fields in Bianchi type-I spacetime reexamined, *International Journal of Theoretical Physics*. **53** 1109 - 1129 (2014) 10.1007/s10773-013-1906-7; ArXiv: 1302.1354 [gr-qc]

INFLATION AFTER WMAP, PLANCK AND BICEP2 OBSERVATIONAL DATA

Alexei A. Starobinsky^a

^aE-mail: alstar@landau.ac.ru; Landau Institute for Teoretical Physics RAS, Moskow, Russia

Abstract. Alexei A. Starobinsky. The maintenance of the plenary report will be announced at conference..

COSMOLOGY WITH NON-MINIMAL DERIVATIVE COUPLING

S.V. Sushkov^a

^aE-mail: sergey_sushkov@mail.ru; Kazan Federal University, Kazan, Russia

We investigate cosmological scenarios in the theory of gravity with the scalar field possessing a non-minimal kinetic coupling to the curvature [1-4]. It is shown that the kinetic coupling provides an essentially new inflationary mechanism. Namely, at early cosmological times the domination of coupling terms in the field equations guarantees the quasi-De Sitter behavior of the scale factor: $a(t) \propto e^{H_\kappa t}$ with $H_\kappa = 1/\sqrt{9\kappa}$, where $\kappa \simeq 10^{-74} \text{ sec}^2$ is the coupling parameter. The primary inflationary epoch driven by non-minimal kinetic coupling comes to the end at $t_f \simeq 10^{-35} \text{ sec}$. Later on, the matter terms are dominating, and the universe enters into the matter-dominated epoch which lasts approximately $0.5H_0^{-1} \sim 0.5 \times 10^{18} \text{ sec}$. Then, the cosmological term comes into play, and the universe enters into the secondary inflationary epoch with $a(t) \propto e^{H_\Lambda t}$, where $H_\Lambda = \sqrt{\Lambda/3}$. Note that the present value of the acceleration parameter $q = \ddot{a}/\dot{a}^2$ is estimated as $q_0 \simeq 0.25$, that is the universe is at the beginning of the epoch of accelerated expansion. Thus, the cosmological model non-minimal kinetic coupling represents the realistic cosmological scenario which successfully describes basic cosmological epochs and provide the natural mechanism of epoch change without any fine-tuned potential.

References

- [1] S.V. Sushkov, Phys. Rev. D80, 103505 (2009).
- [2] E.N. Saridakis, S.V. Sushkov, Phys. Rev. D81, 083510 (2010).
- [3] S.V. Sushkov, Phys. Rev. D85, 123520 (2012).
- [4] M.A. Skugoreva, S.V. Sushkov, A.V. Toporensky, Phys. Rev. D88, 083539 (2013).

ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ В КИРАЛЬНОЙ КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ЭЙНШТЕЙНА-ГАУССА-БОННЕ ГРАВИТАЦИИ

С.В. Червон^a, А.С. Кубасов^b О.Д. Дорожкин^c

^aE-mail: chervon.sergey@gmail.com; Ульяновский Государственный Педагогический Университете имени И.В. Ульянова, Ульяновск

^bE-mail: as-kubasov@rambler.ru; Ульяновский Государственный Педагогический Университете имени И.В. Ульянова, Ульяновск

^cE-mail: —; Ульяновский Государственный Педагогический Университете имени И.В. Ульянова, Ульяновск

В работе рассматривается киральная космологическая модель для Эйнштейна-Гaussa-Бонне (ЭГБ) гравитации, описываемая действием:

$$S = \frac{1}{2} \int d^5x \sqrt{-g} (R + \alpha_{GB} R_{GB}) + \int d^5x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2} h_{AB}(\varphi) \varphi_{,a}^A \varphi_{,b}^B g^{ab} - V(\varphi) \right] \quad (1)$$

здесь $\kappa = 1$, индексы a, b, \dots принимают значения $0, 1, 2, 3, 4$, α_{GB} - параметр связи Гаусса-Бонне. Слагаемое Гаусса-Бонне имеет вид:

$$R_{GB} = R^2 - 4R_{ab}R^{ab} + R_{abcd}R^{abcd}. \quad (2)$$

Варьируя действие (1), мы приходим к двум уравнениям:

$$G_{ab} - \alpha_{GB}H_{ab} = T_{ab}. \quad (3)$$

$$\frac{1}{\sqrt{-g}}\partial_a(\sqrt{-g}\varphi_A^a) - \frac{1}{2}\frac{\partial h_{BC}}{\partial\varphi^A}\varphi_{,a}^C\varphi_{,b}^B g^{ab} + \frac{\partial V}{\partial\varphi^2} = 0 \quad (4)$$

где в (3) $G_{ab} = R_{ab} - \frac{1}{2}g_{ab}R$ – тензор Эйнштейна, а H_{ab} – тензор Лавлока, имеющий следующий вид:

$$H_{ab} = 4R_{ac}R_b^c + 4R^{cd}R_{acbd} - 2RR_{ab} - 2R_a^{cd}R_{bcde} + \frac{1}{2}g_{ab}R_{GB}. \quad (5)$$

Метрики 5-мерного пространства-времени Фридмана–Робертсона–Уокера (ФРУ) и пространства – целей записываются следующим образом

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 \left(\frac{dr^2}{1-\epsilon r^2} + r^2(d\theta + \sin^2\theta(d\varphi^2 + \sin^2\varphi d\chi^2)) \right). \quad (6)$$

$$ds_{ts}^2 = h_{11}d\phi^2 + h_{22}(\phi, \psi)d\psi^2. \quad (7)$$

Можно записать основные формулы для киральной космологической модели и гравитации ЭГБ в пятимерном случае ФРУ:

$$H^2 + \frac{\epsilon}{a^2} + \alpha_{GB} \left(H^2 + \frac{\epsilon}{a^2} \right)^2 = \frac{1}{6} \left(\frac{1}{2}h_{11}\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}h_{22}(\phi, \psi)\dot{\psi}^2 + V(\phi, \psi) \right), \quad (8)$$

$$\left[1 + 2\alpha_{GB} \left(H^2 + \frac{\epsilon}{a^2} \right) \right] \left(\dot{H} - \frac{\epsilon}{a^2} \right) = -\frac{1}{3} \left(h_{11}\dot{\phi}^2 + h_{22}(\phi, \psi)\dot{\psi}^2 \right), \quad (9)$$

$$h_{11}\ddot{\phi} + 4Hh_{11}\dot{\phi} - \frac{1}{2}\frac{\partial h_{22}}{\partial\phi}\dot{\psi}^2 + \frac{\partial V}{\partial\phi} = 0, \quad (10)$$

$$h_{22}(\phi, \psi)\ddot{\psi} + \dot{h}_{22}(\phi, \psi)\dot{\psi} + 4Hh_{22}(\phi, \psi)\dot{\psi} - \frac{1}{2}\frac{\partial h_{22}}{\partial\psi}\dot{\psi}^2 + \frac{\partial V}{\partial\psi} = 0. \quad (11)$$

Решение системы из последних четырех уравнений для различных $a(t)$ является основной задачей данного доклада.

**ФАНТОМНАЯ МОДЕЛЬ С
КИНЕТИЧЕСКИМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ КАК
2-КОМПОНЕНТНАЯ КИРАЛЬНАЯ КОСМОЛОГИЧЕСКАЯ
МОДЕЛЬ**

С.В. Червон^a, Р.Р. Аббязов^b, С.В. Крюков^c

^aE-mail: chervon.sergey@gmail.com; Ульяновский государственный педагогический университет имени И. Н. Ульянова, Ульяновск, Россия

^bE-mail: renren2007@yandex.ru; Ульяновский государственный педагогический университет имени И. Н. Ульянова, Ульяновск, Россия

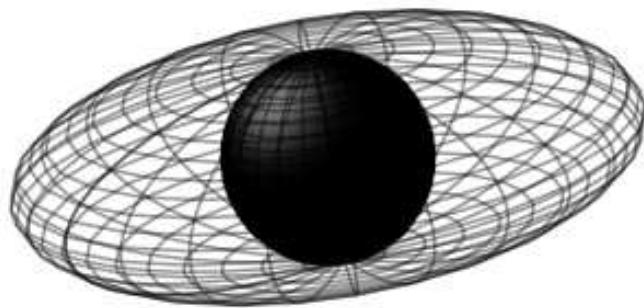
^cE-mail: krjukov_s@mail.ru; Ульяновский государственный педагогический университет имени И. Н. Ульянова, Ульяновск, Россия

В данной работе мы исследуем киральную космологическую модель, описывающую кинетическое взаимодействие фантомного поля и канонического поля. Был проведен детальный анализ динамики взаимодействия и найдены точные решения. Мы изучаем полевые уравнения модели с космологической постоянной - постоянным потенциалом. Мы обобщили модели с взаимодействием в виде скалярных полей с кинетическим членом. Мы рассмотрели их с точки зрения киральной космологической модели (ККМ) [1]. Были исследованы модели, соответствующие концу эволюции Вселенной, в том числе взаимодействие скалярных полей с радиацией, а так же темной и обычной материи. Исследование квинтомной модель с $O(N)$ -симметрией имеет важное значение, так как она представлена нелинейной сигма-моделью с деформированной киральной метрикой [2, 3].

Литература

- [1] Chervon S V 2013 *Quantum matter.* (ISSN: 2164-7615), v.2, 71-82.
- [2] S.V. Chervon, *Russ.Phys.J.*, New York, v.38, 539 (1995)
- [3] S.V. Chervon, *Gravitation & Cosmology*, Vol.1, No.2, 91 (1995)

SECTION E. *Relativistic astrophysics. Black holes and wormholes.*



Kazan, Kazan Federal University, 30.06–05.07.2014

ПОСТРОЕНИЕ И ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПРОФИЛЕЙ ЛИНЕЙНО ПОЛЯРИЗОВАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПУЛЬСАРОВ

В.Г. Багров^a, В.А. Бордовицын^b, А.В.Куликова^c

^aE-mail: baburova@orc.ru; Томский государственный университет, Томск, Россия

^bE-mail: lipan86@mail.ru; Томский государственный университет, Томск, Россия

^cE-mail: solntce_07@mail.ru; Томский государственный университет, Томск, Россия

В данной работе представлен универсальный кинематический метод построения периодических профилей излучения пульсаров на основе модели Радхакришнана и Кука, согласно которой источником электромагнитного излучения пульсаров являются потоки очень быстрых заряженных частиц (джеты), истекающих из магнитных полюсов пульсара в направлении линий напряженности магнитного поля. Идея предлагаемого здесь метода состоит в том, что профиль излучения пульсара определяется как линия пересечения врачающейся вместе с пульсаром поверхности углового распределения мощности мгновенного излучения от источника, расположенного на траектории джета, с неподвижным в пространстве лучом зрения наблюдателя. Уравнение самой поверхности - индикаторы мощности мгновенного излучения даётся точной теорией излучения релятивистских заряженных частиц. По существу, это обратная задача, решение которой не зависит изначально от той или иной модели магнитосферы пульсаров и может помочь найти реально существующую конфигурацию расположения источников излучения в наблюдаемых экспериментально пульсарах. Линейная поляризация излучения определяется относительно плоскости траектории джета. Для идентификации построенных таким образом профилей поляризованного излучения пульсаров с экспериментально наблюдаемыми профилями предлагается использовать целый набор постоянных параметров, таких как угол наклона магнитной оси пульсара относительно оси его вращения, а также углы, образованные лучом зрения с осью вращения пульсара и с направлением его магнитной оси. Кроме того, данная модель позволяет варьировать и параметры самого излучения, например, число и энергию излучающих частиц (гамма-фактор), напряженность магнитного поля и радиус кривизны траектории. Разумеется, данный метод позволяет построить также и профили полной мощности излучения пульсаров, которые оказались в прекрасном соответствии с наблюдаемыми профилями излучения ряда конкретных пульсаров.

ON GLOBAL STRUCTURE OF BLACK HOLE SOLUTIONS IN THE MODEL WITH ANISOTROPIC FLUID

S.V. Bolokhov^a, V.D. Ivashchuk^b

^aE-mail: bol-rgs@yandex.ru; Peoples' Friendship University of Russia, 117198 Russia, Moscow, Miklukho-Maklaya st., 6

^bE-mail: ivashchuk@mail.ru; Center for Gravitation and Fundamental Metrology, VNIIMS, 119361 Russia, Moscow, Ozyornaya st., 36

We consider a family of multidimensional spherically symmetric solutions with 1-component anisotropic fluid obtained in [1]. Any solution is defined on a manifold of total dimension $D = 2 + d_0 + \sum_{i=2}^n d_i$ ($d_0 \geq 2$) containing the product of $n-1$ "internal" Ricci-flat

spaces M_i with metrics $h_{m_i n_i}^{(i)} dy^{m_i} dy^{n_i}$, and has the form

$$ds^2 = H^{-\frac{2U^0}{(U,U)}} \left[-H^{-\frac{2q}{(U,U)}} \left(1 - \frac{2\mu}{r^d} \right) dt^2 + \frac{dr^2}{1 - \frac{2\mu}{r^d}} + r^2 d\Omega_{d_0}^2 + \sum_{i=2}^n H^{\frac{-2U_i}{d_i(U,U)}} h_{m_i n_i}^{(i)} dy^{m_i} dy^{n_i} \right], \quad (1)$$

$$H(r) \equiv 1 + \frac{P}{2\mu} \left[1 - \left(1 - \frac{2\mu}{r^d} \right)^q \right], \quad U^0 = \frac{1}{2-D} \left(q + \sum_{i=2}^n U_i \right), \quad (2)$$

$$(U, U) \equiv q^2 + \sum_{i=2}^n \frac{U_i^2}{d_i} + \frac{1}{2-D} \left(q + \sum_{i=2}^n U_i \right)^2 > 0, \quad (3)$$

where $d = d_0 - 1 \in \mathbb{N}$, $d_i = \dim M_i$; the line element on the sphere S^{d_0} is denoted by $d\Omega_{d_0}^2$; parameters q and U_i describe relations between pressures and density, q is taken to be a natural number here; $P, \mu > 0$. In special cases, this metric contains a family of black hole solutions (including the Reissner–Nordström one), as well as some black brane solutions in models with antisymmetric form fields, and has certain interest in a context of multidimensional cosmology and p-brane physics.

We analyse the global causal structure of the solution under consideration. The structure of regular horizons and singular boundaries is studied, and the corresponding Carter–Penrose diagrams are constructed for various values of the parameters. It is shown that the structure of diagrams depends mostly on parities of the parameters q and d .

References

- [1] H. Dehnen, V.D. Ivashchuk and V.N. Melnikov, On black hole solutions in model with anisotropic fluid. *Grav. Cosmol.* **9** (2003), 153–158; arXiv: gr-qc/0211049.
- [2] K.A. Bronnikov and S.G. Rubin, Lectures on Gravitation and Cosmology (MEPHI Press, Moscow, 2008, in Russian).

MAGNETIC BLACK UNIVERSES AND WORMHOLES WITH A PHANTOM SCALAR

S.V. Bolokhov^a, K.A. Bronnikov^b, M.V. Skvortsova^c,

^aE-mail: bol-rgs@yandex.ru; Institute of Gravitation and Cosmology, PFUR, Moscow

^bE-mail: kb20@yandex.ru; Institute of Gravitation and Cosmology, PFUR; Centre of Gravitation and Fundamental Metrology, VNIIMS, Moscow

^cE-mail: milenas577@mail.ru; Centre of Gravitation and Fundamental Metrology, VNIIMS, Moscow

We construct explicit examples of globally regular static, spherically symmetric solutions in general relativity with scalar and electromagnetic fields which describe traversable wormholes (with flat and AdS asymptotics) and regular black holes, in particular, black universes. A black universe is a nonsingular black hole where, beyond the horizon, instead of a singularity, there is an expanding, asymptotically isotropic universe. The scalar field in these solutions is phantom (i.e., its kinetic energy is negative), minimally coupled

to gravity and has a nonzero self-interaction potential. The configurations obtained are quite diverse and contain different numbers of Killing horizons, from zero to four. This substantially widens the list of known structures of regular BH configurations. Such models can be of interest both as descriptions of local objects (black holes and wormholes) and as a basis for building nonsingular cosmological scenarios.

CYLINDRICALLY AND AXIALLY SYMMETRIC WORMHOLES

K.A. Bronnikov^a

^aE-mail: kb20@yandex.ru; Center for Gravitation and Fundam. Metrology, VNIIMS, Ozyornaya ul. 46, Moscow 119361, Russia;
Institute of Gravitation and Cosmology, PFUR, ul. Miklukho-Maklaya 6, Moscow 117198, Russia
I. Kant Baltic Federal University, ul. Al. Nevskogo 14, Kaliningrad 236041, Russia

We discuss the existence conditions of wormhole throats and wormholes as global configurations in general relativity under the assumptions of cylindrical and axial symmetries. It is pointed out, in particular, that wormhole throats can exist in static, cylindrically symmetric space-times under slightly different conditions as compared with spherical symmetry [1]. In cylindrically symmetric space-time with rotation, throats can exist in the presence of ordinary matter or even in vacuum space-times [2]. However, there are substantial difficulties in obtaining asymptotically flat wormhole configurations: such examples are yet to be found. Some features of interest are discussed in static, axially symmetric configurations [3, 4], including wormholes with singular rings and wrongly seeming regular wormhole throats in the Zipoy-Voorhees vacuum space-time [5].

References

- [1] K. A. Bronnikov and J. P. S. Lemos, *Cylindrical wormholes*. Phys. Rev. D **79**, 104019 (2009); arXiv: 0902.2360.
- [2] K. A. Bronnikov, V. G. Krechet, and J. P. S. Lemos, *Rotating cylindrical wormholes*. Phys. Rev. D **87**, 084060 (2013); arXiv: 1303.2993.
- [3] K. A. Bronnikov and J. C. Fabris, *Weyl space-times and wormholes in D-dimensional Einstein and dilaton gravity*, Class. Quantum Grav. **14**, 831–842 (1997).
- [4] K.A. Bronnikov and M.V. Skvortsova, *Cylindrically and axially symmetric wormholes. Throats in vacuum?* Arxiv: 1404.5750.
- [5] D. Zipoy, J. Math. Phys. **7**, 1137 (1966).

DILATON GRAVITY AND (QUASI-) BLACK HOLES

K.A. Bronnikov^a, O.B. Zaslavskii^b

^aE-mail: kb20@yandex.ru; Center for Gravitation and Fundam. Metrology, VNIIMS, Ozyornaya 46, Moscow 119361, Russia;
 Institute of Gravitation and Cosmology, PFUR, ul. Miklukho-Maklaya 6, Moscow 117198, Russia;
 I. Kant Baltic Federal University, ul. A1. Nevskogo 14, Kaliningrad 236041, Russia
^bE-mail: zaslav@ukr.net; Department of Physics and Technology, Kharkov V.N. Karazin National University, 4 Svoboda Square, Kharkov, 61077, Ukraine

We consider static electrically charged dust configurations in the framework of Einstein-Maxwell-dilaton gravity with the interaction term $P(\chi)F_{mn}F^{mn}$ in the Lagrangian, where $P(\chi)$ is an arbitrary function of the dilaton field χ , and the latter is allowed to be normal or phantom [1]. It is shown that, for any regular $P(\chi)$, static configurations are possible with arbitrary functions $g_{00} = \exp(2\gamma(x^i))$ ($i = 1, 2, 3$) and $\chi = \chi(\gamma)$, without any assumption of spatial symmetry. The corresponding matter, electric charge and scalar charge densities are found from the field equations. Meanwhile, configurations with nontrivial $\chi(x^i)$ generically require a nonzero scalar charge density distribution. The classical Majumdar-Papapetrou (MP) system is obtained as a special case where $\chi = \text{const}$; there is its scalar analogue in the case $F_{mn} = 0$, but only with a phantom χ field. Among possible solutions are black-hole (BH) and quasi-black-hole (QBH) ones. QBHs are, by definition [2], regular starlike objects whose size is very close to the horizon radius but a horizon is absent. Such a system looks for a distant external observer completely similar to a true BH. Some general results on QBH properties obtained previously for the MP system are here extended to systems with the dilaton. Particular examples of asymptotically flat spherically symmetric BH and QBH solutions are found, some of them being phantom-free, that is, exist with positive energy densities of matter and both scalar and electromagnetic fields.

References

- [1] K.A. Bronnikov, J.C. Fabris, R. Silveira, and O.B. Zaslavskii, *Dilaton gravity, (quasi-) black holes, and scalar charge*. ArXiv: 1312.4891; to be published in Phys. Rev. D.
- [2] José P.S. Lemos, *Black holes and quasiblack holes: Some history and remarks*. Scientific Proceedings of Kazan State University (Uchonye Zapiski Kazanskogo Universiteta (UZKGU)) **153**, 215 (2011); arXiv: 1112.5763.

COMPLEX KERR GEOMETRY AS ALTERNATIVE TO SUPERSTRING THEORY

Alexander Burinskii^a

^aE-mail: bur@ibrae.ac.ru; Theor. Phys. Lab., NSI, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

It is now commonly accepted that black holes (BH) are related with elementary particles and string theory. In spite of that, the path from superstring theory to particle physics represents a still unsolved problem, and "... realistic model of elementary particles still appears to be a distant dream...", John Schwarz [1]. Meanwhile, the Kerr geometry

of the rotating BH solutions displays in this relation some interesting surprises. The 4d Kerr-Newman (KN) solution has gyromagnetic ratio $g = 2$, as that of the Dirac electron, and therefore, the gravitational and electromagnetic (em) field of the electron should correspond to the KN solution with good precision. The charged Kerr-Newman (KN) solution has paid attention as a classical background for spinning particles. However, the spin/mass ratio of the elementary particles $a = J/m$ is extremely high and the BH horizons disappear, which corresponds to over-rotating BH solutions with naked Kerr singular ring. This ring represents a branch line of the Kerr space, and the analytic KN background turns out to be two-sheeted and contains a strong topological defect – singular ring of the Compton radius, $a = \hbar/2m$. It indicates that the analytic KN solution should be regularized to remove the ring and twosheetedness, which is realized in a regular soliton model of the KN source representing a composition of the string, membrane and bag (bubble) [2]. The Kerr singular ring forms a closed string of the dual models, working as a waveguide which keeps the traveling wave excitations on the border of the disk-like soliton. The field structure of this string is very similar to the obtained by Sen solution for fundamental heterotic string [3]. The disk-like soliton has the form of an oblate *vacuum bag, bubble* covering the former Kerr ring, and a closed Kerr string takes a position on the sharp border of this bubble. One more complex string was found in the complex structure of 4d Kerr geometry [3, 5], and the basic structures of the superstring/M-theory correspondence were obtained in the source of Kerr geometry, together with a new remarkable fact – appearance of the Calabi-Yau twofold (K3 surface) in the projective Kerr's twistor space CP^3 [5]. This parallelism is to be not accidental, and may be related with the mysterious critical N=2 string [6] which is also complex and has the underlying twistorial structure.

The Kerr real and complex Kerr strings, and the related stringy structures such as orientifold and formation of the M2-brane, are living in the four-dimensional space-time. There appears a wonderful possibility that compactification of higher dimensions may be replaced by complexification of the 4d Kerr geometry. Characteristic parameter of the Kerr string $a = \hbar/m$ corresponds to Compton scale, which makes this version of the superstring theory to be closer to particle physics.

We notice, that among the consistent critical strings in dimensions d=26 and d=10, there is also the complex N=2 string [6], which has the real critical dimension four and could be used as a basis of some four-dimensional string theory. The principal obstacle for its application emerges from its signature, which may only be (2,2) or (4,0), which conflicted with its embedding in the real minkowskian space-time. Up to our knowledge, this trouble was not resolved so far. The N=2 string has organic embedding in the complexified 4d Kerr geometry, which suggests that complexification of the 4d Kerr Geometry and complex structure of the N=2 string may represent an alternative to higher-dimensional Superstring Theory.

References

- [1] John H. Schwarz, “The Early History of String Theory and Supersymmetry,” [arXiv:1201.0981, physics.hist-ph]
- [2] A. Burinskii, “Regularized Kerr-Newman Solution as a Gravitating Soliton,” *J. Phys. A: Math. Theor.* **43** 392001 (2010), [arXiv:1003.2928].

- [3] A. Burinskii, “Some properties of the Kerr solution to low-energy string theory,” *Phys. Rev.* **D 52**, 5826 (1995), [arXiv:hep-th/9504139].
- [4] A. Burinskii, *Adv.High Energy Phys.* 2013:509749, (2013). Doi:10.1155/2013/509749, [arXiv:1211.6021]
- [5] A. Burinskii, “Stringlike Structures in Kerr-Schild Geometry: The N=2 String, Twistors, and the Calaby-Yau Twofold,” *Theor. Math. Phys.*, **177**(2), 1492 - 1504, (2013).
- [6] M.B. Green, J. Schwarz, and E. Witten, *Superstring Theory, v.I*, (Cambridge Univ. Press, 1987).

ЯВЛЯЮТСЯ ЛИ ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ ЧЕРНЫМИ?

А.А. Гриб^a, Ю.В. Павлов^b

^aE-mail: andrei_grib@mail.ru; Лаборатория теоретической физики им. А.А. Фридмана, Санкт-Петербург, РГПУ им. А.И. Герцена, Санкт-Петербург, Россия

^bE-mail: yuri.pavlov@mail.ru; ИПМаш РАН, Санкт-Петербург, Россия

Известной, но нерешенной проблемой в теории черных дыр является физический смысл геодезической неполноты решений Шварцшильда и Керра в пренебрежении решениями типа белых дыр. В частности, в крускаловских координатах в метрике Шварцшильда, как известно, в окрестности горизонта в R -области необходимо рассмотрение геодезических как для черных, так и для белых дыр вместе. Нами недавно было показано [1], что для описания процесса Пенроуза, а также при исследовании высокоэнергетических резонансов при столкновении частиц [2], [3] в эргосфере врашающейся черной дыры необходимо использование геодезических для частиц с отрицательной энергией, выходящих из-под гравитационного радиуса. Анализируется вид этих геодезических как в экваториальной плоскости, так и в общем случае [4]. Показано, в каких случаях такие геодезические имеют начало в сингулярности метрики Керра. Обсуждается возможность нарушения принципа космической цензуры для черных дыр за счет существования “белодырных” геодезических.

Литература

- [1] A. A. Grib, Yu. V. Pavlov, arXiv:1304.7360.
- [2] A. A. Grib, Yu. V. Pavlov, *Theor. Math. Phys.* **176** (2013) 881.
- [3] A. A. Grib, Yu. V. Pavlov, *EPL* **101** (2013) 20004.
- [4] A. A. Grib, Yu. V. Pavlov, V. D. Vertogradov (in press).

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ В ПРОСТРАНСТВЕ-ВРЕМЕНИ КЕРРА

А.А. Гриб^a, А.М. Расурова^b

^aE-mail: andrei_grib@mail.ru; Лаборатория теоретической физики им. А. А. Фридмана; Российский государственный педагогический университет им. А. И. Герцена, Санкт-Петербург, Россия

^bE-mail: ARasulova@gmail.com; Лаборатория теоретической физики им. А. А. Фридмана, Санкт-Петербург, Россия

Современные наблюдения показывают большое количество кандидатов в черные дыры. Массы таких объектов исчисляются от $4 \div 100 M_{\odot}$ (для черных дыр звездных масс) до $10^5 \div 10^{10} M_{\odot}$ (для сверхмассивных черных дыр) [1-2].

Особенности современных астрофизических наблюдений приводят к тому, что все кандидаты в черные дыры звездных масс входят в состав двойных систем (о способах наблюдения см. в [3—4]), что затрудняет теоретическое описание. Однако, одной из моделей, описывающих активные ядра галактик, является наличие одиночной сверхмассивной черной дыры в центре галактики. Ее можно обнаружить по влиянию на окружающие объекты (звезды, газо-пылевые облака и т.п.). Особый интерес к данной модели вызван тем, что такие черные дыры можно рассматривать, как суперколлайдеры элементарных частиц [5].

В данном докладе будут описываться только одиночные черные дыры.

Из стационарных решений уравнений Эйнштейна в вакууме, описывающих черные дыры, метрика Керра наиболее близка к физической реальности.

Для описания процессов, происходящих в окрестностях ядер галактик, нужно детальное изучение свойств пространства-времени метрики Керра.

Основными целями исследования являлись:

- рассмотрение свойств пространства-времени вращающихся черных дыр с помощью математического анализа траекторий массивных частиц и фотонов, как в экваториальной так и в неэкваториальной плоскости;
- получение аналитических выражений (при определенных начальных условиях) для времени падения массивной частицы и фотона на горизонт событий;
- получение количественных оценок для времени отставания частиц со сверхвысокими энергиями от гамма-вспышек, приходящими к нам от активных ядер галактик.

В докладе будет рассмотрена математическая задача о нахождении времени отставания космонавта от светового луча при падении на горизонт вращающейся черной дыры [6,7]. На основе данной модели можно получить, что время отставания космонавта от светового луча является конечным. Это противоречит часто встречающемуся в научно-популярной литературе утверждению (см., например, в [8-10]), что падающий в черную дыру космонавт увидит бесконечное будущее внешней Вселенной.

На основе уравнений геодезических были получены выражения для времени падения массивной частицы и фотона и выявлены зависимости времени от плоскости падения. Из последнего следует, что при определенных начальных параметрах частицы (как массивной так и безмассовой) она может упасть только в строго опреде-

ленных широтах. Также в докладе будет показано, что вблизи горизонта разность времени падения массивной частицы и фотона зависит от углового момента черной дыры.

Результаты, изложенные в докладе, можно использовать в астрофизических исследованиях активных ядер галактик и, в частности, при изучении гамма-вспышек и космических лучей приходящих из центров галактик.

Литература

- [1] Люмине Ж-П. *Черные дыры: популярное введение* / Ж-П. Люмине; перевод С. Карпова. — Б.м. — Режим доступа: <http://www.astronet.ru/db/msg/1180462/index.html>,
- [2] Черепашук А.М. *Сверхмассивные черные дыры в ядрах галактик* // Соросовский Образовательный Журнал. — 2000. — Т.6, № 11. — С. 69—76
- [3] Черепашук А М *Чёрные дыры в двойных звёздных системах и ядрах галактик* // Успехи Физических Наук. — 2014. — Т.184, № 4. — С.387—407
- [4] *A near-infrared relationship for estimating black hole masses in active galactic nuclei* / H. Landt, M.J. Ward, B. M. Peterson and 4 co-authors // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. —2013. — Vol. 432, №1. — P.113—126.
- [5] Grib A., Pavlov Yu.V. *On particles collisions near rotating black holes* // Gravitation and Cosmology. —2011.— Vol. 17, No 1. — P. 42—46.
- [6] Гриб А А, Павлов Ю. В. *Возможно ли увидеть бесконечное будущее Вселенной при падении в чёрную дыру?* // Успехи Физических Наук. — 2009. — Т.179, № 3. — С.279—283.
- [7] Grib A. A., Rasulova A. M. *Can one see the infinite future of the universe when falling to Kerr and Reissner-Nordstrom black holes?* // Grav. and Cosmol. — 2012.— Vol.18, №3. — P.168—174.
- [8] Черепашук А.М. *Черные дыры во Вселенной* /А. Черепашук. — Фрязино: Век 2, 2005. — 64 с.:ил.
- [9] Редже Т. *Этюды о Вселенной* / Т. Редже. — М.: Мир, 1985 — 191 с.
- [10] Хокинг С. *Мир в ореховой скорлупке* / С. Хокинг, пер. с англ. А.Г. Сергеева. — СПб: Амфора, 2008. — 218 с.

PROBLEM OF MASS INFLATION INSIDE BLACK HOLE

Vyacheslav I. Dokuchaev^a

^aE-mail: dokuchaev@inr.ac.ru; Institute for Nuclear Research, Russian Academy of Sciences, 60th October Anniversary Prospect 7a, 117312 Moscow, Russia

Abstract. It is critically discussed the mass inflation phenomenon inside black hole. This phenomenon implies that black hole interiors are unstable due to a back-reaction divergence of the perturbed black hole mass function at the Cauchy horizon. Weak point in the standard mass inflation calculations is in a fallacious using of the global Cauchy horizon as a place for the maximal growth of the back-reaction perturbations instead of the local inner apparent horizon. It is derived the new spherically symmetric back-reaction solution for two counter-streaming light-like fluxes near the inner apparent horizon of the charged black hole by taking into account its separation from the Cauchy horizon. In this solution the back-reaction perturbations of the background metric are truly the largest at the inner apparent horizon, but, nevertheless, remain small. .

Introduction

The *mass inflation* phenomenon, resulting in exponential growth of the perturbed black hole mass function at the Cauchy horizon, was considered as a fatal instability of the interior Kerr–Newman black hole solution with respect to the small perturbations (see, e.g., [1, 2, 3, 4, 5] and an example of the bounded mass inflation [6]). The specific instability of the Cauchy horizon with respect to the kink-mode perturbation was considered in the case of the Reissner–Nordström–(anti) de Sitter black hole [7]. The problem of the Cauchy horizon instability has been probed also by different numerical calculations (see, e.g., [8, 9, 10] and references therein). The mass inflation problem in the case of the rotating black holes was elaborated in [11].

The standard mass inflation calculations [1, 2, 3] are based on the using of the generalized Dray–t’ Hooft–Redmount (DTR) relation [12, 13] in the linear approximation of the Einstein equations near the perturbed inner horizon. However, the using of linear approximation to the DTR relation near horizons is a quite improper in view of the nonlinearity of the Einstein equations. This nonlinearity is especially crucial in the vicinity of the black hole horizons.

An additional weak point in the standard mass inflation calculations is in a fallacious using of the *global* null Cauchy horizon as a place for the maximal growth of the back-reaction perturbations instead of the *local* inner apparent horizon, which is separated from the Cauchy horizon. The maximal back-reaction perturbations inside the charged black hole take place (besides the central singularity) at the local inner apparent horizon and not at the separated global Cauchy horizon. This qualitative feature was missed in the previous mass inflation calculations.

It is shown below that a back-reaction of two counter-streaming light-like fluxes result in only the small corrections to the background metric near the local inner apparent horizon of the charged black hole by taking into account its separation from the Cauchy horizon. This implies the absence of the mass inflation and stability of the charged black hole interiors.

We use a (slow) quasi-stationary approximation, when both the inflowing and outflowing radial energy fluxes of light-like particles are small, $\dot{m}_{\text{in}} \ll 1$ and $\dot{m}_{\text{out}} \ll 1$. Respectively, the rate of black hole mass growth is also small (for more details see, e.g., [14, 15]). In finding the back-reaction in this approximation, we use the Reissner–Nordström black hole solution as a background metric and retain in equations only those perturbation terms, which are not higher, than the linear ones with respect to \dot{m}_{in} and \dot{m}_{out} . In other words, we calculate the back-reaction in the linear perturbation approximation with respect to the small dimensionless energy flux parameters, \dot{m}_{in} and \dot{m}_{out} .

Global geometry of the perturbed charged black hole

In the back-reaction calculations, we follow very closely to [3], by using both the ingoing and outgoing Vaidya metrics as perturbations for the background Reissner–Nordström black hole metric. The global geometry of the Reissner–Nordström black hole, perturbed by both the ingoing and outgoing radial null fluxes, is shown in Fig. 98 by means of the Carter–Penrose diagram.

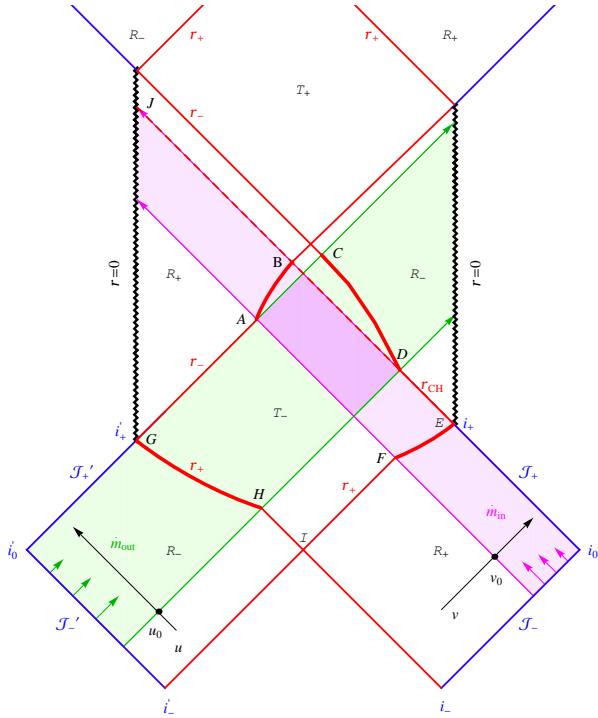


Figure 1. The Carter–Penrose diagram for the Reissner–Nordström black hole, perturbed by the small inflowing, $\dot{m}_{\text{in}} \ll 1$, and outflowing, $\dot{m}_{\text{out}} \ll 1$, radial fluxes of light-like particles, related with the corresponding ingoing and outgoing Vaidya solutions outside the black hole. The maximal perturbation of the black hole metric, which is the most interesting for the discussed mass inflation problem, and the maximal blue-shift of the inward radiation, viewed by the free-moving observer, will take place just at the part of the local inner apparent horizon $r_-(t, r)$, shown by the thick time-like curve CD and not at the part of the global Cauchy horizon r_{CH} , shown by the dashed null line BD .

A principal point is that the global Cauchy horizon $r = r_{\text{CH}}$ is separated from the local inner apparent horizon $r = r_-(t, r)$ in the case of the non-stationary (perturbed) metric. This separation is clearly viewed in Fig. 98, where the global Cauchy horizon r_{CH} is shown in part by the null line ED and further by the dashed null line DBJ , while the corresponding part of the inner apparent horizon $r = r_-(t, r)$ is shown by the time-like curve CD .

To resolve a back-reaction problem for the perturbed spherically symmetric black hole, we follow below closely to E. Poisson and W. Israel [3] by writing the Einstein equations in the form

$$G_{\alpha\beta} = 8\pi(E_{\alpha\beta} + T_{\alpha\beta}), \quad (1)$$

where the Maxwellian contribution to the energy-momentum tensor from the black hole electric charge e is

$$E_{\beta}^{\alpha} = \frac{e^2}{8\pi r^4} \text{diag}(1, 1, -1, -1) \quad (2)$$

and $T_{\alpha\beta}$ is a perturbation energy-momentum tensor. We calculate in the following the back-reaction on the background Reissner–Nordström black hole metric of both the inflowing and outflowing radial fluxes of light-like particles, described by the perturbation energy-momentum tensor

$$T_{\alpha\beta} = \rho_{\text{in}} l_{\alpha} l_{\beta} + \rho_{\text{out}} n_{\alpha} n_{\beta} \quad (3)$$

with, respectively, the energy influx $\dot{m}_{\text{in}} = 4\pi r^2 \rho_{\text{in}}$ and outflux $\dot{m}_{\text{out}} = 4\pi r^2 \rho_{\text{out}}$ and the radial null vectors $l^2 = n^2 = 0$.

Back-reaction metric in the (t, r) -frame

We use the general spherically-symmetric metric in the Schwarzschild-like (t, r) -frame [17]:

$$ds^2 = e^{\eta(t,r)} dt^2 - e^{\sigma(t,r)} dr^2 - r^2 d\Omega^2 \quad (4)$$

with two arbitrary functions, $\eta(t, r)$ and $\sigma(t, r)$. For application to the back-reaction problem of the accreting matter on the charged black hole, we define, additionally, two metric functions, $f_0(t, r)$ and $f_1(t, r)$ or, equivalently, two *mass functions*, $m_0(t, r)$ and $m_1(t, r)$:

$$e^{\eta(t,r)} \equiv f_0 = 1 - \frac{2m_0(t, r)}{r} + \frac{e^2}{r^2}, \quad e^{-\sigma(t,r)} \equiv f_1 = 1 - \frac{2m_1(t, r)}{r} + \frac{e^2}{r^2}. \quad (5)$$

The nonzero components of the Einstein tensor $G_{\alpha\beta}$ in the (t, r) -frame (4) have the following form [17]:

$$G_0^1 = -e^{-\sigma} \frac{\dot{\sigma}}{r}, \quad G_0^0 = -e^{-\sigma} \left(\frac{1}{r^2} - \frac{\sigma'}{r} \right) + \frac{1}{r^2}, \quad G_1^1 = -e^{-\sigma} \left(\frac{1}{r^2} + \frac{\eta'}{r} \right) + \frac{1}{r^2}, \quad (6)$$

$$G_2^2 = G_3^3 = \frac{e^{-\eta}}{2} \left[\ddot{\sigma} + \frac{\dot{\sigma}}{2} (\dot{\sigma} - \dot{\eta}) \right] - \frac{e^{-\sigma}}{2} \left[\eta'' + (\eta' - \sigma') \left(\frac{\eta'}{2} + \frac{1}{x} \right) \right]. \quad (7)$$

For the inward and outward null vectors in the energy-momentum tensor (3) we choose now

$$l_a = (-1, -\frac{1}{\sqrt{f_0 f_1}}, 0, 0), \quad n_a = (1, -\frac{1}{\sqrt{f_0 f_1}}, 0, 0). \quad (8)$$

The corresponding perturbation energy-momentum tensor (3) is now

$$T_0^0 = \frac{1}{f_0} (\rho_{\text{in}} + \rho_{\text{out}}) = -T_1^1, \quad T_0^1 = \sqrt{\frac{f_1}{f_0}} (\rho_{\text{out}} - \rho_{\text{in}}), \quad T_2^2 = T_3^3 = 0. \quad (9)$$

From equations (1) and (6) with perturbation energy-momentum tensor from (9) we get the requested back reaction equations for the mass functions $m_0(t, r)$ and $m_1(t, r)$ in the vicinity of the apparent horizons at $|r - r_{\pm}|/r_{\pm} \ll 1$, where $f_0 \ll 1$ and $f_1 \ll 1$:

$$\dot{m}_1 = \frac{\partial m_1}{\partial t} = \sqrt{\frac{f_1}{f_0}} (\dot{m}_{\text{in}} - \dot{m}_{\text{out}}) \ll 1, \quad (10)$$

$$m'_1 = \frac{\partial m_1}{\partial x} \approx \frac{\dot{m}_{\text{in}} + \dot{m}_{\text{out}}}{f_0} \approx -m'_0. \quad (11)$$

In the quasi-stationary approximation the both mass functions, $m_0(t, r)$ and $m_1(t, r)$, strongly depend on the radial coordinate r , but very weakly on the time coordinate t . For this reason, as in the previous Section 98, we adopt near horizons a factorization for the mass functions: $m_0(t, r) = m(t)\mu_0(x)$ and $m_1(t, r) = m(t)\mu_1(x)$ with the dimensionless coordinate $x = r/m_0$ and with a weakly growing “mass” $m(t)$. To solve the nonlinear

equation (11) in the vicinity of the inner and outer apparent horizons. We use also the new variable

$$\delta_{\pm}(x) \equiv x - x_{\pm} = x - [\mu(x) \pm \sqrt{\mu(x)^2 - (1 - \epsilon^2)}]. \quad (12)$$

The outer and inner apparent horizons at $x = x_{\pm}$ are solutions of equation $\delta_{\pm}(x) = 0$, where $\delta_{\pm}(x)$ is defined by equation (12). Now, near the apparent horizons, at $|x - x_{\pm}| \ll 1$, where $|\delta_{\pm}| \ll 1$, we have

$$f_0 \approx \pm 2 \frac{\sqrt{\mu_0(x)^2 - (1 - \epsilon^2)}}{x_{\pm}^2} \delta_{\pm} \approx \pm \frac{2\epsilon}{(1 \pm \epsilon)^2} \delta_{\pm}. \quad (13)$$

Respectively, equation (11) is written near the apparent horizons as

$$\mu'_0 = \frac{d\mu_0}{dx} \approx \mp \frac{(1 \pm \epsilon)^2}{2\epsilon} \frac{\dot{m}_{\text{in}} + \dot{m}_{\text{out}}}{\delta_{\pm}(x)} \approx -\mu'_1. \quad (14)$$

The resulting solutions for mass functions near the apparent horizons are

$$\mu_0(\delta_{\pm}) \approx \mu_{\pm} \mp \frac{(1 \pm \epsilon)^2}{2\epsilon} \dot{m} \log \left| 1 + \frac{2\epsilon^2}{(1 \pm \epsilon)^3 \dot{m}} \delta_{\pm} \right|, \quad (15)$$

$$\mu_1(\delta_{\pm}) \approx 2\mu_{\pm} - \mu_0(\delta_{\pm}). \quad (16)$$

Here

$$\dot{m} = \begin{cases} 0 & \text{in regions without fluxes,} \\ \dot{m}_{\text{in}} & \text{in non-overlapping regions with influx,} \\ \dot{m}_{\text{in}} + \dot{m}_{\text{out}} & \text{in overlapping region,} \\ \dot{m}_{\text{out}} & \text{in non-overlapping regions with outflux,} \end{cases} \quad (17)$$

and the values of mass functions at the horizons, respectively, $\mu_+ \equiv \mu_0(x_+) = \mu_1(x_+)$ and $\mu_- \equiv \mu_0(x_-) = \mu_1(x_-)$ are

$$\mu_{\pm} \approx 1 \mp \frac{(1 \pm \epsilon)^2}{2\epsilon} \dot{m} \log |\dot{m}|. \quad (18)$$

Solution (15) for the mass function $\mu_0(x)$ near horizons may be written in the form of the inverse function $x = x(\mu_0)$, where

$$x(\mu_0) \approx \mu_0 \pm \sqrt{\mu_0^2 - (1 - \epsilon^2)} + \frac{(1 \pm \epsilon)^3 \dot{m}}{2\epsilon^2} \left\{ \pm \exp \left[\mp \frac{2\epsilon(\mu_0 - \mu_{\pm})}{(1 \pm \epsilon)^2 \dot{m}} \right] - 1 \right\}. \quad (19)$$

Here, the signs \pm and \mp are related to the different branches of the function $x(\mu_0)$: the first branch for $x \leq x_-$ and the second one for $x \geq x_-$. These branches are shown in Fig. 98 for the case of $\mu_0(x)$ near the inner apparent horizon, corresponding to the curve CD in Fig. 98, at $|x - x_-| \ll 1$. The first branch is at $x \leq x_-$ and the second one is at $x \geq x_-$.

With the chosen approximations, solutions (15), (16) and (19) are valid only in the narrow region $\delta_{\min} \equiv [(1 \pm \epsilon)^3 / \epsilon^2] \dot{m} < |\delta_{\pm}| \ll 1$ near the apparent horizons. See in Fig. 98 the mass function $\mu_0(x)$ from equation (15) near the inner apparent horizon x_- . Note also, that divergence in (18) in the extreme limit at $\epsilon \rightarrow 0$ is related with a general instability of the perturbed extreme black hole (for some details see, e.g., [14]).

The derived solutions (15) and (16) demonstrate that the back-reaction corrections to the mass functions $m_0(t, r)$ and $m_1(t, r)$ are small near and at the inner apparent horizon

of the non extreme black hole. Namely, the relative disturbance of the inner apparent horizon is small, of the order of $\dot{m} |\log \dot{m}| \ll 1$. Therefore, the mass inflation phenomenon is absent at least in the used quasi-stationary approximation.

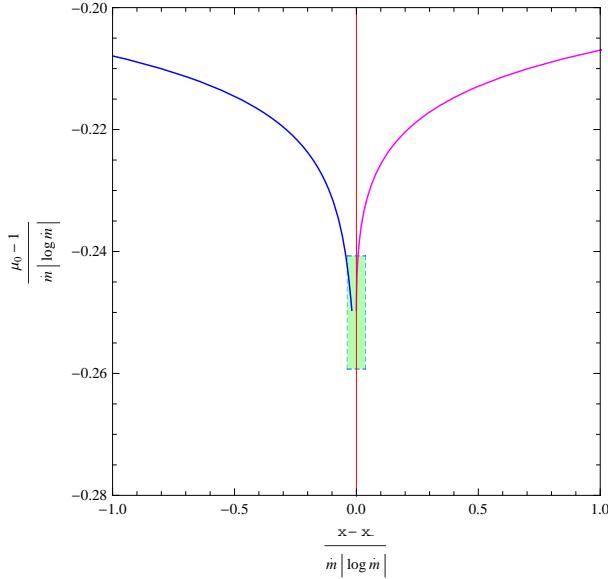


Figure 2. The mass function $\mu_0(x)$ from equation (15) for the black hole with the charge $e = \sqrt{3}/2$ and flux $\dot{m} = \dot{m}_{\text{out}} = 10^{-12}$ near the inner apparent horizon $x = x_-$, modified by the back-reaction. Inside the filled box the used linear perturbation approximation in \dot{m} is insufficient for the exact determination of the mass function $\mu_0(x)$. In the used approximation, the value of the $\mu_0(x)$ at the $x = x_-$ is finite and defined by equation (15).

Conclusion

Solution of the perturbation back reaction problem for the non extreme Reissner-Nordström black hole reveals no indication of the mass inflation by taking into account the separation of the inner apparent horizon from the Cauchy horizon in the (slow) quasi-stationary accretion approximation. This separation was missed in the previous calculations of the mass inflation phenomenon. The relative back-reaction corrections to the perturbed metric at the finite distance from both the inner and outer apparent horizons, $|r - r_{\pm}|/r_{\pm} \sim 1$, appear to be of the order of small accretion rate, $\dot{m} \ll 1$, which is a small dimensionless energy flux parameter. At the same time, near and at the apparent horizons, at $|r - r_{\pm}|/r_{\pm} \ll 1$, the relative back-reaction corrections to the black hole metric are the largest, but still remain the small, of the order of $\dot{m} \log \dot{m} \ll 1$. This means the absence of mass inflation phenomenon inside the charged black hole [18].

Author acknowledges E. O. Babichev, V. A. Berezin and Yu. N. Eroshenko for the enlightening discussions. This research was supported in part by the Russian Foundation for Basic Research grant RFBR 13-02-00257.

References

- [1] Poisson E and Israel W 1989 *Phys. Rev. Lett.* **63** 1663
- [2] Poisson E and Israel W 1989 *Phys. Lett. B* **233** 74
- [3] Poisson E and Israel W 1990 *Phys. Rev. D* **41** 1796
- [4] Hamilton A J S and Avelino P P 2010 *Phys. Rep.* **495** 1

- [5] Hwang Dong-il, Lee Bum-Hoon and Yeom Dong-han 2011 *JCAP* **12** 006
- [6] Brady P R, Nunez D and Sinha S 1993 *Phys. Rev. D* **47** 4239
- [7] Maeda H, Torii T and Harada T 2005 *Phys. Rev. D* **71** 064015
- [8] Hod S and Piran T 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 1554
- [9] Hod S and Piran T 1998 *Gen. Rel. Grav.* **30** 1555
- [10] Hong S E, Hwang D, Stewart E D and Yeom D 2010 *Class. Quantum Grav.* **27** 045014
- [11] Ori A 1992 *Phys. Rev. Lett.* **68** 2117
- [12] Redmount I H 1985 *Prog. Ther. Phys.* **73** 1401
- [13] Dray T and 't Hooft 1985 *Comm. Math. Phys.* **99** 613
- [14] Dokuchaev V I and Eroshenko Yu N 2011 *Phys. Rev. D* **84** 124022
- [15] Babichev E, Dokuchaev V and Eroshenko Yu 2012 *Class. Quantum Grav.* **29** 115002
- [16] Bondi H 1964 *Proc. R. Soc. (London) A* **281** 39
- [17] Landau L D and Lifshitz E M 1975 *The classical theory of fields* (Oxford: Pergamon Press)
- [18] Dokuchaev V 2014 *Class. Quantum Grav.* **31** 055009

DETERMINATION OF THE BLACK HOLE MASS AND SPIN FROM THE QUASI-PERIODICAL OSCILLATIONS OF HOT SPOTS IN ACCRETION FLOW

Vyacheslav I. Dokuchaev^a

^aE-mail: dokuchaev@inr.ac.ru; Institute for Nuclear Research, Russian Academy of Sciences, 60th October Anniversary Prospect 7a, 117312 Moscow, Russia

Abstract. It is described the new method of the precise determination of the black hole mass and spin from the Quasi-Periodical Oscillations (QPOs) of hot plasma spots or clumps in accretion flow. Interpretation of the known QPO data by dint of a signal modulation from the hot spots in the accreting plasma reveals the Kerr metric rotation parameter, $a = 0.65 \pm 0.05$, and mass, $M = (4.2 \pm 0.2)10^6 M_\odot$, of the supermassive black hole in the Galactic center. At the same time, the observed 11.5 min QPO period is identified with a period of the black hole event horizon rotation, and, respectively, the 19 min period is identified with a latitudinal oscillation period of hot spots in the accretion flow. .

Parameters of the accreting black holes are the central problem in astrophysics, because they provide the unique opportunity for the verification of General Relativity. In the Galactic Center dwells the nearest supermassive black hole with a mass $M = (4.1 \pm 0.4)10^6 M_\odot$, measured by observations of the orbital parameters of two fast moving S0 stars [1, 2]. The major problem with observations of the supermassive black hole SgrA* in the Galactic center is that it is a ‘dormant’ quasar, i. e., nearly completely inactive

with a very rare splashing of activity. Nevertheless, there are serendipitous observations of Quasi-Periodical Oscillations (QPOs) from SgrA* with a sufficiently high statistical significance in the near-infrared [3] and X-rays [1].

The standard interpretation relates QPOs with the resonances in the accretion disks [1, 3, 4, 5, 6, 7]. A weak point of the resonance QPO interpretation is the ambiguity caused by the dependence on the accretion model used. It seems that the resonance QPO models are applicable to black holes in the Active Galactic Nuclei (AGN) and in the stellar binaries with the high accretion rates.

We describe here the alternative QPO interpretation, related to the oscillation frequencies of the numerous hot spots in the accretion plasma [8], which are independent of the accretion model and defined completely by the properties of the black hole gravitational field. We use units with $G = c = 1$ and define the spin parameter of Kerr black hole as $a = J/M^2$, where M and J are, respectively, the black hole mass and angular momentum. Equations of motion for test particles (e.g., clumps of hot plasma) with a mass μ in the Kerr metric in the Boyer–Lindquist coordinates (t, r, θ, φ) are [9]:

$$\rho^2 \frac{dr}{d\lambda} = \pm \sqrt{V_r}, \quad \rho^2 \frac{d\theta}{d\lambda} = \pm \sqrt{V_\theta}, \quad (1)$$

$$\rho^2 \frac{d\varphi}{d\lambda} = L \sin^{-2} \theta + a(\Delta^{-1} P - E), \quad (2)$$

$$\rho^2 \frac{dt}{d\lambda} = a(L - aE \sin^2 \theta) + (r^2 + a^2)\Delta^{-1} P, \quad (3)$$

where $\lambda = \tau/\mu$, τ — is the proper time of a particle and

$$V_r = P^2 - \Delta[\mu^2 r^2 + (L - aE)^2 + Q], \quad (4)$$

$$V_\theta = Q - \cos^2 \theta[a^2(\mu^2 - E^2) + L^2 \sin^{-2} \theta], \quad (5)$$

$$P = E(r^2 + a^2) - aL, \quad \rho^2 = r^2 + a^2 \cos^2 \theta, \quad \Delta = r^2 - 2r + a^2. \quad (6)$$

The motion of a test particle is completely defined by three integrals of motion: the total particle energy E , the azimuthal component of the angular momentum L and the Carter constant Q , related to the total angular momentum of the particle and non-equatorial motion. It is useful to choose the dimensionless variables and parameters: $t \Rightarrow t/M$, $r \Rightarrow r/M$, $a \Rightarrow a/M$, $E \Rightarrow E/\mu$, $L \Rightarrow L/(M\mu)$, $Q \Rightarrow Q/(M^2\mu^2)$. The radius of the black hole event horizon is $x_h = 1 + \sqrt{1 - a^2}$.

Quasi-periodic plunging trajectories

From equations of motion (2) and (3) follows the crucial feature of any test particle trajectory, approaching the event horizon at $x = x_h$. Namely, by approaching to the black hole horizon, $x \rightarrow x_h$, the trajectory is quasi-periodically “winding up” with an azimuthal angular velocity $\Omega_\varphi = d\varphi/dt$, coming close to the angular velocity of the black hole horizon Ω_h , where

$$\Omega_h = \left. \frac{d\varphi}{dt} \right|_{x \rightarrow x_h} = \frac{a}{2(1 + \sqrt{1 - a^2})}. \quad (7)$$

Fig. 1 shows the numerically calculated “plunging” trajectory of the test “planet” and photon infalling into the rotating black hole.

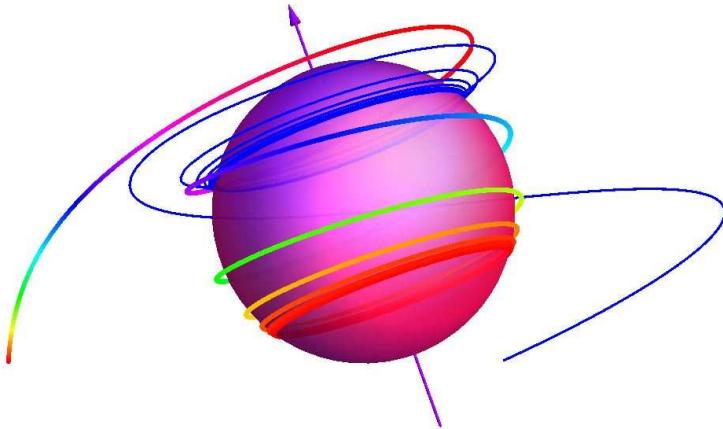


Рис. 1: The numerically calculated in the Boyer–Lindquist coordinates trajectories of the “planet” (thin curve) and photon (thick curve) infalling into the black hole with a spin $a = 0.9982$ and event horizon radius $x_h = 1.063$. The both trajectories are “winding up” with the angular velocity $\Omega_\varphi \rightarrow \Omega_h$, by approaching the black hole horizon.)

Any source of radiation, e. g., clump of the hot plasma, approaching the event horizon of the rotating black hole will be viewed by the distant observer in a relativistic “synchrotron mode” as short splashes of radiation, beamed and boosted forward into the narrow solid angles [10, 11, 12, 13], and repeated quasi-periodically with a frequency very near to $\nu_h = \Omega_h/2\pi$.

The oscillation with Ω_h from (7) is a first observational signature for revealing the spin of the supermassive black hole in the Galactic center. The corresponding second signature is related with the QPOs of non-equatorial bound orbits in the accretion flow.

Nonequatorial bound orbit oscillations

The specific features of the accretion disk flow near the black hole depend in part on the properties of the stable gravitationally bound orbits of test particles with $E < 1$ [14], which have two radial turning points, the apocenter and pericenter radii, r_a and r_p , respectively, and also two latitudinal turning points, $\pi/2 \pm \theta_{\max}$ above and below the equatorial plane, where θ_{\max} is a maximal elevation angle of the orbit with respect to the equatorial plane. These turning points are defined by the zeroes of the corresponding effective potentials $V(r)$ and $V(\theta)$ from (4) and (5) respectively. The bound orbits around the rotating Kerr black hole are quasi-periodic in general, because metric depends not on the one, but on the two coordinates: the radius r and the latitude θ , in contrast to the Schwarzschild case. The bound orbits oscillate not in time but only in space between the two radial turning points and between the two latitudinal turning points. The pure periodic bound orbits in the Kerr metric are only the degenerate ones: they either confined in the equatorial plane of the black hole or belong to the specific case of spherical orbits [14], with a radial coordinate $r = \text{const}$.

The azimuthal and latitudinal angular velocities of the non-equatorial bound orbits,

Ω_φ and Ω_θ , respectively, are related by the equation [14, 15]:

$$\frac{\Omega_\theta}{\Omega_\varphi} = \frac{\pi}{2} (\beta z_+)^{1/2} \left[\frac{L}{a} \Pi(-z_-, k) + \frac{2xE - aL}{\Delta} K(k) \right]^{-1}, \quad (8)$$

where and $K(k)$ and $\Pi(-z_-, k)$ are, respectively, the full elliptic integrals of the first and third kind, $k^2 = z_-/z_+$,

$$z_\pm = (2\beta)^{-1} [\alpha + \beta \pm \sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4Q\beta}], \quad (9)$$

$\alpha = (Q + L^2)/a^2$ and $\beta = 1 - E^2$. By using the values for orbital energy E and azimuthal angular momentum L from [16, 17] for the test particle at the non-equatorial spherical orbit, it can be calculated from equations of motion (2) and (3) the corresponding azimuthal angular velocity at the equatorial plane:

$$\Omega_{\varphi,\text{sph}} = \frac{x \sqrt{x^3(3Q - Qx + x^2) + a^2Q^2} - a(x^2 + 3Q)}{\{x^5 - a^2[x^2 + Q(x + 3)]\}M}. \quad (10)$$

In the particular case of circular orbits in the equatorial plane ($r = \text{const}$, $Q = 0$, $\theta = \pi/2$), the angular velocity (10) is simplified to the well known form [10]:

$$\Omega_{\varphi,\text{circ}} = \frac{1}{a + x^{3/2}} \frac{1}{M}. \quad (11)$$

From (8) and (10) in the limit $Q \rightarrow 0$ follows the angular velocity of the latitudinal oscillation of a near circular orbit in the thin accretion disk:

$$\Omega_\theta = \frac{2\pi}{T_\theta} = \frac{\sqrt{x^2 - 4ax^{1/2} + 3a^2}}{x(a + x^{3/2})} \frac{1}{M}. \quad (12)$$

This angular velocity describes the latitudinal oscillation of the hot spot or clump of plasma in the thin accretion disk.

It is assumed that the brightest hot spots in the accretion flow are located near the inner edge of the accretion disk, corresponding to the radius of the marginally stable circular orbit [10], $x = x_{\text{ms}}$:

$$x_{\text{ms}} = 3 + Z_2 - \sqrt{(3 - Z_1)(3 + Z_1 + 2Z_2)}, \quad (13)$$

where

$$Z_1 = 1 + (1 - a^2)^{1/3} [(1 + a)^{1/3} + (1 - a)^{1/3}] \quad (14)$$

and $Z_2 = \sqrt{3a^2 + Z_1^2}$. See in Fig. 2 the example of the oscillating clump of plasma in the thin accretion disk around the moderately fast rotating black hole.

The latitudinal oscillation with an angular velocity Ω_θ from (12), estimated at the radius $x = x_{\text{ms}}$, is the second requisite observation signature of the spinning black hole in the Galactic center.

Spin and mass of the supermassive black hole in the Galactic Center

Fig. 3 shows the 1-sigma error (M, a) -region for the joint resolution of equations (7) and (12) with the observed 11.5 min QPO1 period, identified with T_h , and, respectively, the

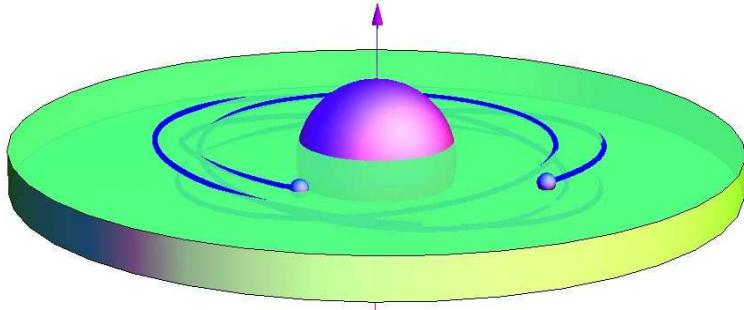


Рис. 2: Numerically calculated the near the equatorial orbit of the bright clump of plasma with $Q = 0.1$, $E = 0.91$, $L = 2.715$, $x_p = 3.85$, $x_a = 5.01$ and $\theta_{\max} = 6.6^\circ$, oscillating in the superimposed thin opaque accretion disk around the black hole with $a = 0.65$, $x_h = 1.76$ and $x_{ms} = 3.62$.

19 min period QPO2, identified with T_θ . This 1-sigma (M, a) region corresponds to the Kerr metric rotation parameter, $a = 0.65 \pm 0.05$, and mass, $M = (4.2 \pm 0.2)10^6 M_\odot$, for the supermassive black hole in the Galactic center. It is clearly illustrated at the right panel in Fig. 3, that a self-consistency of the observed QPO periods with T_h and T_θ corresponds to the same value of the black hole spin, $a = 0.65 \pm 0.05$. At the same time the values of azimuthal angular velocities Ω_φ of hot spots in the accretion disk are spread in a wide range. For this reason the azimuthal oscillations in the accretion disk would not produce any prominent features in the spectrum of QPOs.

Note also, that the additional three QPOs observed in the X-rays with periods around 1.7, 3.6 and 37.5 min [1]. These QPOs are less prominent than the used ones and seemingly related with the resonances in the accretion disk or being the harmonics of the used QPOs with periods 11.5 and 19 min, respectively.

Conclusion

Interpretation of the known QPO data by dint of signal modulation from the hot spots in the accreting plasma reveals the Kerr metric rotation parameter, $a = 0.65 \pm 0.05$, of the supermassive black hole in the Galactic center. At the same time, the observed 11.5 min QPO period is identified with the period of the black hole horizon rotation, and, respectively, the 19 min period is identified with the latitudinal oscillation period of hot spots in the accretion flow. A major part of uncertainty in estimation of the black hole spin related with an error in the measurements of the black hole mass in the Galactic center.

A supermassive black hole in the Galactic center acquires its angular momentum by accretion of tidally destructed stars and gas clouds with accidentally orientated individual angular momenta. For this reason a moderate spin value of the supermassive black hole Sgr A* is quite natural due to specific conditions in the Galactic center. Note also that the value of spin parameter $a = 0.65 \pm 0.05$, derived here by dint of QPOs, is in a qualitative agreement with the corresponding quite independent estimation, $a \simeq 0 - 0.6$, from the millimeter VLBI observations of Sgr A* [18, 19]. At the same time, the black hole mass, $M = (4.2 \pm 0.2)10^6 M_\odot$, derived here from the QPOs, is in a good agreement with a quite independent estimation, $M = (4.1 \pm 0.4)10^6 M_\odot$, measured from observations of the fast moving S0 stars [1, 2].

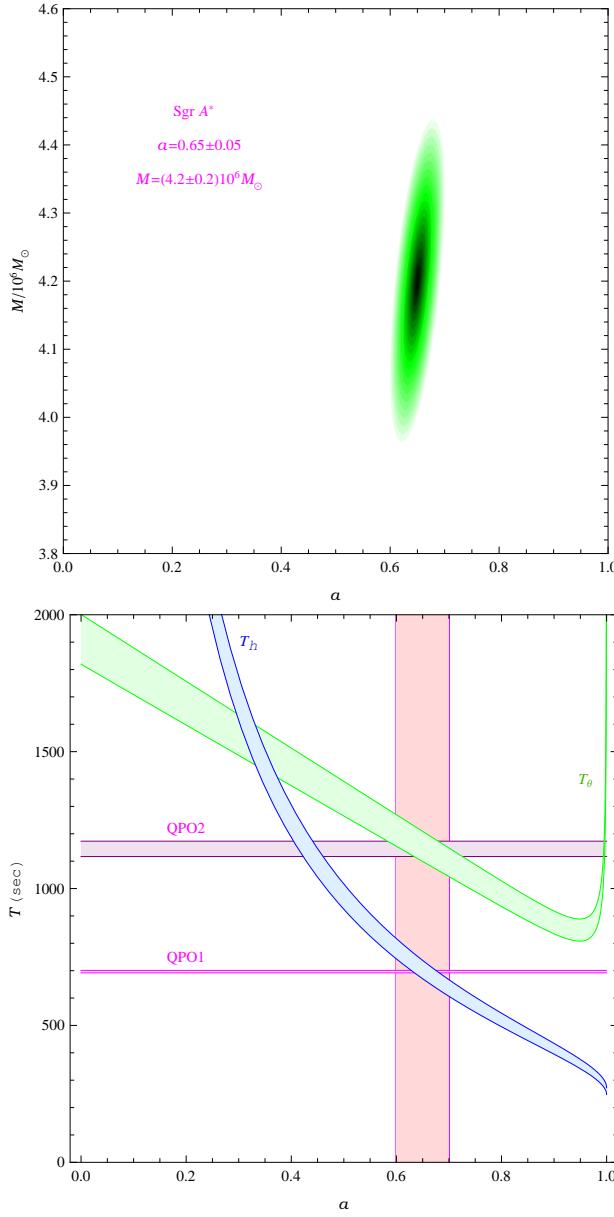


Рис. 3: Left panel: The 1-sigma error (M, a) -region for the joint resolution of equations (7) and (12) with the observed 11.5 min QPO1 period, identified with T_h , and, respectively, the 19 min period QPO2, identified with T_θ . Right panel: The observed QPOs with the mean periods 11.5 and 19 min (filled horizontal stripes QPO1 and QPO2) from the supermassive black hole Sgr A*. The filled region for T_θ corresponds to the permissible values of Q and x adjusted with the errors of the observed QPO periods. The observed QPO periods T_h and T_θ corresponds to the same value of the black hole spin, $a = 0.65 \pm 0.05$ and mass, $M = (4.2 \pm 0.2)10^6 M_\odot$.

Additionally, a moderate value of the spin indicates that the nearest to us supermassive black hole in the Galactic center is not a very efficient accelerator of cosmic rays, because the efficiency of electromagnetic extraction of energy from the rotating black hole is proportional to a^2 [20].

Author acknowledges E. O. Babichev, V. A. Berezin and Yu. N. Eroshenko for the enlightening discussions. This research was supported in part by the Russian Foundation for Basic Research grant RFBR 13-02-00257..

References

- [1] B. Aschenbach, N. Grosso, D. Porquet and P. Predehl, *Astron. Astrophys.* **417**, 71 (2004).
- [2] S. Gillessen, F. Eisenhauer, S. Trippe, T. Alexander, R. Genzel, F. Martins and T. Ott, *Astrophys. J.* **692**, 1075 (2009).
- [3] R. Genzel, R. Schoedel, T. Ott, T. Eckart, T. Alexander, F. Lacombe, D. Rouan and B. Aschenbach, *Nature* **425**, 934 (2003).
- [4] J. E. McClintock and R. A. Remillard, *Black hole binaries in compact stellar X-ray sources*, eds. W. H. G. Lewin and M. van der Klis (Cambridge Univ. Press, 2003) Chapter 4.
- [5] R. A. Remillard and J. E. McClintock, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **44**, 49 (2006).
- [6] Y. Kato, M. Miyoshi, R. Takahashi, H. Negoro and R. Matsumoto, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **403**, L74 (2010).
- [7] J. C. Dolence, C. F. Gammie, H. Shiokawa and S. C. Noble, *Astrophys. J.* **746**, L10 (2012).
- [8] R. A. Syunyaev, *Sov. Astron.* **16**, 941 (1973).
- [9] B. Carter, *Phys. Rev.* **174**, 1559 (1968).
- [10] J. M. Bardeen, W. H. Press and S. A. Teukolsky, *Astrophys. J.* **178**, 347 (1972).
- [11] C. W. Misner, R. A. Breuer, D. R. Brill, P. L. Chrzanowski, H. G. Hughes and C. M. Pereira, *Phys. Rev. Lett.* **28**, 998 (1972).
- [12] C. T. Cunningham and J. M. Bardeem, *Astrophys. J.* **173**, L137 (1972).
- [13] A. G. Polnarev, *Astrophysics* **8**, 273 (1972).
- [14] D. C. Wilkins, *Phys. Rev. D* **5**, 814 (1972).
- [15] A. Merloni, M. Vietri, M. Stella and M. Bini, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **304**, 155 (1999).
- [16] V. I. Dokuchaev, *Class. Quant. Grav.* **28**, 235015 (2011).
- [17] V. I. Dokuchaev, *Grav. Cosmol.* **18**, 65 (2012).

- [18] A. E. Broderick, V. L. Fish, S. S. Doeleman and A. Loeb, *Astrophys. J.* **697**, 45 (2009).
- [19] A. E. Broderick, V. L. Fish, S. S. Doeleman and A. Loeb, *Astrophys. J.*, **735**, 110 (2011).
- [20] R. D. Blandford and R. L. Znajek, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **179**, 433 (1977).

ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ ПРОХОДИМОСТЬ КРОТОВЫХ НОР

В.И. Докучаев^a, Ю.Н. Ерошенко^b

^aE-mail: dokuchaev@inr.ac.ru; Институт ядерных исследований РАН, Москва

^bE-mail: eroshenko@ms2.inr.ac.ru; Институт ядерных исследований РАН, Москва

Аннотация. Обычно проходимость кротовых нор рассматривается по отношению к единичным частицам (массивным или безмассовым) путем изучения их геодезических, проходящих через кротовую нору. В данной работе применяется иной подход к проблеме проходимости кротовых нор – исследуется проходимость кротовой норы для сплошных гидродинамических потоков. При этом каждый элемент жидкости может не двигаться по геодезической из-за влияния давления со стороны соседних элементов. В этом заключается отличие от метода геодезических. Кротовая нора гидродинамически проходима, если решение удается однозначно продолжить через звуковые точки. Решаются уравнения стационарной аккреции идеальной жидкости в метрике кротовой норы, стабилизированной, например, фантомной энергией в сферическом слое у горловины (модель С.В. Сушкина, 2005). Найдены общие соотношения для параметров звуковых точек вдали и близи от горловины. В частности, показано, что одна из звуковых точек находится точно на горловине кротовой норы. Показано, что стабилизированные кротовые норы гидродинамически проходимы, и через них могут протекать потоки сплошной среды из одной части Вселенной в другую.

Свойства кротовых нор (специальных решений в общей теории относительности, условно изображенных на Рис. 1) изучались во множестве работ по теории гравитации и по релятивистской астрофизике, см. например, [1], [2]. Пролеты частиц через кротовую нору рассматривались в работах [5], [6], [3], [4].

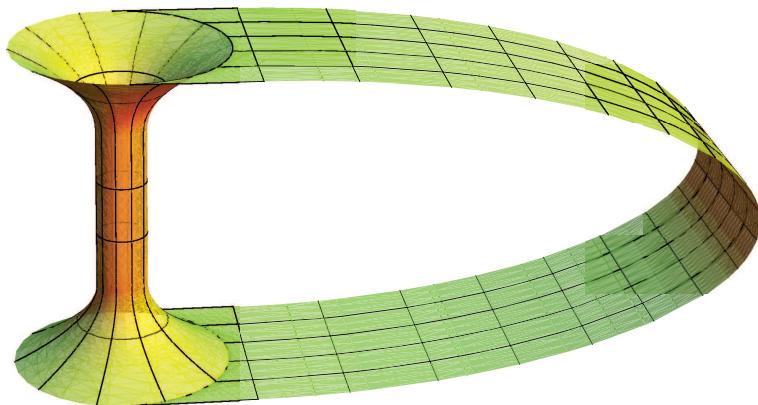


Рис.1. Условное изображение кротовой норы, соединяющей горловиной две области пространства.

Общий вид диагональной метрики

$$ds^2 = f_1(x)dt^2 - f_2(x)^{-1}dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2), \quad (1)$$

где $x = r/M$, M – параметр массы, и используется система единиц с $G = c = 1$. В случае кротовой норы [1]:

$$f_1(x) = e^{2\Phi(x)}, \quad f_2(x) = 1 - \frac{K(r)}{r} = 1 - \frac{S(x)}{x}, \quad (2)$$

где введена безразмерная функция $S(x)$. Для устойчивости кротовой норы требуется окружить ее субстанцией, нарушающей слабое энергетическое условие. Такой субстанцией может быть, например, фантомная энергия [7].

Рассмотрим гидродинамический поток вещества, проходящий через горловину кротовой норы. Вещество моделируем идеальной жидкостью с тензором энергии-импульса

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p)u_\mu u_\nu - pg_{\mu\nu}, \quad (3)$$

где ρ и p – соответственно, плотность и давление жидкости в системе покоя, $u^\mu = dx^\mu/ds$ 4-скорость, а уравнение состояния $p = p(\rho)$. Для метрики вблизи горловины используем точное решение из работы [7], описывающее кротовую нору, стабилизированную фантомной энергией у горловины. В этой модели фантомная энергия сконцентрирована в узкой области $r_0 < r < r_1$ между горловиной $r = r_0$ и некоторым радиусом $r = r_1$. При $r > r_1$ метрика совпадает с метрикой черной дыры Шварцшильда. Влияние кротовой норы на вещество при $r > r_1$ может быть рассмотрено аналогично случаю черной дыры [8].

Стационарная акреция через кротовую нору возможна, если в потоке существует критическая точка. Акреция идеальной жидкости на кротовую нору уже обсуждалась в работе [9], однако критические точки найдены не были. Найдем их в приближении пробной жидкости, следуя методу [10]. Введем вспомогательную функцию $dn/n = d\rho/(\rho + p)$, которая соответствует концентрации частиц в случае атомного газа. Решаем уравнения движения $T^{\mu\nu}_{;\nu} = 0$ в заданной фоновой метрике. Из нулевой компоненты $\mu = 0$ этих уравнений и из проекции $u_\mu T^{\mu\nu}_{;\nu} = 0$ следуют два интеграла движения:

$$(\rho + p)(f_2 + u^2)^{1/2}\gamma^2 x^2 u = C_1, \quad (4)$$

$$nu\gamma x^2 = -An_\infty, \quad (5)$$

где $u \equiv u^1$, $\gamma(x) \equiv (f_1/f_2)^{1/2}$, и n_∞ – величина n при $x \rightarrow \infty$. Радиальный поток массы $\dot{M} = -4\pi r^2 T_0^r$ выражается в виде [8]:

$$\dot{M} = 4\pi A M^2 [\rho_\infty + p(\rho_\infty)]. \quad (6)$$

Числовая константа A может быть найдена путем фиксации потока массы в критической звуковой точке, и обычно $A \sim 1$. Для расчета параметров жидкости в критической точке удобно разделить (1) на (5). Это дает:

$$(\rho + p)(f_2 + u^2)^{1/2}\gamma n/n_\infty = C_2, \quad (7)$$

где $C_2 \equiv -C_1/A$. Обозначим через $V^2 = dp/d\rho$ квадрат скорости звука акрецируемой жидкости. Положение критической точки находится стандартным методом

[10]. Берем логарифмические дифференциалы уравнений (5) и (7), исключаем dn/n и приравниваем нулю множители при dx/x и du/u . Этим способом получаем систему уравнений:

$$V^2 = \frac{u^2}{f_2 + u^2} \quad (8)$$

$$2V^2 \left(2 + \frac{\gamma' x}{\gamma} \right) = 2 \frac{\gamma' x}{\gamma} + \frac{f'_2 x}{f_2 + u^2}, \quad (9)$$

где штрих обозначает производную по x .

Рассмотрим критические точки для кротовой норы. Мы рассматриваем пробную жидкость, не оказывающую обратное гравитационное влияние на метрику. Обратное влияние привело бы к некоторому сдвигу положения критических точек. Из (8) и (9) получаем квадрат скорости жидкости в критической точке:

$$u^2 = \frac{1}{2} \Phi'(x - S). \quad (10)$$

Ясно, что стационарная аккреция имеет место только в случае конечной величины Φ' при $x > S$ (вне горловины). Скорость жидкости жидкости не должна быть нулевой при прохождении горловины на $x = S$. Поэтому условие стационарной аккреции может выполняться только при $\Phi' \propto (x - S)^{-1}$ и положительном Φ' . Это условие выполняется для кротовой норы, поддерживаемой фантомной энергией [7]. Действительно, в [7] было выписано соответствующее уравнение Эйнштейна, которое в наших обозначениях имеет вид

$$S' = 8\pi x^2 \tilde{\rho} M^2, \quad (11)$$

$$\Phi' = \frac{8\pi x^3 \tilde{p} M^2 + S}{2x(x - S)}, \quad (12)$$

где $\tilde{\rho}$ и \tilde{p} плотность энергии и давление поддерживающей фантомной энергии, соответственно. Из (12) ясно, что условие $\Phi' \propto (x - S)^{-1}$ выполняется при $x \rightarrow S$.

Радиальная координата критической точки x удовлетворяет следующему уравнению

$$V^2(2 + \Phi' x) = \Phi' x. \quad (13)$$

Рассмотрим случай однородного распределения фантомной энергии у горловины кротовой норы [7]. Решение (11) вблизи горловины

$$S = x_0 + 8\pi \tilde{\rho} M^2 (x^3 - x_0^3)/3, \quad (14)$$

где $x_0 = (-8\pi \tilde{\rho}_0 M^2)^{-1/2}$ – радиус горловины, p_0 – давление фантомной энергии на горловине. Уравнение (13) в этом случае принимает вид

$$y^3 \left(\frac{1 - V^2}{1 + 3V^2} + \frac{1}{3w} \right) + \frac{4V^2}{1 + 3V^2} y - \frac{1 + 3w}{3w} = 0 \quad (15)$$

где $y \equiv x/x_0$, $w \equiv \tilde{p}/\tilde{\rho} < -1$. Легко видеть, что $y_1 = 1$ является корнем уравнения (15) при любых V и w . Другие два корня находятся из соотношений Виета:

$$1 + y_2 + y_3 = 0, \quad y_2 y_3 = -\frac{1 + 3w}{3w} \quad (16)$$

в виде

$$y_2 = -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{4+15w}{3w}}, \quad y_3 = -\frac{1}{2} \mp \frac{1}{2} \sqrt{\frac{4+15w}{3w}}. \quad (17)$$

Один из корней $y_{2,3}$ может быть ≥ 1 только при $0 < w \leq 1/3$. Однако в рассматриваемом фантомном случае $w < -1$ корни < 1 или даже комплексные. Решение с $y < 1$ не соответствует какой-либо критической точке и потому нефизично. Таким образом, мы показали (по меньшей мере для модели [7]), что при аккреции на кротовую нору критическая точка находится точно на горловине кротовой норы. Это значит, что кротовая нора проходима для гидродинамического потока идеальной жидкости. Вне области фантомной энергии могут находиться и другие критические точки (аналогично случаю шварцшильдовской черной дыры), но они не влияют на проходимость горловины.

Заметим, что направление аккреции (поток внутрь или истечение) для конкретной кротовой норы зависит от разности давлений вещества у двух входов кротовой норы. У второго входа из кротовой норы может формироваться такой же поток, но с обратной по направлению скоростью $u > 0$. Если во Вселенной имеются кротовые норы, то они могут проявлять себя через перетекание вещества, особенно в случае энергичного истечения с излучением. Еще более интересные эффекты могут возникать в моделях с неориентируемыми кротовыми норами, через которые протекает зеркальная материя, см. [11].

Работа выполнена при поддержке по гранту РФФИ 13-02-00257 А.

Литература

- [1] Morris M S and Thorne K S 1988 *Am. J. Phys.* **56** 395.
- [2] Visser M 1995 *Lorentzian Wormholes: From Einstein To Hawking* (St. Louis, Missouri: Washington University).
- [3] Doroshkevich A, Hansen J, Novikov I and Shatskiy A 2009 *IJMPD* **18** 1665.
- [4] Shatskii A A 2009 *Phys. Usp.* **52** 811.
- [5] Gonzalez-Diaz P F 1997 *Phys. Rev. D* **56** 6293.
- [6] Poplawski N J 2010 *Phys. Lett. B* **687** 110.
- [7] Sushkov S V 2005 *Phys. Rev. D* **71** 043520.
- [8] Babichev E O, Dokuchaev V I and Eroshenko Yu N 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 021102.
- [9] Gonzalez-Diaz P F 2006 *Phys. Lett. B* **632** 159.
- [10] Michel F C 1972 *Astrophys. Sp. Sc.* **15** 153.
- [11] Dokuchaev V I, Eroshenko Yu N, arXiv:1308.0896 [gr-qc].

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ДИНАМИКИ ТЕЛ ПЕРЕМЕННОЙ МАССЫ ПОКОЯ В КОСМОНАВТИКЕ И АСТРОФИЗИКЕ

У.Н. Закиров^a

^aE-mail: —; Казанский федеральный университет, Казань, Россия

1. В космонавтике в рамках СТО получены реалистические отношения конечного отношения н?составной массы к начальной путем решения безусловного экстремума функции $z = F(v_1, v_2, \dots, v_n)$ на основе связи $(m_1(x^0), m_2(x^0), \dots, m_n(x^0)) = 0$ при $v_j(m_j(x^0))$, где v_j – скорости частей в системе внешнего наблюдателя, v_j – скорости истечения в сопутствующей системе отсчета. Впервые рассмотрены режимы релятивистского движения при постоянной тяге и постоянной мощности отбрасываемых частиц.

2. В астрофизике в качестве объектов переменной массы покоя принятые активные двойные звезды, галактики, кластеры галактик, сверхновых звезд, сбрасывающих массы на определенной стадии эволюции. Исходя из астрофизических наблюдений на основе решения ОТО $(8\pi\kappa/c^4)T_1^1 = (1 - e^{-\lambda(m(x^0)/m_0)})/r_0^2 = (8\pi\kappa/c^4)T_0^0$, $(8\pi\kappa/c^4)T_2^2 = e^{-\nu}((d^2\lambda/dx_0^2) + (d\lambda/dx^0)^2/2)/2 = (8\pi\kappa/c^4)T_3^3$ приводятся на базе сферически - симметричной метрики

$$ds^2 = e^\nu(dx^0)^2 e^{\lambda(m(x^0)/m_0)}(dr^2) - r_0^2(d\theta)^2, \nu = const$$

, на фиксированных расстояниях r_0 радиальные оценки реактивных характеристик некоторых известных астрофизических объектов.

Литература.

1. Закиров У.Н. Теория переменной массы покоя в СТО и в гравитационной теории Калуцы-Клейна / Казанский Университет, 2013. 2. Закиров У.Н. Физическая механика межзвездных полетов / Изд. ФЭН, Казань, 2003. 3. Ландау Л.Д. и Лифшиц Е.М. Теория поля / М., Наука, 1988. 4. Седов Л.И., Цыпкин А.Г. Основы макроскопической теории гравитации и электромагнетизма / М., Наука, 1989. 5. Сахибуллин Н.А. Методы моделирования в астрофизике, ч.2 / Изд. ФЭН, Казань, 2003. 6. Сулайманов В.Ф. Модели излучения компактных рентгеновских источников. // ГАИШ МГУ, докторская диссертация, 2003.

ON GENERALIZED ELLIS-BRONNIKOV WORMHOLE

G. Akhtaryanova^a, R. Izmailov^b

^aE-mail: akht-gul@mail.ru; M. Akmullah Bashkir State Pedagogical University, Zel'dovich International Center for Astrophysics

^bE-mail: izmailov.ramil@gmail.com; M. Akmullah Bashkir State Pedagogical University, Zel'dovich International Center for Astrophysics

One of the fundamental discoveries in astrophysics in recent times is that the universe is currently accelerating [1]. A possible explanation for the late-time cosmic acceleration could be due to the infra-red modifications [2] of General Relativity (GR) are being

extensively explored in the literature. Such modified theories of gravity involve more general combinations of curvature invariants than the pure Einstein-Hilbert term [3]. One such modified gravity theory is the Eddington-inspired Born-Infeld (EiBI) gravity, recently explored by Harko et al [4] in the context of many astrophysical scenarios including wormholes [5]. The theory treats the metric $q_{\mu\nu}$ and the connection $\Gamma_{\beta\gamma}^\alpha$ as two independent variables. Variation of these leads to two metrics, one is the physical $q_{\mu\nu}$ metric, and the other is the apparent metric associated with variation of the affine connection. Geodesics are determined by the physical metric $q_{\mu\nu}$ because $\nabla_\mu T_{(g)}^{\mu\nu} = 0$ in the theory. Thus, all observable physical effects connected to geodesics such as light deflection or tidal forces should only be calculated in the metric $q_{\mu\nu}$.

The wormhole solution of EiBI theory, obtained by Harko et al [4], contains an extra parameter κ having the inverse dimension of the cosmological constant. This parameter is supposed to influence the physical behavior of various cosmological and stellar scenarios. Its presence also generalizes the original "zero total mass" Ellis-Bronnikov wormhole ($\kappa = 0$) of Einstein minimally coupled theory with a negative kinetic term. By total zero mass in the latter theory, we mean that the masses of two mouths ($+r_0/2$ and $-r_0/2$) add to zero [6].

In the present article, we wish to investigate the impact of the parameter κ ($\neq 0$) on several physical behavior of the generalized Ellis-Bronnikov wormhole. We show that the zero total mass behavior is preserved. A nonzero κ prevents the tidal forces in the geodesic orthonormal frame to become arbitrarily large in limit of $r_0 \rightarrow 0$, contrary to what happens in many black hole solutions. A nonzero κ also influences light bending, which could provide a possibility to determine κ through gravitational lensing observations.

References:

- [1] A. Grant et al, *Astrophys. J.* 560 49-71 (2001); S. Perlmutter, M. S. Turner and M. White, *Phys. Rev. Lett.* 83 670-673 (1999);
- [2] S. M. Carroll, V. Duvvuri, M. Trodden and M. S. Turner, *Phys. Rev. D* 70, 043528 (2004);
- [3] S. Nojiri and S. D. Odintsov, *Int. J. Geom. Meth. Mod. Phys.* 4, 115 (2007); A. De Felice and S. Tsujikawa, *Living Rev. Rel.* 13, 3 (2010); F. S. N. Lobo, arXiv:0807.1640 [gr-qc]. S. Capozziello, M. De Laurentis, *Phys. Rept.* 509, 167 (2011); S. Nojiri and S. D. Odintsov, *Phys. Rept.* 505, 59 (2011);
- [4] T. Harko, F. S. N. Lobo, M. K. Mak and S. V. Sushkov, *Phys. Rev. D* 87, 067504 (2013);
- [5] S. Deser and G. W. Gibbons, *Class. Quant. Grav.* 15, L35 (1998);
- [6] A. Khaybullina, G. Akhtaryanova, R. Mingazova, D. Saha and R. Izmailov, *Int. Jour. Theor. Phys.*, 53, 5, 1590-1600 (2014).

ПРОХОД ПО МОСТУ ЭЙНШТЕЙНА-РОЗЕНА

Михаил Орионович Катанаев^a

^aE-mail: katanaev@mi.ras.ru; МИАН им. В.А. Стеклова, Москва, Россия

Требование геодезической полноты многообразия с метрикой Эйнштейна-Розена

ослабляется. Вместо этого мы требуем полноты и гладкости траекторий пробных частиц только в физическом секторе, т.е. для трех степеней свободы вместо четырех. Доказано, что траектории пробных частиц в физическом секторе являются гладкими и полными, а особенность метрики Эйнштейна-Розена сдвигается в нефизический сектор. При этом пробные частицы могут свободно проходить по мосту Эйнштейна-Розена в обоих направлениях.

SOME EXAMPLES OF COMPOSITE WORMHOLES

Sergey M. Kozyrev^a

^aE-mail: Sergey@tnpko.ru; Scientific center for gravity wave studies «Dulkyn», Kazan, Russia

Abstract. Composite static spherically symmetric wormholes are analyzed within the framework of general relativity. We construct the composite configuration by gluing the exterior vacuum metric on standard Hilbert gauge to the interior vacuum metric in different gauge [1] at the junction hypersurface. It is shown that by tuning parameters of interior solution, this wormhole can be supported without exotic matter. .

Pacs: 04.20.-q, 04.20.Jb

1. Introduction

After the pioneering work by Morris and Thorne [3], many wormhole solutions have been found and analyzed. In this context, an important aspect in general relativity is the analysis of how match two spacetimes. Obviously, there are infinite ways to identify the manifolds, all of them equally valid a priori. Usually, the requirements of strict boundary matching have been relaxed by joining two exact solutions across boundary layers, matching their metrics on the layer but allowing jumps in the derivative structure.

A powerful theoretical method for mathematically constructing spherically symmetric wormhole geometries was proposed by Visser [2]. This type of wormholes, constructed by the so called cat - and - paste technique is commonly known as thin shell wormholes: take two copies Schwarzschild spacetime, and remove from each manifold the four-dimensional region (containing horizons, singularities e.t.s). In this case the Einstein tensor is a Dirac distribution on the manifold is zero everywhere except at the throat, where it is formally singular. The main objection against the existence of this model is that, within the framework of general relativity, the flare-out condition [3, 4, 5] to be satisfied at the throat requires the presence of exotic matter.

On the other hand, it is well known that in some alternative relativistic theories the requirement of exotic matter can be avoided [4]. The present paper extend the results of [6] where exact composite wormhole solutions where obtained for a Brans - Dicke theory. As will be seen, gauge freedom at general relativity admits solution that can give origin to wormhole models without an exotic matter.

2. Model and solutions

In this paper we will assume the static spherically symmetric configurations involved the matching of vacuum solutions. According to the widespread common opinion, the most

general form of line element of spherically symmetric spacetime in comoving coordinates can be written as

$$ds^2 = -g_{tt}(r, t)dt^2 + g_{rr}(r, t)dr^2 + g_{rt}(r, t)drdt + \rho(r, t)(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2). \quad (1)$$

Note that the physical and geometrical meaning of the coordinate r is not defined by the spherical symmetry of the problem and is unknown a priory. In this context, a coordinate choice has been discussed from physical point of view by Eddington as early as in 1923 [7].

The Einstein equation

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = T_{\mu\nu}, \quad (2)$$

are the system of 10 nonlinear and inhomogeneous differential equations for 20 variables make the computation of fundamental tensor $g_{\mu\nu}$. The exact known solutions have been obtained by restricting the algebraic structure of the Riemann tensor, by adding field equations for the matter variables or by imposing initial and boundary conditions. Since the field equations are very complicated, to find solutions physicists makes simplifying assumptions about the left-hand-side or the right-hand-side. Most popular simplifying assumptions about the right-hand-side of (2) are that $T_{\mu\nu} = 0$ represents vacuum. According to the standard textbooks [8], in this case Einstein's equations (2) determine the solution of a given physical problem up to four arbitrary functions, i.e., up to a choice of gauge fixing. It is easy to show, however, that for (1) one can obtain the most general static spherically symmetric vacuum solution [1]

$$\begin{aligned} ds^2 = & - \left(1 - \frac{2\mu}{\sqrt{\rho(r)}}\right) dt^2 + \left(\frac{\rho(r)^{\prime 2}}{4\rho(r)} - \sigma(r)^2\right) \left(1 - \frac{2\mu}{\sqrt{\rho(r)}}\right)^{-1} dr^2 + \\ & + 2\sigma(r)drdt + \rho(r)(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2). \end{aligned} \quad (3)$$

where $\rho(r)$, $\sigma(r)$ are a arbitrary function of r , μ integration constant and prime denote derivation with respect to r .

The matching condition require the equality of the first and second fundamental form on the boundary hypersurface. If both fundamental form are equal we refer to hypersurface as a boundary surface. If only the first then we refer to boundary hypersurface as a thin shell.

In this Letter we assume the arbitrary function $\rho(r)$ and $\sigma(r)$ of general solution (3) as a new degree of freedom and show that for certain range of it one can avoid exotic matter. We construct a static spherically symmetric configuration composite of interior and exterior vacuum solutions matched at a smooth timelike hypersurface. Both vacua correspond to the same solution (3), however they are described by different sets of arbitrary function. Naturally for $\rho(r) = r^2$ and $\sigma(r) = 0$ one recover the standard Schwarzschild geometry.

$$ds_{ext}^2 = - \left(1 - \frac{2\mu}{r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2\mu}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2). \quad (4)$$

On the contrary, as a toy model, the correct solutions of this kind can be readily obtained with a polynomial form of arbitrary functions:

$$\rho = \frac{a_1}{r} + a_2r + a_3r^2 + \dots \quad (5)$$

and

$$\sigma = \frac{b_1}{r} + b_2 r + b_3 r^2 + \dots \quad (6)$$

In order to justify calling the geometry a composite wormhole we need an explicit definition for the polynomial coefficients in the solutions (3), (5), (6). As example of this geometry we present two models of composite wormholes. The brief computation yields

$$ds_{int}^2 = - \left(1 - \frac{2\mu}{r} \right) dt^2 + \left(1 - \sigma^2 \right) \left(1 - \frac{2\mu}{r} \right)^{-1} dr^2 + \\ + 2\sigma dr dt + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2), \quad \sigma = \frac{a_1}{r} \left(1 - \frac{r}{r_b} \right)^2 \left(1 + \frac{2r}{r_b} \right) \quad (7)$$

and for another model

$$ds_{int}^2 = - \left(1 - \frac{2\mu}{\sqrt{\rho}} \right) dt^2 + \frac{\left(3b_1 \left(1 - \frac{r^2}{r_b^2} \right) - 2r\rho \right)^2}{4r^3 (r\rho - 2r\mu\sqrt{\rho})} dr^2 + \rho (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2), \quad (8)$$

$$\rho = b_1 \frac{r_b^4 - 6r_b^2 r^2 - 3r^4}{r_b^4 r} + \frac{r^2 (r_b + 8b_1)}{r_b}$$

where r_b is the throat's radius. We suppose that $r_b > 2\mu$; this guarantees that the discontinuities, horizon and ill defined functions are avoided.

Using the Lanczos field equations, the surface stress-energy tensor calculated in terms of the jump in the second fundamental form. For our advance to the composite wormhole we look at a families of boundary layers entails via the geodetically complete spacetime a jump in second derivations of metric coefficients but first and second fundamental form continuous. In this case the energy density, the radial and transverse pressure for the boundary layer are zero [9].

Moreover, interior solution (8) can be matched with two Schwarzschild solutions at the different junction surfaces $r = r_{b1}$ and $r = r_{b2}$ where $r_{b1} \neq r_{b2}$.

Obviously, it is possible to match the solution (3) to the metric (4) with unlimited number of arbitrary functions $\rho(r)$ and $\sigma(r)$. As one can see, in general relativity, the degree of freedom to determination of arbitrary functions $\rho(r)$ and $\sigma(r)$ allow for wormhole configurations can be obtained even for a toy models.

3. Summary

In this work, we have analyzed the role played by the gauge freedom in wormhole geometries, namely composite wormhole. One of the most striking features of wormhole solution is that one can generate closed timelike curves from them [10]. Applying the analysis to composite wormhole geometries, considering the general static spherically symmetric vacuum solution (3) as interior region, we deduced composite wormhole, and found that the latter exist well with a jump in second derivations of metric coefficients but first and second fundamental form are continuous.

Both vacua correspond to the same general static spherically symmetric vacuum solution (3), however they are described by the solution with different sets of arbitrary functions $\rho(r)$ and $\sigma(r)$. In particular, the exterior vacuum solution reduces to the Schwarzschild

one. In our toy models the interior region with unusual properties is hidden behind the matching surface.

This approach provides a clear way of showing that the two distinct Schwarzschild spacetimes may be separated by a layer, which is a general spherically symmetric vacuum solution (3). Moreover, the property of interior region can be tuned by transformation of arbitrary function of solution (3). In this context, the idea of linkages for vacuum regions bounding other metrics may have broad applications.

References

- [1] A. A. Logunov, *Relativistic Theory of Gravity*, (Nova Science Publishers) (1998).
- [2] M. Visser, *Traversable wormholes: Some simple examples*, Phys. Rev. D 39, 3182 – 3184 (1989).
- [3] M.S.Morris and K.S. Thorne, *Wormholes in spacetime and their use for interstellar travel: A tool for teaching general relativity* Am.J.Phys. **56**,395(1988).
- [4] M. Visser, *Lorentzian Wormholes*, (AIP Press, New York) (1996).
- [5] Hochberg, M. Visser, Phys. Rev. *Geometric structure of the generic static traversable wormhole throat*, D 56, , 4745 (1997), Phys. Rev. Lett. *Null Energy Condition in Dynamic Wormholes*, **81**, 746 (1998); , Phys. Rev D *Dynamic wormholes, antitrapped surfaces, and energy conditions*, 58, 044021 (1998).
- [6] S. V. Sushkov, S. M. Kozyrev, *Composite vacuum Brans-Dicke wormholes*, Phys. Rev. D 84, 124026 .
- [7] A. S. Eddington, *The Mathematical Theory of Relativity*, (University Press, Cambridge, 1923).
- [8] S. Weinberg, *Gravitation and Cosmology* (Wiley, New York, 1972)
- [9] W. Israel, *Singular hypersurfaces and thin shells in general relativity*, Nuovo Cimento **44 B**, 1, 1-14, (1966); *Singular hypersurfaces and thin shells in general relativity*, *ibid.* **48B**, 463, (1967).
- [10] M.Morris, K. Thorne, U.Yurtsever, *Wormholes, Time Machines, and the Weak Energy Condition* Phys. Rev. Let. 61, 1446 – 1449 (1988).

ТОЧНЫЕ РЕГУЛЯРНЫЕ РЕШЕНИЯ В ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ С НЕМИНИМАЛЬНОЙ КИНЕТИЧЕСКОЙ СВЯЗЬЮ

P.B. Королев^a, С.В. Сушков^b

^aE-mail: korolyovrv@gmail.com; Институт физики, Казанский федеральный университет, ул. Кремлевская, 18, Казань 420008, Россия

^bE-mail: sergey_sushkov@mail.ru; Институт физики, Казанский федеральный университет, ул. Кремлевская, 18, Казань 420008, Россия

В работе рассматривается скалярно-тензорная теория гравитации с неминимальной кинетической связью скалярного поля с кривизной. Лагранжиан теории содержит слагаемое вида $G^{ij}\phi_{,i}\phi_{,j}$ и представляет собой частный случай общего лагранжиана Хорндески, приводящего к уравнениям движения второго порядка. В рамках рассматриваемой модели мы используем метод Ринальди для построения аналитических решений, описывающих сферически симметричные кротовые норы. Построенные кротовые норы имеют горловину, связывающую две асимптотические области с геометрией пространства анти-Де Ситтера с постоянной отрицательной кривизной.

АСТРОФИЗИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ ДЛЯ САМОГРАВИТИРУЮЩИХ СИЛЬНО НЕЛИНЕЙНЫХ СКАЛЯРНЫХ ПОЛЕЙ

В.Г. Кречет^a, Д.В. Садовников^b,

^aE-mail: —; Москва, МГТУ «Станкин», Россия

^bE-mail: —; Ярославль, МАП, Россия

Исследуется совместная система гравитационного и нелинейного скалярного полей, описываемая лагранжианом

$$L(g, \varphi) = -\frac{R}{2\alpha} + \frac{1}{2}\varphi_{,\alpha}\varphi^{\alpha} - V(\varphi).$$

Потенциал скалярного поля $V(\varphi)$ ищется такой, чтобы решение для метрики описывало геометрию пространства-времени с нетривиальной топологией, например, типа космических струн или «кротовых нор». Пространство-время описывается стационарной сферически-симметричной метрикой

$$ds^2 = e^{\nu(x)}dt^2 - e^{\lambda(x)}dx^2 - e^{\mu(x)}(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2).$$

Найден соответствующий для поставленных целей потенциал, который в неявной форме имеет вид:

$$\begin{aligned} & \frac{1+2k}{a(1+3k)} \left\{ -\frac{kC^2}{1+k} \left[\frac{1+3k}{k} + \frac{2a}{C} V^{-(1+k)} - \frac{2ak}{1+2k} \sqrt{CV^{1+k} + a} \right] \right\}^{\sqrt{\frac{k}{1+2k}}} \times \\ & \times \left[CV^{1+k} + \sqrt{(CV^{1+k} + a)(CV^{1+k} + \frac{ak}{1+2k})} + \frac{a(1+3k)}{2(1+2k)} \right] = V_0 e^{2\sqrt{\frac{1+k}{1+2k}}\varphi}, \end{aligned}$$

где a, k, C, V_0 — параметры. При подходящем выборе этих параметров получены решения для метрических коэффициентов, описывающие геометрию «кротовых нор». Например,

1) при $C < 0$ и $-1/2 < k < 1$ имеем

$$e^\mu = \left[\frac{(1-k)m^2}{4(1+k)\cos^2 \frac{mx}{2}} \right]^{\frac{1}{1+k}}; \quad e^\lambda = e^{(2+k)\mu}; \quad m^2 = \left| \frac{4(1+k)^2 C}{1+2k} \right|, \quad -\pi < mx < \pi.$$

Здесь полученное решение для «кротовой норы» не обладает плоской асимптотикой.

2) При $C > 0$ и $k < -1$ имеем

$$e^\mu = \left[-\frac{4(1+k)}{m^2(1-k)} \cosh \frac{mx}{2} \right]^{-\frac{1}{1+k}}; \quad e^\lambda = e^{(2+k)\mu}, \quad -\infty < x < \infty.$$

В данном решении при $k = -2$ получается плоская асимптотика «кротовой норы».

МЕТОД МАКСИМАЛЬНОЙ ЭНТРОПИИ В РАСШИРЕНОЙ МОДЕЛИ СОЛНЕЧНОГО ВЕТРА С УЧЕТОМ ТУРБУЛЕНТНЫХ ФЛУКТУАЦИЙ ПЛАЗМЫ

П.П. Миронов^a, В.М. Журавлев^b

^aE-mail: museum86@mail.ru; Ульяновский государственный университет, Ульяновск, Россия

^bE-mail: zhvictorm@gmail.com; Ульяновский государственный университет, Ульяновск, Россия

В докладе излагается подход к анализу расширенной случайно-возмущенной нелинейной динамической модели солнечного ветра [1, 2] с помощью метода максимальной энтропии [3]-[5]. В основе подхода лежит метод Рейнольдса для усреднения по ансамблю уравнений случайно-возмущенных систем. Рассматривается модель солнечного ветра в сферических координатах. После процедуры усреднения по ансамблю в приближении малых значений компонент скорости и давления солнечного ветра по азимутальному и полярному углам получаем усредненные по ансамблю уравнения Рейнольдса:

$$\bar{u}_t + \bar{u}\bar{u}_r + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r} \langle u'^2 \rangle - \frac{1}{r} (\langle v'^2 \rangle + \langle \omega'^2 \rangle) = - \left\langle \frac{1}{\rho} P_r \right\rangle - \phi_r, \quad (1)$$

$$\bar{\rho}_t + \bar{\rho}_r \bar{u} + \bar{\rho} \bar{u}_r + \frac{2}{r} (\bar{\rho} \bar{u} + \langle \rho' u' \rangle) + \langle \rho' u' \rangle_r = 0.$$

Здесь \bar{u} - усредненная радиальная скорость, \bar{v} - усредненная азимутальная скорость, $\bar{\omega}$ - усредненная полярная скорость, $\bar{\rho}$ - усредненная плотность, P - давление, ϕ - гравитационный потенциал, $\langle u'^2 \rangle$, $\langle v'^2 \rangle$, $\langle \omega'^2 \rangle$ - дисперсии компонент скорости солнечного ветра, $\langle \rho' u' \rangle$ - ковариация флуктуаций.

В предлагаемой работе для соотношений (1) с помощью метода максимальной энтропии получены дополнительные уравнения, замыкающие систему, вычислены и проанализированы решения для скорости и плотности солнечного ветра, а также моментов исследуемых величин. Проанализирована роль дисперсий флуктуаций скорости по угловым переменным в усредненной расширенной модели солнечного ветра с учетом турбулентных флуктуаций плазмы. Рассматриваемая модель дает более адекватное описание параметров солнечного ветра в пространстве, таких как, например, величины плотности на дальних расстояниях от Солнца и направления скорости, по сравнению с моделью Паркера.

Литература

- [1] Акасофу С.И., Чапмен С. Солнечно-земная физика. М.: Мир, Т.1,2, 1974.

- [2] И.С. Веселовский. Солнечный ветер и гелиосферное магнитное поле. В Сб. Модель космоса. Т.1. Под ред. Ю.И. Логачева. Изд. М.: КДУ, 2007 с.
- [3] Журавлев В.М., Миронов П.П. Динамика случайно-возмущенной системы Вольтерра-Лотки и метод максимальной энтропии // Нелинейный мир. 2011. Т. 9. N 4. С. 201-212.
- [4] В.М. Журавлев, П.П. Миронов. Случайно-возмущенные динамические модели и метод максимальной энтропии // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия «Физико-математические науки». № 1 (30), 2013, С. 352-360.
- [5] Миронов П.П., Журавлев В.М. Метод максимальной энтропии и модель солнечного ветра с учетом турбулентных флюктуаций плазмы. Всероссийский журнал научных публикаций, - № 4 (19), С. 2-5, (2013).

SMOOTHED ISOTHERMAL PROFILE FOR TACHYON NEUTRINO DARK MATTER

M.A. Makukov^a, E.G. Mychelkin^b, V.L. Saveliev^c

^aE-mail: makukov@aphi.kz; Fesenkov Astrophysical Institute, Almaty 050020, Kazakhstan

^bE-mail: edmych@gmail.com; Fesenkov Astrophysical Institute, Almaty 050020, Kazakhstan

^cE-mail: vladimir.l.saveliev@gmail.com; Ionosphere of the National Center for Space Research and Technology, Almaty 050020, Kazakhstan

In our approach dark matter (DM) is represented by tachyonic neutrino-antineutrino conglomerate distributed all over the Universe and accumulated around galaxies and clusters. It might be shown that in this case DM halo profile has a structure similar to the isothermal sphere which seems to be natural specifically in tachyonic case due to extremely weak interaction of such DM with ordinary matter. This model leads to saturated rotation curves and thus is observationally favored. Isothermal DM background has the characteristic size λ related to effective halo mass as $GM_{DM}/\lambda = V_0^2$, where V_0 is the amplitude of the rotation curves. Then the mass distribution describing a point source (baryonic matter of a galaxy) at the center of an isothermal sphere (DM halo) and the corresponding potential are $\rho = M_N \delta(\mathbf{r}) + M_{DM}/4\pi\lambda r^2$ and $\Phi = -GM_N/r + (GM_{DM}/\lambda) \ln(r/\lambda)$. These relations can be considered as generic. In realistic case, to avoid problems with the singularities in both Newtonian and isothermal potentials we propose a simple smoothing algorithm instead of using a variety of *ad hoc* phenomenological profiles. For that we define the general smoothing operator $\hat{\mathbf{S}}$ as a convolution of normalized Gaussian distribution with a relevant function $f(\mathbf{r})$:

$$\hat{\mathbf{S}}f(\mathbf{r}) = \hat{f}(\mathbf{r}) = (2\pi\sigma)^{-3/2} \int e^{-\frac{(\mathbf{r}-\mathbf{r}')^2}{2\sigma^2}} f(\mathbf{r}') d^3r'.$$

Here caps stand for averaging, $\hat{f} = \langle f \rangle_\sigma$, and at the limit $\sigma \rightarrow 0$ we return to initial singular sources. Acting with this operator on the density distribution of a point source and singular isothermal sphere, we get the distributed baryonic source and the smoothed

isothermal sphere:

$$\hat{\rho}_{tot}(r) = (2\pi\sigma)^{-3/2} M_N e^{-r^2/(2\sigma)} + (4\pi\sigma\lambda)^{-1}\sqrt{2\sigma}M_{DM}r^{-1}F\left(r/\sqrt{2\sigma}\right),$$

where $F(x)$ is the Dawson function. The potential corresponding to this smoothed density distribution might be expressed in the form (up to a constant term):

$$\hat{\Phi}(r) = -GM_N \frac{\text{erf}\frac{r}{\sqrt{2\sigma}}}{r} + \frac{GM_{DM}}{6\lambda\sigma} r^2 {}_2F_2\left(\begin{array}{cc} 1 & 1 \\ 2 & 5/2 \end{array}; -r^2/2\sigma\right),$$

where ${}_2F_2$ is the generalized hypergeometric function. The rotation curve corresponding to this potential is:

$$V^2(r) = -r \frac{d\hat{\Phi}}{dr} = GM_N \left(r^{-1} \text{erf}\frac{r}{\sqrt{2\sigma}} - \sqrt{\frac{2}{\pi\sigma}} e^{-\frac{r^2}{2\sigma}} \right) + \frac{M_{DM}G}{r\lambda} \left(r - \sqrt{2\sigma} F\left(r/\sqrt{2\sigma}\right) \right).$$

This expression as a sum of baryonic (Newtonian) and DM (isothermal) terms is sufficiently flexible and might be easily fitted to observational curves with specified value of $V_0^2 = GM_{DM}/\lambda$ by appropriate choice of parameter σ . It is worth to remark that the second term in the last expression might be used to represent DM density distribution on equal footing with commonly employed phenomenological halo profiles (such as NFW, Einasto, etc.) and so to compare the expectable impacts of CDM (cold dark matter) or TNC (tachyon neutrino conglomerate).

ON THE NEUTRINO-ANTINEUTRINO TACHYONIC DARK MATTER

E.G. Mychelkin^a, V.L. Saveliev^b, M.A. Makukov^c

^aE-mail: edmych@gmail.com; Fesenkov Astrophysical Institute, Almaty 050020, Kazakhstan

^bE-mail: vladimir.l.saveliev@gmail.com; Ionosphere of the National Center for Space Research and Technology, Almaty 050020, Kazakhstan

^cE-mail: makukov@aphi.kz; Fesenkov Astrophysical Institute, Almaty 050020, Kazakhstan

Assuming that two neutrino types, both bradyonic and tachyonic, may, in principle, exist in nature, we address the question concerning the underlying symmetries. It might be shown that the inversion of particle velocities (in units of c) $v^2 = 1/u^2 \Leftrightarrow u^2 = 1/v^2$, where $0 \leq v < 1$ and $1 < u < \infty$, produces transition from one type to another and leads to the tachyonic Lorentz group, with alternation of the metric tensor signature. Simultaneously, one gets a one-to-one mapping of the bradyon and tachyon dual dispersion relations to each other: $E^2(v) - p^2(v) = m^2 \Leftrightarrow p^2(u) - E^2(u) = m^2$.

Considering such extension of Lorentz group for helicity-conserving tachyons, we must also replace Dirac-conjugated wave functions $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma_0$ with Hermitian-conjugated ones ψ^\dagger in the tachyon neutrino sector [1]. Then the neutrino mass-term will be well defined separately for neutrinos and antineutrinos (this is impossible in case of the standard Dirac conjugation), and new tachyon Dirac equation arises: $(i\gamma^\mu \partial_\mu - \Gamma m)\psi = 0$, $\Gamma = \gamma_0 \gamma_5$, $\Gamma^2 = -1$, which can be split into two independent equations, $(p_0 + \vec{\sigma} \vec{p} + m)\psi_R = 0$ and $(p_0 - \vec{\sigma} \vec{p} - m)\psi_L = 0$, separately for (*R*-right) antineutrinos and (*L*-left) neutrinos. As a

result, superposition of the squares of free tachyon spinor neutrino ν and antineutrino $\bar{\nu}$ fields represents a scalar conglomerate $\Phi = \psi^\dagger \psi = \nu^2 + \bar{\nu}^2$, $\psi = \nu + i\bar{\nu}$. Such effectively scalar field with the negative square of mass in the Einstein and Klein-Gordon equations leads to reasonable explanation of the dark matter (DM) phenomenon as the primordial tachyon neutrino-antineutrino background.

In the current stationary approximation the impact of tachyon neutrino DM background might be described on the basis of generalized isothermal halo profile which leads to appropriate additive term to the Newton-type potential. Then the DM background accumulating on the scales of galaxies and their clusters behaves as a practically stable isothermal medium.

As for the non-stationary initial ‘hot’ stage of the universe evolution, the same gravitating neutrino-antineutrino conglomerate might be regarded as a seed material for the Pervushin ‘dilaton fabric’ producing intermediate vector bosons [2]. This will be the case if colliding radial beams of tachyon neutrinos and antineutrinos in the central domain of super-strong gravitational field could be reprocessed into vector bosons and leptons, $\nu + \bar{\nu} \rightarrow W^+ + W^-$, $\nu + \bar{\nu} \rightarrow Z$, $\nu + \bar{\nu} \rightarrow e^+ + e^-$, with the subsequent evolution close to the standard scenario. It should be noted that existence of the primary tachyon neutrino DM background considered here does not imply by itself that the secondary (ordinary) neutrinos (produced at the cosmological temperatures about a few MeV from leptons annihilation) must be of tachyonic nature as well, and today we cannot exclude the possibility of production of the rest of neutrinos in bradyonic states (especially in case of presumed thermodynamic reversibility of reactions).

So far, if secondary bradyonic neutrinos do exist in nature the standard cosmological scenario (monitoring the local thermodynamic equilibrium) is not altered essentially but supplemented with the effects of the primordial background of practically (in stationary regime) sterile tachyon neutrino dark matter.

References

- [1] Mychelkin E.G. ‘On the origin of fundamental scalar fields’// Izv. NAS RK, phys.-math. ser., 2010, в.,–4. pp. 36-40; ‘Neutrinos and Gravity’//Reported on MG13, Stockholm, 2012, and ERE-2013, Benasque.
- [2] Pervushin V.N. ‘Early Universe as W,Z-factory’//11 Lomonosov Conference on Elementary Particle Physics, Moscow, MSU, August 21-27, 2003; D.B. Blaschke, S.I. Vinitsky, A.A. Gusev, V.N. Pervushin, D.V. Proskurin ‘Cosmological Production of Vector Bosons and Cosmic Microwave Background Radiation’//Physics of Atomic Nuclei, Vol. 67, No. 5, 2004, pp. 1050–1062.

ЭФФЕКТ САМОДЕЙСТВИЯ СКАЛЯРНОГО ЗАРЯДА В ДЛИННОЙ ГОРЛОВИНЕ

А.А. Попов^a, О. Аслан^b

^aE-mail: apopov@ksu.ru; Казанский федеральный университет, Казань

^bE-mail: alsucuk@gmail.com; Казанский федеральный университет, Казань

Аннотация. Рассмотрен эффект самодействия заряда, являющегося источником массивного неминимально связанного с кривизной скалярного поля в длинной горловине. Показано, что эффект в рассматриваемом приближении не зависит от геометрии пространства-времени вдали от такой горловины.

Введение

Хорошо известным фактом классической электродинамики является утверждение о том, что движение точечного заряда определяется взаимодействием заряда с полем, которое он создает. Этот эффект (называемый самодействием или радиационной реакцией) связан с нелокальной структурой поля, источником которого является заряд. Первые исследования в этой области были сфокусированы на самоускорении электрически заряженных точечных частиц в плоском пространстве-времени [1]. В дальнейшем ДеВитт, Брем и Хоббс [2, 3, 4] получили формальные выражения для силы самодействия на электрический заряд в искривленном пространстве-времени. Мино, Сасаки, Танака [5] и, независимо, Куин и Уолд [6] получили аналогичные выражения для гравитационной силы самодействия на точечную массу. Сила самодействия на скалярный заряд, взаимодействующий с собственным безмассовым минимально связанным с кривизной скалярным полем, была рассмотрена Куином в работе [7]. Хотя формальные аналитические выражения для различных типов силы самодействия хорошо известны, вычисления явных выражений требуют значительных усилий, которые были осуществлены, в основном, на фоне пространств-времен черных дыр. Эти усилия связаны, в основном, с подготовкой гравитационно-волновых детекторов, таких как LISA, способных детектировать гравитационные волны, излучаемые компактным объектом, падающим на супер массивную черную дыру.

В отличие от случая плоского пространства-времени, сила самодействия может быть не нулевой даже для статического заряда на искривленном фоне. Было также показано, что эта сила может быть не нулевой для статического заряда в плоских пространствах-временах топологических дефектов [8, 9, 10, 11]. В искривленных пространствах-временах с нетривиальной топологической структурой исследования эффекта самодействия имеют дополнительные интересные черты [12, 13, 14, 15, 16]. В этой главе эффект самодействия рассматривается для покоящихся зарядов в статических пространствах-временах. Это означает, что задача сводится к отысканию функции Грина трёхмерного искривлённого пространства. Целью этой работы является изучение силы самодействия на статический заряд, являющийся источником массивного неминимально связанного с кривизной скалярного поля, в пространстве-времени, называемом длинной горловиной.

На протяжении всей работы мы используем единицы $c = G = 1$.

Общие принципы

Рассмотрим уравнение для скалярного безмассового поля с источником

$$\phi_{;\mu}^{\mu} - (\xi R + m^2)\phi = -J = -4\pi q \int \delta^{(4)}(x - x_0(\tau)) \frac{d\tau}{\sqrt{-g^{(4)}}}, \quad (1)$$

где ξ - константа связи скалярного поля массы m с кривизной R , $g^{(4)}$ - детерминант метрики $g_{\mu\nu}$, q - скалярный заряд и τ - его собственное время. Мировая линия заряда определяется функциями $\tilde{x}^\mu(\tau)$.

Метрика статического пространство-времени может быть представлена в виде:

$$ds^2 = g_{tt}(x^i)dt^2 + g_{jk}(x^i)dx^j dx^k, \quad (2)$$

где $i, j, k = 1, 2, 3$. Это означает, что можно написать уравнение поля следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{-g_{tt}}\sqrt{g^{(3)}}}\frac{\partial}{\partial x^j}\left(\sqrt{-g_{tt}}\sqrt{g^{(3)}}g^{jk}\frac{\partial\phi(x^i; \tilde{x}^i)}{\partial x^k}\right) - (\xi R(x) + m^2)\phi(x^i; \tilde{x}^i) \\ = -\frac{4\pi q\delta^{(3)}(x^i, \tilde{x}^i)}{\sqrt{g^{(3)}}}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $g^{(3)} = \det g_{ij}$ и мы примем во внимание, что $d\tau/dt = \sqrt{g_{tt}}$ для покоящейся (статической) частицы. Процедура оценки силы самодействия требует перенормировки скалярного потенциала $\phi(x; \tilde{x})$, который расходится в пределе $x \rightarrow \tilde{x}$ (см., например, [17, 18]).

Эта перенормировка может быть достигнута путем вычитания из $\phi(x; \tilde{x})$ контрчлены Девитта-Швингера $\phi_{DS}(x; \tilde{x})$ и затем устремляя $x \rightarrow \tilde{x}$ [19]:

$$\phi_{ren}(x) = \lim_{\tilde{x} \rightarrow x} [\phi(x; \tilde{x}) - \phi_{DS}(x; \tilde{x})], \quad (4)$$

где

$$\phi_{DS}(x^i; \tilde{x}^i) = q\left(\frac{1}{\sqrt{2\sigma}} + \frac{\partial g_{tt}(\tilde{x})}{\partial \tilde{x}^i}\frac{\sigma^i}{4g_{tt}(\tilde{x})\sqrt{2\sigma}} - m\right), \quad (5)$$

σ - половина квадрата расстояния между точками x и \tilde{x} вдоль кратчайшей геодезической, соединяющей их.

$$\sigma = \frac{g_{ij}(\tilde{x})}{2}\sigma^i\sigma^j \quad (6)$$

- это половина квадрата расстояния между точками \tilde{x}^i и x^i вдоль кратчайшей геодезической, соединяющей их, и (см., например, [20, 21])

$$\begin{aligned} \sigma^i &= -(x^i - \tilde{x}^i) - \frac{1}{2}\Gamma_{jk}^i(x^j - \tilde{x}^j)(x^k - \tilde{x}^k) \\ &- \frac{1}{6}\left(\Gamma_{jm}^i\Gamma_{kl}^m + \frac{\partial\Gamma_{jk}^i}{\partial \tilde{x}^l}\right)(x^j - \tilde{x}^j)(x^k - \tilde{x}^k)(x^l - \tilde{x}^l) + O((x - \tilde{x})^4), \end{aligned} \quad (7)$$

символы Кристоффеля Γ_{jk}^i вычисляются в точке \tilde{x} .

Наконец сила самодействия, действующая на статический заряд это

$$f_i(x) = -\frac{q}{2}\nabla_i\phi_{ren}(x). \quad (8)$$

ВКБ аппроксимация для силы самодействия

Метрика статического сферического симметричного пространства-времени рассматривается ниже

$$ds^2 = -f(\rho)dt^2 + d\rho^2 + r^2(\rho)(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2). \quad (9)$$

В этом пространстве-времени уравнение (3) может быть переписан в виде

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \left(\frac{f'}{2f} + \frac{(r^2)'}{r^2} \right) \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \cot \theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} - (\xi R + m^2) \right] \phi(\rho, \theta, \varphi; \tilde{\rho}, \tilde{\theta}, \tilde{\varphi}) = - \frac{4\pi q \delta(\rho, \tilde{\rho}) \delta(\theta, \tilde{\theta}) \delta(\varphi, \tilde{\varphi})}{r^2 \sin \theta}. \quad (10)$$

Благодаря сферической симметрии рассматриваемой задачи, мы представляем потенциал в виде

$$\phi(x^\alpha; \tilde{x}^\alpha) = q \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos \gamma) g_l(\rho, \tilde{\rho}), \quad (11)$$

где $\cos \gamma \equiv \cos \theta \cos \tilde{\theta} + \sin \theta \sin \tilde{\theta} \cos(\varphi - \tilde{\varphi})$ и $g_l(\rho, \tilde{\rho})$ удовлетворяют уравнению

$$g_l'' + \left(\frac{f'}{2f} + \frac{(r^2)'}{r^2} \right) g_l' - \left[\frac{l(l+1)}{r^2} + m^2 + \xi R \right] g_l = - \frac{\delta(\rho, \tilde{\rho})}{r^2}. \quad (12)$$

В этом выражении и ниже штрихом обозначена производная по ρ . Однородные решения этого уравнения будем обозначать через $p_l(\rho)$ и $q_l(\rho)$. $p_l(\rho)$ это выбранное решение, которое хорошо ведет себя при $\rho = -\infty$ и расходится при $\rho \rightarrow +\infty$. $q_l(\rho)$ это выбранное решение, которое расходится при $\rho \rightarrow -\infty$ и хорошо себя ведет при $\rho = \infty$. Таким образом,

$$\left\{ \frac{d}{d\rho^2} + \left(\frac{f'}{2f} + \frac{(r^2)'}{r^2} \right) \frac{d}{d\rho} - \left[\frac{l(l+1)}{r^2} + m^2 + \xi R \right] \right\} \begin{Bmatrix} p_l(\rho) \\ q_l(\rho) \end{Bmatrix} = 0, \quad (13)$$

$$g_l(\rho, \tilde{\rho}) = C_l p_l(\rho_<) q_l(\rho_>) = C_l \left[\Theta(\tilde{\rho} - \rho) p_l(\rho) q_l(\tilde{\rho}) + \Theta(\rho - \tilde{\rho}) p_l(\tilde{\rho}) q_l(\rho) \right], \quad (14)$$

где $\Theta(x)$ - ступенчатая функция Хевисайда, т.е., $\Theta(x) = 1$ при $x > 0$ и $\Theta(x) = 0$ при $x < 0$, C_l - константа нормировки, которая может быть включена в определение p_l и q_l . Нормировка g_l достигается интегрированием (12) один раз по ρ от $\tilde{\rho} - \delta$ до $\tilde{\rho} + \delta$ и стремлением $\delta \rightarrow 0$. Это приводит к условию на Вронскиан

$$C_l \left(p_l \frac{dq_l}{d\rho} - q_l \frac{dp_l}{d\rho} \right) = - \frac{1}{r^2}. \quad (15)$$

ВКБ-приближение для радиальных мод p_l и q_l получается заменой переменных

$$\begin{aligned} p_l &= \frac{1}{\sqrt{2r^2 W}} \exp \left(\int^\rho W d\rho \right), \\ q_l &= \frac{1}{\sqrt{2r^2 W}} \exp \left(- \int^\rho W d\rho \right). \end{aligned} \quad (16)$$

Подстановка этих выражений в (15) показывает, что условие на Вронскиан выполняется, если

$$C_l = 1. \quad (17)$$

Подстановка в выражение на моду (13) дает следующее уравнение для W :

$$\begin{aligned} W^2 = & \frac{l(l+1) + m^2 r^2 + 2\xi}{r^2} + \frac{(W^2)''}{4W^2} - \frac{5(W^2)^2}{16W^4} + \frac{f'(W^2)'}{8fW^2} - \frac{f'W}{2f} \\ & + \frac{(r^2)''}{2r^2} - \frac{(r^2)'^2}{4r^4} + \frac{(r^2)'f'}{4r^2f} + \xi \left(-2\frac{(r^2)''}{r^2} + \frac{(r^2)^2}{2r^4} - \frac{(r^2)'f'}{r^2f} - \frac{f''}{f} + \frac{f'^2}{2f^2} \right) \end{aligned} \quad (18)$$

Это уравнение может быть решено методом итераций, если метрическая функция $r^2(\rho)$ меняется медленно, то есть,

$$\varepsilon_{\text{WKB}} = L_\star/L \ll 1, \quad (19)$$

где

$$L_\star(\rho) = \frac{r(\rho)}{\sqrt{2\xi + m^2 r^2(\rho)}}, \quad (20)$$

и L - характерный масштаб изменения $r(\rho)$:

$$\frac{1}{L(\rho)} = \max \left\{ \left| \frac{r'}{r} \right|, \left| \frac{f'}{f} \right|, \left| \frac{r'}{r} \sqrt{|\xi|} \right|, \left| \frac{f'}{f} \sqrt{|\xi|} \right|, \left| \frac{r''}{r} \right|^{1/2}, \left| \frac{f''}{f} \right|^{1/2}, \dots \right\}. \quad (21)$$

Мы будем называть область пространства-времени, где метрическая функция $r(\rho)$, медленно меняется, *длинной горловиной*.

Нулевой порядок ВКБ решения уравнения (18) соответствует пренебрежению членами с производными в этом уравнении

$$W^2 = \Omega \cdot \left(1 + O(\varepsilon_{\text{WKB}}^2) \right), \quad (22)$$

где

$$\Omega(\rho, l + 1/2) = \frac{l(l+1) + m^2 r^2 + 2\xi}{r^2} = \frac{1}{r(\rho)^2} \left[\left(l + \frac{1}{2} \right)^2 + \mu^2 \right], \quad (23)$$

и

$$\mu^2 = 2\xi - \frac{1}{4} + m^2 r^2. \quad (24)$$

Ниже предполагается, что

$$\mu^2 > 0. \quad (25)$$

Подчеркнем, что Ω - это точное решение уравнения (18) в пространстве-времени с метрикой $ds^2 = -f_0 dt^2 + d\rho^2 + r_0^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)$, где f_0, r_0 - константы.

Подставляя решение (22) в (16) и (11), и пренебрегая членами второго порядка и выше по отношению к ε_{WKB} мы можем получить следующее выражение для приближения нулевого порядка ВКБ аппроксимации для $\phi(x^\alpha; \tilde{x}^\alpha)$ при условиях $\theta = \tilde{\theta}$, $\varphi = \tilde{\varphi}$ and $\tilde{\rho} = \rho + \delta\rho > \rho$

$$\phi(\rho, \theta, \varphi; \tilde{\rho}, \theta, \varphi) = \frac{q}{r(\rho)r(\tilde{\rho})} \sum_{l=0}^{\infty} \left(l + \frac{1}{2} \right) \frac{\exp \left(- \int_{\rho}^{\rho + \delta\rho} \sqrt{\Omega \left(\rho', l + \frac{1}{2} \right)} d\rho' \right)}{\sqrt[4]{\Omega \left(\rho, l + \frac{1}{2} \right) \Omega \left(\tilde{\rho}, l + \frac{1}{2} \right)}}. \quad (26)$$

Сумма по l может быть вычислена с помощью метода суммирования Плана (см., например, [22])

$$\begin{aligned} \phi(\rho, \theta, \varphi; \tilde{\rho}, \theta, \varphi) = & \frac{q}{r(\rho)r(\tilde{\rho})} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left\{ \int_{\epsilon}^{\infty} \frac{\exp\left(-\int_{\rho}^{\rho+\delta\rho} \sqrt{\Omega(\rho', x)} d\rho'\right)}{\sqrt[4]{\Omega(\rho, x)\Omega(\tilde{\rho}, x)}} dx \right. \\ & + \int_{\epsilon-i\infty}^{\epsilon} \frac{\exp\left(-\int_{\rho}^{\rho+\delta\rho} \sqrt{\Omega(\rho', z)} d\rho'\right)}{\sqrt[4]{\Omega(\rho, z)\Omega(\tilde{\rho}, z)} (1+e^{i2\pi z})} zdz \\ & \left. - \int_{\epsilon}^{\epsilon+i\infty} \frac{\exp\left(-\int_{\rho}^{\rho+\delta\rho} \sqrt{\Omega(\rho', z)} d\rho'\right)}{\sqrt[4]{\Omega(\rho, z)\Omega(\tilde{\rho}, z)} (1+e^{-i2\pi z})} zdz \right\}. \end{aligned} \quad (27)$$

В нулевом ВКБ порядке по ε_{WKB} это дает

$$\begin{aligned} \phi(\rho, \theta, \varphi; \tilde{\rho}, \theta, \varphi) = & \frac{q}{\delta\rho} + \frac{q}{r(\rho)} \left(-\mu + 2 \int_0^{\mu} \frac{xdx}{\sqrt{\mu^2 - x^2}} (1+e^{2\pi x}) \right) \\ & + O(\delta\rho). \end{aligned} \quad (28)$$

Перенормировочный контрчлен $\phi_{DS}(x; \tilde{x})$ в нулевом ВКБ порядке по ε_{WKB} в пределе $\theta = \tilde{\theta}, \varphi = \tilde{\varphi}$ может быть легко вычислен с помощью метрики (9):

$$\begin{aligned} 2\sigma = & \delta\rho^2 + O(\delta\rho^4), \\ \phi_{DS}(\rho, \theta, \varphi; \tilde{\rho}, \theta, \varphi) = & q \left(\frac{1}{\delta\rho} - m + O(\delta\rho) \right). \end{aligned} \quad (29)$$

Таким образом,

$$\begin{aligned} \phi_{ren}(x) = & \lim_{\delta\rho \rightarrow 0} [\phi(\rho, \theta, \varphi; \tilde{\rho}, \theta, \varphi) - \phi_{DS}(\rho, \theta, \varphi; \tilde{\rho}, \theta, \varphi)] \\ = & \frac{q}{r(\rho)} \left(mr(\rho) - \mu + 2 \int_0^{\mu} \frac{xdx}{(1+e^{2\pi x}) \sqrt{\mu^2 - x^2}} \right) \left(1 + O(\varepsilon_{WKB}^2) \right), \end{aligned} \quad (30)$$

а единственная ненулевая компонента силы самодействия есть

$$\begin{aligned} f_{\rho}(x) = & -\frac{q}{2} \frac{\partial \phi_{ren}}{\partial \rho} = -\frac{q^2}{2r^2} \left(\frac{dr}{d\rho} \right) \left[\mu - 2 \int_0^{\mu} \frac{xdx}{(1+e^{2\pi x}) \sqrt{\mu^2 - x^2}} \right. \\ & \left. - 4\pi m^2 r^2 \int_0^{\mu} \frac{e^{2\pi x} dx}{(1+e^{2\pi x})^2 \sqrt{\mu^2 - x^2}} \right] \left(1 + O(\varepsilon_{WKB}^2) \right). \end{aligned} \quad (31)$$

Отметим, что в пространстве-времени

$$ds^2 = -dt^2 + d\rho^2 + r_0^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (32)$$

$\varepsilon_{WKB} = 0$ и выражение (30) является точным. Однако сила самодействия, в этом случае, равна нулю.

Заключение

Рассматриваемый подход дает возможность вычислить приближенное выражение для собственного потенциала заряда, являющегося источником массивного неминимально связанного с кривизной скалярного поля и силы самодействия в длинной горловине (9,19-21). Это выражение в рассматриваемом приближении не зависит от геометрии пространства-времени вдали от такой горловины.

Литература

- [1] P. Dirac, *Proc. R. Soc. London, Ser. A***167** (1938), p. 148
- [2] B. DeWitt and R. Brehme, *Ann. Phys.***9** (1960), p. 220
- [3] J. Hobbs, *Ann. Phys.***47** (1968), p. 141
- [4] J. Hobbs, *Ann. Phys.***47** (1968), p. 166
- [5] Y. Mino, M. Sasaki, T. Tanaka, *Phys. Rev. D***55** (1997), p. 3457
- [6] T.C.Quinn, R.M. Wald, *Phys. Rev. D***56** (1997), p. 3381
- [7] T. Quinn, *Phys. Rev. D***62** (2000), p. 064029
- [8] B. Linet, *Phys. Rev. D***33** (1986), p. 1833
- [9] N.R. Khusnutdinov, *Class. Quantum Grav.***11**(1994), p. 1807
- [10] N. Khusnutdinov, *Teor. Mat. Fiz.***103** (1995), p. 339 [*Theor. Math. Phys.***103** (1995), p. 603]
- [11] V. De Lorenci, Jr E. Moreira, *Phys. Rev. D***65** (2002), p. 085013
- [12] N. Khusnutdinov and I. Bakhmatov, *Phys. Rev. D***76** (2007), p. 124015
- [13] B. Linet, *Electrostatics in a wormhole geometry*, arXiv:0712.0539 [gr-qc]
- [14] S. Krasnikov, *Class. Quantum Grav.***25** (2008), p. 245018
- [15] V. Bezerra and N. Khusnutdinov, *Phys. Rev. D***79** (2009), p. 064012
- [16] M. Casals, S. Dolan, A. Ottewill and B. Wardell, *Self-Force Calculations with Matched Expansions and Quasinormal Mode Sums*, arXiv:0903.0395 [gr-qc]
- [17] E. Rosenthal, *Phys. Rev. D***69** (2004), p. 064035
- [18] E. Rosenthal, *Phys. Rev. D***70** (2004), p. 124016
- [19] A. Popov, *Phys. Rev. D***84** (2011), p. 064009
- [20] J.L. Synge, *Relativity: the general theory* (North-Holland publishing company, Amsterdam, 1960).
- [21] A. Popov, *Grav. & Cosm.***13**, (2007), p. 119
- [22] A. Popov, *Phys. Rev. D***64** (2001), p. 104005

МНОГОЛЕТНИЕ НАБЛЮДЕНИЯ БЛАЗАРА 1ES 1426+428 НА ЧЕРЕНКОВСКОМ ТЕЛЕСКОПЕ ГТ-48

К.С. Стригунов^a, А.В. Жовтан^b

^aE-mail: sks6891@gmail.com; КрАО, пос. Научный, Крым, Россия

^bE-mail: —; КрАО, пос. Научный, Крым, Россия

1. Введение

Объект 1ES 1426+428 ($z=0.129$) относится к блазарам типа BL Lacertae (лацертиды) - одному из классов активных галактических ядер (АГЯ), регистрируемых также в сверхвысоких энергиях (СВЭ) свыше 50 ГэВ. Излучение от этих объектов в широком диапазоне энергий характеризуется вариациями, которые объясняются излучением из джетов в виде струй, направленных в сторону наблюдателей. Разные модели дают свое объяснение генерации гамма-квантов, однако стоит отметить, что механизм генерации СВЭ-излучения до сих пор остается предметом дискуссий. Из сказанного следует вывод, что наблюдения лацертид представляют большой интерес с точки зрения объяснения механизмов генерации гамма-квантов, а также их вариаций.

2. Наблюдения объекта 1ES 1426+428 в диапазоне СВЭ

Впервые блазар 1ES 1426+428 наблюдался установкой Whipple (Horan et al., 2001), после чего его регистрация была подтверждена в экспериментах HEGRA (F. Aharonian et al., 2002) и CAT (Djannati-Atai et al., 2002), наблюдавшие его в 1999-2000 и 1998-2000 годах соответственно. Значимость эффекта для HEGRA составила 6.1σ , для CAT 5.2σ . Кроме того, начиная с 2002 года объект 1ES 1426+428 наблюдался и в Крымской астрофизической обсерватории (КрАО) на черенковском телескопе второго поколения ГТ-48, принцип работы и технические характеристики которого подробно описаны в (Владимирский и др., 1994). Здесь лишь отметим, что регистрация гамма-излучения СВЭ наземными детекторами основана на том факте, что гамма-кванты СВЭ при взаимодействии с ядрами атомов воздуха образуют вторичные электроны, испускающие фотонны черенковского излучения в оптическом диапазоне под малым (1°) углом к направлению движения первичного кванта. Благодаря этому удается определить направление прихода потока гамма-квантов. Пороговая энергия составляет 1 ТэВ. Метод наблюдений га ГТ-48 подробно описан в (Нешпор и др., 2007).

Основной проблемой при обнаружении источников гамма-квантов СВЭ, является наличие фона космических лучей, частицы которых также приводят к возникновению черенковских вспышек в атмосфере Земли. Они довольно трудно отличимы от вспышек, инициированных гамма-квантами, однако различия между ними имеются, поскольку и те и другие характеризуются набором параметров, с помощью которых их можно отличить. С этой целью использовались координатно-независимые и координатно-зависимые параметры отбора (Владимирский и др., 1994). Граничные значения параметров отбора подбирались таким образом, чтобы получить оптимальное отношение сигнал/шум. Это соотношение является стандартным отклонением, то есть достоверностью (σ) обнаружения потока гамма-квантов от наблюдаемого объ-

екта. Результаты отбора с помощью упомянутых параметров показаны в таблице 1. В ней $N_\gamma \text{ min}^{-1}$ - скорость счета (число гамма-квантов в минуту). Средний поток от 1ES 1426+428 за весь период наблюдений с 2002 по 2010 год на ГТ-48 составил $N_\gamma = 0.129 \pm 0.016 \text{ quant. min}^{-1}$ с достоверностью равной 8σ .

3. Обсуждение полученных результатов

Как видно из таблицы 1 величины потоков, полученных в результате обработки данных, имеют достаточно высокую достоверность, за исключением значения для 2008 года. Однако в ходе обработки и анализа результатов выяснилось, что в 2009 году от блазара 1ES 1426+428 в короткий интервал с 14 по 17 мая, в который входили три сеанса наблюдений, была зарегистрирована вспышечная активность. Более подробно значения показаны в таблице 2. Из них видно, что после сложения с весом полученный поток в 4.1 раза превзошел среднее значение за весь период наблюдений.

Таблица 1: Результаты наблюдений 1ES 1426+428 на ГТ-48 (детали в тексте)

Год	N_{on}	N_{off}	Поток с ошибкой, $N_\gamma \text{ min}^{-1}$	Достоверность, σ
2002	505	389	0.138 ± 0.035	3.9
2004	116	58	0.161 ± 0.036	4.5
2008	1105	997	0.342 ± 0.145	2.4
2009	106	63	0.086 ± 0.026	3.3
2010	85	36	0.136 ± 0.030	4.5

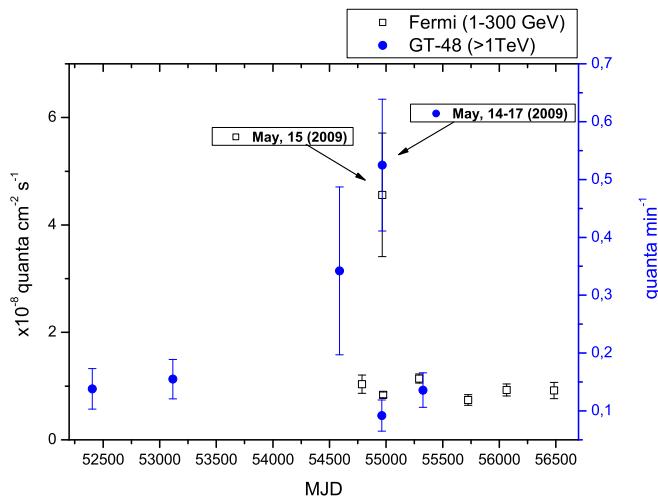


Рис.1. Кривые блеска 1ES 1426 в энергиях выше 1 ТэВ (ГТ-48) и 1-300 ГэВ (Fermi LAT). Вспышки показаны отдельно.

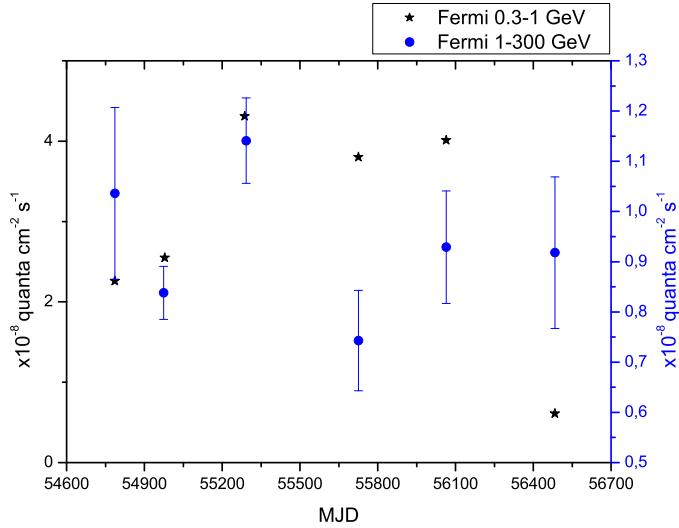


Рис.2. Звездами показаны среднегодовые значения потока гамма-квантов СВЭ, полученные *Fermi* в энергиях 0.3-1 ГэВ. Кружками представлены среднегодовые потоки для энергий 1-300 ГэВ.

Следует отметить, что активность 1ES 1426+428 была подтверждена наблюдениями телескопа *Fermi* (The Fermi Gamma-ray Space Telescope) в диапазоне 100 МэВ-300 ГэВ. Данные этого телескопа обладают высокой достоверностью и представляется логичным ориентироваться именно на них. Для лучшего представления о результатах на рисунке 1 даны графические изображения, на которых показаны изменения со временем потоков, зарегистрированных телескопами ГТ-48 и *Fermi* LAT. Данные мониторинга *Fermi* LAT выложены в открытом доступе (в частности <http://heasarc.gsfc.nasa.gov/W3Browse/fermilasp.html>).

Максимум активности в ТэВ-ных энергиях, без учета вспышки за 14-17 мая 2009 года, приходился на 2008 год, после чего шел спад. Однако поскольку представленные потоки усреднены за интервалы, в которых наблюдался обсуждаемый блазар, то в усредненное значение за 2009 год (период наблюдений с 22.04. по 27.05.) входят все сканы. В результате информация о вспышке теряется и складывается впечатление, что идет понижение активности. Чтобы показать наличие вспышки в этот период и одновременно её превышение среднего значения потока за весь интервал 2002-2010 гг. на графике она нанесена отдельно и выделена.

Таблица 2: Интервал, в который наблюдалась повышенная активность 1ES 1426+428 на ГТ-48

Дата	Дата в MJD	Поток с ошибкой, $N_\gamma \text{ min}^{-1}$	Достоверность, σ
14.05	54965	0.711 ± 0.222	3.2
15.05	54966	0.6 ± 0.176	3.4
17.05	54968	0.466 ± 0.175	2.65
14.05-17.05	54965-54968	0.525 ± 0.114	4.6

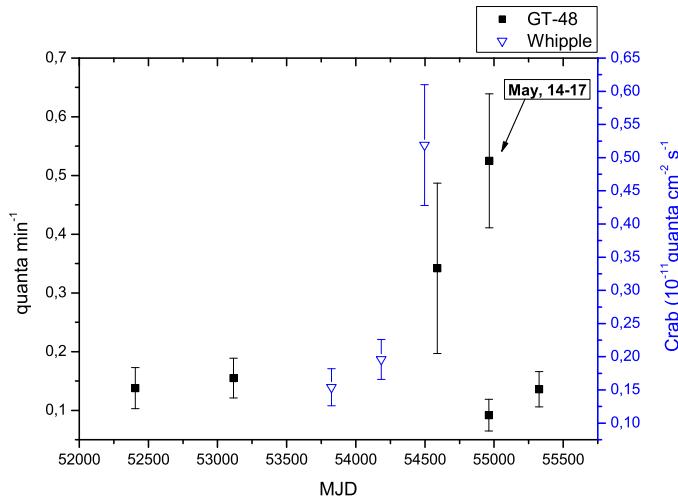


Рис.3. Усредненные по годам величины потоков ГТ-48 (>1 ТэВ) и Whipple (>350 ГэВ). Вспышка 14-17 мая, зарегистрированная на ГТ-48 в 2009 году, выделена стрелкой.

Стоит обратить внимание на тот факт, что при мониторинге Fermi блазара 1ES 1426+428 в энергиях 1-300 ГэВ зарегистрирована его повышенная активность, составившая $4.56 \cdot 10^{-8}$ $quant. cm^{-2} s^{-1}$ с достоверностью около 4σ (среднесуточное значение потока за 15.05.2009), которое превышает среднее значение потока ($9.07 \cdot 10^{-9}$ $quant. cm^{-2} s^{-1}$) за весь период мониторинга (09.10.2008-10.10.2013 гг.) в 5 раз. Представляет интерес совпадение с точностью до суток данной величины с суточным значением потока, полученным на ГТ-48 во время вспышки 14-17 мая. Тогда основной вклад в нее дал 12-й и 13 скан за 14 и 15 мая соответственно (см. таблица 2). В этой таблице поток за интервал 14.05-17.05 получен после сложения с весом. Таким образом подтверждается предположение о наличии повышенной активности объекта в данный временной интервал в сверхвысоких энергиях.

Таблица 3: Среднегодовые потоки 1ES 1426+428 в энергиях >350 ГэВ по данным Whipple

Год	Интервал наблюдений, MJD	Поток/ошибка Crab ($10^{-11} quant. cm^{-2} s^{-1}$)	Достоверность, σ
2006	53763-53907	0.154 ± 0.028	5.5
2007	54116-54271	0.196 ± 0.03	6.5
2008	54476-54593	0.519 ± 0.091	5.7

На рисунке 2 представлены среднегодовые значения потоков в двух различных диапазонах. Звездами показаны среднегодовые значения потока гамма-квантов СВЭ, полученные Fermi в энергиях 0.3-1 ГэВ. Ошибки этих величин столь незначительны ($\sim 10^{-11}$ $quant. cm^{-2} s^{-1}$ и меньше), что их вертикальные метки на графике не нанесены. Кружками обозначены среднегодовые потоки для энергий 1-300 ГэВ. Важно отметить, что в более низких энергиях (0.3-1 ГэВ) в указанный 4-х дневный временной отрезок повышенной активности не зарегистрировано, а среднесуточное значение

ние 15.05.2009 ($2.54 \cdot 10^{-8}$ quant. $cm^{-2} s^{-1}$) в этом диапазоне оказалась даже ниже среднего потока за весь период наблюдений Fermi LAT ($2.75 \cdot 10^{-8}$ quant. $cm^{-2} s^{-1}$).

Кроме того, необходимо оценить изменение потока обсуждаемого объекта, измеренного другим черенковским детектором. Единственной группой, выложившей в открытый доступ результаты своего мониторинга (для энергий >350 ГэВ), была колаборация Whipple (<http://veritas.sao.arizona.edu/component/content/article/43-agn-monitoring/48-lightcurves-for-agn>), также работавшая на черенковском телескопе. Эти данные были получены в течение трех лет (с 2006 по 2008 год), когда суммарный поток от объекта 1ES 1426+428 составил 0.19 ± 0.02 Crab (10^{-11} quant. $cm^{-2} s^{-1}$). Интересно сравнение полученных значений с результатами ГТ-48 (рис. 3), где усредненные за год данные Whipple (потоки выше 350 ГэВ) указаны кружками (их значения показаны в таблице 3). Стоит отметить увеличение активности блазара 1ES 1426+428 от года к году в СВЭ, когда в 2008 году его значение превзошло среднее значение за трехлетний интервал в 2.73 раза. Таким образом на 2008 год пришлось резкое возрастание потока, что совпадает с повышением активности в ТэВ-ных энергиях. Поскольку наблюдения на телескопах проводились в разное время, то даты для усредненных потоков от блазара в обоих диапазонах, полученные при сложении с весом за год, отличаются между собой. Самые данные Whipple хорошо накладываются на результаты КрАО.

Объекты типа лацертид характеризуются сильной тенденцией к вспышечной (временная шкала несколько дней) и взрывной (длительность несколько месяцев) активности (Нешпор и др., 2007). Результаты наблюдений 1ES 1426+428 показывают, что активность данного источника в диапазоне СВЭ существенно превышала таковую в низких энергиях. Помимо этого в более высоких энергиях наблюдались и более значительные вариации, когда в течение четырех дней поток четырехкратно превышал среднее значение, полученное в ходе наблюдений с 2002 по 2010 гг. телескопом ГТ-48. Если не выделять вспышку из общего потока 2009 года и взять за максимум активности значение 2008-го, то превышение среднего потока за весь девятилетний интервал составит 2.67 раза. Любопытен тот факт, что максимум для данных Whipple также приходится на 2008 год. У Fermi ситуация другая, поскольку он вел мониторинг только с середины 2008 года и сравнивать средний поток можно лишь с последующими годами.

4. Активность объекта 1ES 1426+428 и ускорение частиц в его джете

На основании приведенных результатов можно сделать определенные выводы. Как показано на примере 1ES 1426+428, в момент роста активности в диапазоне жестких гамма-квантов (1-300 ГэВ и >1 ТэВ) в более низких энергиях (0.3-1 ГэВ) никакого повышения не наблюдается. Данное обстоятельство означает, что показатель дифференциального спектра излучения α от объекта должен уменьшаться. Такой результат подтверждает сделанный ранее вывод в КрАО (Нешпор, 2011) и согласуется с предположением, что с увеличением активности блазара спектр гамма-излучения СВЭ становится более пологим, а во время возмущений в АЯГ частицы с более высокой энергией ускоряются эффективней и, возможно, именно этим можно объяснить особенности вариаций излучения СВЭ. Однако, поскольку в образовании гамма-квантов ключевую роль играют ускоренные до релятивистских скоростей частицы (с лоренц-фактором $\gamma \gg 1$), то каким должен быть механизм их ускорения? Такой механизм

был предложен Э. Ферми (Fermi E., 1949), суть которого заключается в статистическом ускорении частиц на фронтах ударных волн в вспышках сверхновых или выбросах из АЯГ (Засов, Постнов, 2006). При многократных случайных столкновениях частицы с массивными облаками, движущимися с относительной скоростью $V \ll c$, энергия частиц возрастает. При каждом лобовом (и наиболее эффективном) столкновении относительное увеличение энергии частицы возрастает на величину $\langle \Delta E/E \rangle (\sim V/c)$ - т.н. ускорение Ферми 1-го рода. Такой механизм происходит при многократном пересечении частицей фронта ударной волны из-за рассеяния на неоднородностях магнитного поля перед и за фронтом ударной волны. Однако, как показано в (Derishev et al., 2003; Деришев и др., 2007), в релятивистской ударной волне, скорость которой близка к скорости света, рассмотренный механизм ускорения оказывается неэффективным. Там же предлагается идея т.н. конверсионного ускорения, суть которого состоит во взаимодействии ускоряемых частиц с фотонными полями в выбросах из АЯГ (джетах), которое обычно рассматривается лишь как помеха, дополнительный канал потери энергии. При определенных условиях столкновения с фотонами трактуются как механизм случайного "выключения" и "включения" электрического заряда частиц. Проходя через фронт ударной волны и отражаясь от неоднородностей магнитного поля, заряженная частица увеличивает свою энергию, а затем, после встречи с фотоном, становится нейтральной, что позволяет ей вернуться к фронту без препятствий со стороны магнитного поля. Оказавшись перед ударной волной, частица вновь становится заряженной, так что весь цикл ускорения повторяется снова. По оценкам частица, прошедшая полный цикл ускорения, увеличивает свою энергию приблизительно в γ^2 раз, где γ - лоренц-фактор ударной волны. Для джетов в АЯГ это составляет величину $10^2 - 10^3$ и $10^5 - 10^6$ для гамма-барстеров, т.е. частица может быть ускорена до энергий 10^{20} эВ всего за 2-4 цикла конверсии, что существенно эффективней механизма Ферми, где требуется десятки подходов. Возможно, взаимодействие ускоренных подобным образом частиц с низкоэнергетическими фотонами, приводящими к генерации жесткого гамма-излучения, в определенной степени может дать объяснение увеличению вариаций и активности блазаров в целом в более высокоэнергетичном гамма-диапазоне по сравнению с низкоэнергетическими. Так согласно (Гинзбург и др., 1989; Сюняев, 1986) частота фотонов при рассеянии на изотропно распределенных релятивистских электронах (обратный Комптон-эффект) в среднем должна увеличиваться на величину:

$$E_\gamma \approx \frac{4}{3} \epsilon_{ph} \gamma^2,$$

где ϵ_{ph} - энергия фотона до рассеяния, γ - лоренц-фактор релятивистского электрона. Значит, если взять, например, оптический фотон с энергией ~ 1 эВ, рассеянный на частице с лоренц-фактором равным 10 (что соответствует джетам АЯГ), прошедшей хотя бы 2 цикла ускорения (т.е. $\gamma = 10^4$), то он увеличит свою энергию в $4/3 (10^4)^2 \approx 1.33 \cdot 10^8$ раз, что соответствует гамма-квантам высоких энергий. Значит, при большем количестве прохождения циклов частицами энергия фотонов в следствие комптонизации может быть значительно выше. Стоит отметить, что для точных значений необходимо знать вероятность одного цикла конверсии для разных частиц, которая много меньше единицы. При этом, как утверждают авторы предложенного механизма (Derishev et al., 2003; Деришев и др., 2007), когда произведение вероятности прохождения цикла на фактор увеличения энергии ($\sim \gamma^2$) превосходит

единицу, конверсионный механизм достигает наибольшей эффективности. Следовательно, чем выше энергия частицы, тем большую энергию получит фотон при рассеянии на ней. Возможно, эффективность механизма конверсии сможет дать ответ на вопрос, почему вариации гамма-квантов СВЭ существенней, чем в более низких энергиях. Однако имеется ряд вопросов по предложенному конверсионному механизму, но возможность его связи с особенностями активности объектов, подобных 1ES 1426+428, представляет интерес и требует дальнейшего изучения.

5. Заключение

Блазар 1ES 1426+428 был активен в СВЭ в период его наблюдений в КрАО. Данный вывод подтверждается и другими телескопами. Зарегистрированная вспышка 14-17 мая 2009 года в ТэВ-ных энергиях согласуется с данными телескопа Fermi LAT, где в указанный временной интервал наблюдалось пятикратное увеличение активности в диапазоне 1-300 ГэВ по сравнению с средним потоком за все время мониторинга. Отсутствие роста активности в более низких энергиях в тот же временной отрезок дает основание предполагать, что оно может быть связано с высказанным ранее предположением (Нешпор, 2011) о более эффективном ускорении частиц с более высокими энергиями во время возмущений. Не исключено, частицы приобретают ультравысокие энергии в джете вследствие наличия механизма ускорения более эффективного, чем механизм Ферми. На его роль может претендовать конверсия частиц, однако подтверждение или опровержение связи такого механизма с особенностями вариаций лацертид в гамма-диапазоне еще предстоит выяснить.

Литература

- [1] Нешпор Ю.И., Елисеев В.С., Жоголев Н.А. и др. // Изв. Крым. астрофиз. обс. Т. 103, №1. - С. 27-32 (2007)
- [2] Horan, D. et al. The Astrophysical Journal, **571**:753-762, (2002);
- [3] F. Aharonian, A. Akhperjanian, J. Barrioet et al., A&A, **393**, 89-90 (2002);
- [4] Djannati-Atai, A., Khelifi, B., Vorobiov, S. et al., A&A, **391**, L25 (2002);
- [5] Владимирский Б.М., Зыскин Ю.Л., Корниенко А.П. и др. // Изв. Крым. астрофиз. обс. Т. 91. - С. 74-105 (1994)
- [6] Нешпор. Ю.И. // Изв. Крым. астрофиз. обс., Т. 107, №1. - С.38-45 (2011);
- [7] Fermi E. Phys. Rev., **75** 1169 (1949);
- [8] Засов А.В., Постнов К.А. // Общая Астрофизика. – Фрязино, С. 128, 2006;
- [9] Derishev E.V., Aharonian F.A., Kocharyan V.V. et al. // Phys. Rev. **D** 68, 043003 (2003);
- [10] Деришев Е.В., Кочаровский В.В., Кочаровский Вл.В. // УФН Т. 177, №3, С. 323-330 (2007);
- [11] Гинзбург В.Л., Догель В.А. // УФН Т. 158, №1, С. 3-58 (1989);

- [12] Сюняев Р.А. // Физика космоса. Маленькая энциклопедия. –2-е изд.–М.: Сов. энциклопедия, С. 312, 1986;

REGULAR SOLUTIONS IN VACUUM EINSTEIN THEORY AND VACUUM BRANS-DICKE THEORY

A. Khaybullina^a, R. Izmailov^b

^aE-mail: kalina89-rf@mail.ru; M. Akmullah Bashkir State Pedagogical University, Zel'dovich International Center for Astrophysics

^bE-mail: izmailov.ramil@gmail.com; M. Akmullah Bashkir State Pedagogical University, Zel'dovich International Center for Astrophysics

We will confront some static spherically symmetric vacuum Brans-Dicke solutions in the Jordan and Einstein Frames with the Robertson parameters. While the regular solution in the vacuum Einstein theory is just the Schwarzschild black hole, the same in the Jordan frame Brans-Dicke theory is shown to represent not a black hole but a traversable wormhole. But, in this case, the valid range of ω becomes too narrow to yield the observed weak field Robertson parameters at the positive mass mouth. The corresponding solution in the Einstein frame also provides a regular wormhole, and it yields the correct parametric values but only up to “one and half order”. We argue that a second-order contribution can in principle distinguish between the signatures of the regular wormhole and the singular Buchdahl solution in the Einstein frame. Thus, at the level of regular solutions, Brans-Dicke theory in each frame predicts effects very different from those of Einstein’s theory. To our knowledge, these theoretical distinctions seem not to have received adequate attention so far.

References:

- [1] K. Godel, “An example of a new type of cosmological solutions of einstein’s field equations of gravitation”, Reviews of Modern Physics, vol. 21, pp. 447–450, 1949;
- [2] C. H. Brans and R. H. Dicke, “Mach’s principle and a relativistic theory of gravitation”, Physical Review, vol. 124, no. 3, pp. 925–935, 1961;
- [3] C. H. Brans, “Mach’s principle and a relativistic theory of gravitation. II”, Physical Review, vol. 125, no. 6, pp. 2194–2201, 1962;
- [4] A. Bhadra and K. K. Nandi, “ ω dependence of the scalar field in Brans-Dicke theory”, Physical Review D, vol. 64, Article ID 087501, 3 pages, 2001;
- [5] K. K. Nandi, I. Nigmatzyanov, R. Izmailov, and N. G. Migranov, “New features of extended wormhole solutions in the scalar field gravity theories”, Classical and Quantum Gravity, vol. 25, no. 16, Article ID 165020, 2008.

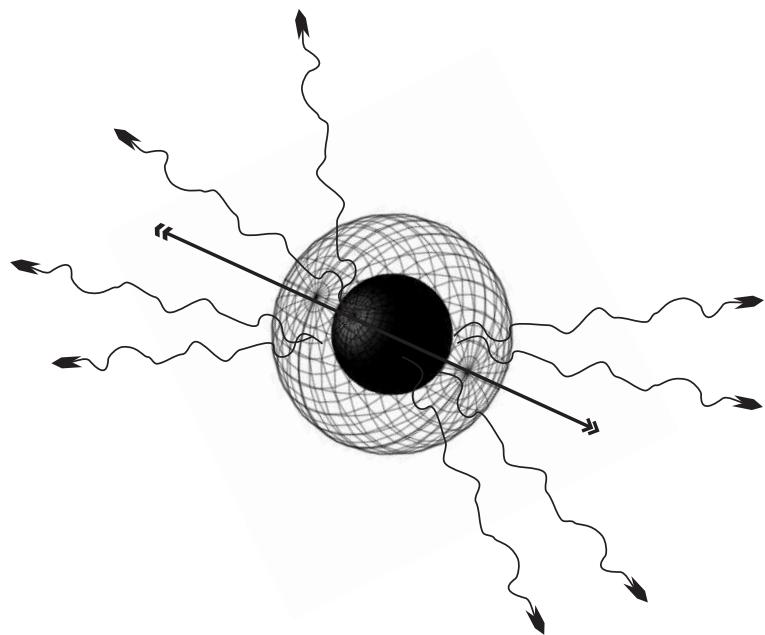
ИЗЛУЧЕНИЕ ЧАСТИЦЫ, РАВНОМЕРНО ДВИЖУЩЕЙСЯ В ПРОСТРАНСТВЕ КРОТОВОЙ НОРЫ

Н.Р. Хуснутдинов^a

^aE-mail: nail.khusnutdinov@gmail.com; Казанский федеральный университет

Вычислена потеря энергии и ее спектральная плотность для движущейся по геодезической заряженной частицы в пространстве-времени кротовой норы с бесконечно короткой горловиной. Показано, что полная излученная энергия $\mathcal{E} \sim e^2 v \gamma a^2 / b^3$, где γ является релятивистским фактором, a является радиусом горловины кротовины и b является прицельным параметром. Спектр энергии частицы, радиально движущейся сквозь нору $\mathcal{E} \sim e^2 v \gamma / a$. Спектральная плотность полной энергии имеет максимум на частоте $\omega_m \sim v \gamma / b$ для движения вне кротовины и на частоте $\omega_m \sim v \gamma / a$ при движении сквозь нору.

SECTION F. *Gravitational experiment*



**TO THE ISSUE OF “UNEXPLAINABLE SYSTEMATIC EFFECTS” IN
GRAVITATIONAL EXPERIMENTS. 1. NATURAL DYNAMICS OF
MASS**

I.A. Eganova^a, W. Kallies^b

^aE-mail: eganova@math.nsc.ru; a827@rambler.ru; Sobolev Institute of Mathematics, SD RAS, Novosibirsk, Russia

^bE-mail: wkallies@jinr.ru; JINR Applied Research Centre, Dubna, Russia

1. The purpose of the present report is to attract attention to the appropriateness to control the dynamics of the corresponding complex system (minerals/mineral aggregates) in long experiments on gravitation (and basically, not only in gravitational ones). As a matter of fact, according to the review of the results of gravitational experiments conducted by A. H. Cook [1], as well as in previous and modern experiments on gravitation “unexplainable systematic effects” are usually observed [1, p. 754]. What can be the cause of the “unexplainable systematic effects”? It is possible that in precision experiments, that are experiments on gravitation, the situation demands to be beyond our traditional representations. In particular, attention should be paid to the fact that the weight (mass) of an object is a characteristic of its inertial and gravitational properties, and they, according to the logic of things, do depend on the state of the object. I. Newton regarded the “massive point” (i.e. a body that has no internal structure and is in one and the same state) and could assume that the mass of the body is determined only as “quantity” of matter (see his definition of mass [2, p. 1]: “*quantitas materiale est mensura ejusdem orta ex illius densitate et magnitudine conjunctim*” *The quantity of matter (mass) is the measure of the same established in proportion to density and volume of it* (A. N. Krylov’s translation).), because it stays in one and the same state so that, due to its invariability, the mass is regarded as a constant value. In methodological notes [3] dedicated to the concept of mass L. B. Okun underlined that in case of the change of state (inner energy) of a complex system (i.e. the system that has an inner structure) its mass changes. That is why a long control of the mass (weight) of an open (i.e. specially unscreened) complex system with the simultaneous control of measurements conditions is of interest both from the point of view of evaluation of a possible change of its inner state and for finding out the origin of the mentioned systematic effects.

2. The given report sums up the results of long-term observations of the natural dynamics of weight (mass) of the samples of a representative geological collection compiled especially for the occasion [4].

- Seven types of natural mass dynamics stood out among the samples of the geological collection.
- It was found out that the time structure of geological systems has a characteristic property: for the average ranges $\overline{R_M}$ of the weight (mass) M magnitude over time intervals of different scales τ and $m\tau$ (m is such integer for that the observations number n is equal mk , where k is also integer), takes place a definite power relation. It is described by the formula

$$\frac{\overline{R_M}(m; \tau)}{\overline{R_M}(1; \tau)} = m^{2-D_M},$$

where

$$\overline{R_M(m; \tau)} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k R_i(m; \tau), \quad R_i(m; \tau) = \max\{M(t), (i-1)m\tau \leq t \leq im\tau\} - \\ - \min\{M(t), (i-1)m\tau \leq t \leq im\tau\}, \quad \overline{R_M(1; \tau)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |M((i-1)\tau) - M(i\tau)|.$$

We suggested to consider quantity D_M as a characteristic of the time structure of a geological system because it turned out that this value corresponds to the material composition of the system and does not depend on the type of the weight (mass) dynamics.

- On the whole, we showed that when we deal with a complex, organized system that can be in different internal states its integral characteristic — the mass, which is an expression and a measure simultaneously of its inertial and gravitational properties — can (and must [3]) change. The complex system, which was not screened on purpose, stays actually in the world ocean of external irreversible processes that initiate it [5,6]. That is why (under the corresponding conditions of observation) should be observed a certain dynamics of mass (weight) that is determined by a periodicity of external natural (cosmic) processes. It confirms the observed annual dynamics of mass (weight) of geological samples.

3. Conclusion: while planning modern precision experimental investigations where complex, organized systems are involved, a possibility of variation of their internal state due to the world interconnection that is conditioning the space-time metric should be taken into account [5–8]. The observations results of the natural dynamics of minerals' and mineral aggregates' mass, given in this report, open an opportunity to study the origin of the “unexplainable systematic effects” in experiments on gravitation and also the origin of the well-known absence of the precise reproduction of results that are obtained in experiments where complex non-equilibrium systems or non-equilibrium processes are present by means of the synchronous control of mass of the corresponding geological system.

- [1] Cook A. Experiments on gravitation // Reports of Progress in Physics. — 1988. — V. 51. — P. 707–757.
- [2] Newton I. S. Philosophiae Naturalis Principia Mathematica. — 1686.
- [3] Okun L. B. Concept of mass. (Mass, energy, relativity) // Physics — Uspekhi. — 1989. — V. 158, No. 3. — P. 511–530 (in Russian).
- [4] Eganova I. A., Kallies W., Samoilov V. N., Struminsky V. I. *Dubna – Nauchny – Novosibirsk* Geophysical Monitoring: The phase trajectories of masses. — Novosibirsk, Russia, Academic Publ. House “Geo”, 2012 (in Russian).
- [5] Eganova I. A. The World of events reality: instantaneous action as a connection of events through time // Relativity, Gravitation, Cosmology / Eds.: V. V. Dvoeglazov, A. A. Espinoza Garrido. — New York: Nova Science Publishers, Inc., 2004. — P. 149–162.
- [6] Eganova I. A. The Nature of Space-time. — Novosibirsk, Russia, Publishing House of SB RAS, “Geo” Branch, 2005 (in Russian).
- [7] Eganowa I. und Kallies W. Das Sonnenexperiment von Lawrentjew als Raum-Zeit-Erscheinung. — Saarbrücken, Deutschland, Akademikerverlag, 2013.

- [8] Eganova I. and Kallies W. A Special Physical Phenomenon — Innate Interconnection of Space-time Points // <http://arXiv.org/abs/1403.6732>.

TO THE ISSUE OF “UNEXPLAINABLE SYSTEMATIC EFFECTS” IN GRAVITATIONAL EXPERIMENTS. 2. MASS DYNAMICS AND THE SUN FACTOR

I.A. Eganova^a, W. Kallies^b

^aE-mail: eganova@math.nsc.ru; a827@rambler.ru; Sobolev Institute of Mathematics, SD RAS, Novosibirsk, Russia

^bE-mail: wkallies@jinr.ru; JINR Applied Research Centre, Dubna, Russia

1. The purpose of this report is to give a short review of our results of prolonged observations of the geological systems (minerals/mineral aggregates) mass (weight) reaction upon the exposure in the solar tower telescope BST-1 of the Crimean astrophysical observatory, when a certain region of the Sun parallel of declination was projected onto the geological system. These observations demonstrate the influence of cosmophysical factors on the dynamics of mass (weight) of a complex system (i.e. the one with an internal structure that can stay in different inner states). This influence can be one of the reasons for the “unexplainable systematic effects” [1, p. 754] in gravitational experiments.

2. The research subject in these observations was a special physical phenomenon — the innate interconnection in the world of events which can condition the space-time metric [2–5]. The point is that this innate interconnection of events (space-time points) relating to one and the same moment of time can be observed in the influence of external irreversible processes (in particular, in stars and stellar systems) on the state of the complex terrestrial system’s substance. The complex system’s mass (weight) is one of its integral characteristics, and variation of the substance state can be controlled by means of that characteristic [6]. The given astronomic observations appeared as one of the variants of the *Solar experiment* [3,4]. This experiment predicted the geological system mass (weight) reaction upon that region of the Sun parallel of declination W centered at the point E_t , where the event “True Sun”— i.e. the totality of four-dimensional events connected with the Sun, whose time coordinate coincides with the moment of observation t —is projected (see Figure 1).

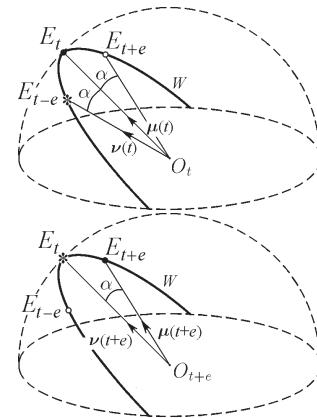


Figure 1. Celestial sphere of the Earth-bound observer O at moments t and $t + e$. $e = R/c = 8.3 \text{ min}$, where R – Sun geocentric distance, c – speed of light in vacuum. * – location of the solar disk, angle distance α of order of four solar diameters.

3. For the well-aimed study of an action of the projection E_t of the event “True Sun”

on the state of geological systems, it is necessary to have a representative collection of minerals/mineral aggregates which relate to various, already known, groups that were selected according to the value of their reaction upon the action of external irreversible processes. In our investigations the calendar natural dynamics of mass (weight) of samples of a specially selected geological collection had been preliminary traced for a number of years [7]. Observations of the mass (weight) reaction of certain geological systems upon the corresponding exposure in BST-1 were held in 1991 (October), 2003 (June), 2008 (September), and 2010 (September).

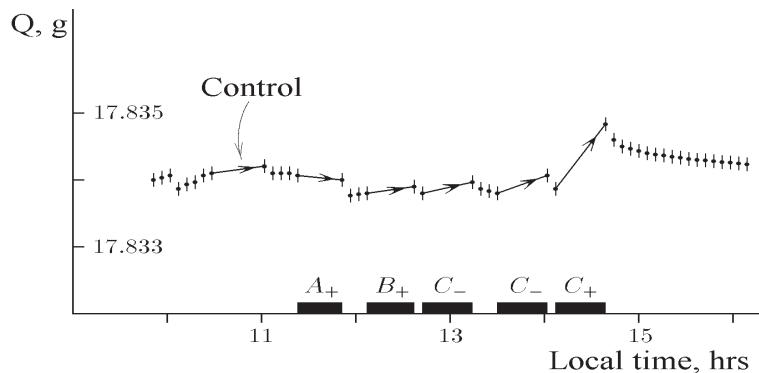


Рис.2. Mass (weight) dynamics of a crystal of some garnet

4. The series of observations realized in October of 1991, in a year of greatly high sunspot activity (yearly averaged sunspot number was of order of 150), gave us most significant results. The mass (weight) reaction of the geological system under control upon an exposure during 30 min on a slit of the BST-1 spectroheliograph when the region of E_t was projected onto it is the same: the value of Q increases by 0.00100 ± 0.00012 g. In Figure 2 is given the mineral mass (weight) dynamics when this mineral was under observation (October 11, 1991). The dashed segments A_+ , B_+ , C_+ , and C_- mean that in this time during the exposure the region of the Sun parallel of declination centered at the point, where the center of the solar disk will be observed respectively after 12 min, 4 min (the segments A and B — the two control exposures), and 8.3 min (the segments C — the region of E_t) was projected onto the mineral. The subscripts “+” and “-” denote two different orientations of the mineral; the arrows show the reaction of the mineral's mass (weight) to the exposure.

As we can see, before the exposure there is some walk of Q ; the reactions to the control exposure (Control in Figure 2), when the telescope optical system was not used, and also to the two control exposure, when the two other, “noneffective”, regions of the Sun parallel of declination (the segments A and B) were projected by the telescope optical system onto the mineral, cannot be distinguished from a background. When the telescope is projecting onto the mineral the region of the Sun parallel of declination centered at E_t its mass (weight) increases by 1 mg under the definite orientation of the mineral, C_+ , under the contrary one, C_- , reaction to the exposure is absent. (I. e. the anisotropy occurs, for minerals it is typifying.) *Nota bene:* after the exposure C_+ the walk of Q is absent; the mineral's state recovery took in that year several hours, without a walk (see Figure 2).

5. The observations carried out in 2003, 2008, and 2010 (in years of low sunspot activity)

confirmed the fact of the investigated reaction for samples of a specially selected geological collection which was discovered in 1991. The character of the concrete reaction is defined by a complex of factors which are connected with initial state of the geological system, the atmospheric and other conditions — in other words with the specific properties of the action — and, finally, with the properties of the considered Sun event.

- [1] Cook A. Experiments on gravitation // Reports of Progress in Physics. — 1988. — V. 51. — P. 707–757.
- [2] Eganova I. A. The World of events reality: instantaneous action as a connection of events through time // Relativity, Gravitation, Cosmology / Eds.: V. V. Dvoeglazov, A. A. Espinoza Garrido. — New York: Nova Science Publishers, Inc., 2004. — P. 149–162.
- [3] Eganova I. A. The Nature of Space-time. — Novosibirsk, Russia, Publishing House of SB RAS, “Geo” Branch, 2005 (in Russian).
- [4] Eganowa I. und Kallies W. Das Sonnenexperiment von Lawrence als Raum-Zeit-Erscheinung. — Saarbrücken, Deutschland, Akademikerverlag, 2013.
- [5] Eganova I. and Kallies W. A Special Physical Phenomenon — Innate Interconnection of Space-time Points // <http://arXiv.org/abs/1403.6732>.
- [6] Okun L. B. Concept of mass. (Mass, energy, relativity) // Physics — Uspekhi. — 1989. — V. 158, No. 3. — P. 511–530 (in Russian).
- [7] Eganova I. A., Kallies W., Samoilov V. N., Struminsky V. I. *Dubna – Nauchny – Novosibirsk* Geophysical Monitoring: The phase trajectories of masses. — Novosibirsk, Russia, Academic Publ. House “Geo”, 2012 (in Russian).

NATURAL DYNAMICS OF MASS: REACTION UPON SOLAR ECLIPSE

I.A. Eganova^a, W. Kallies^b, V.N. Samoilov^c, V.I. Struminsky^d

^aE-mail: eganova@math.nsc.ru; a827@rambler.ru; Sobolev Institute of Mathematics, SD RAS, Novosibirsk, Russia

^bE-mail: wkallies@jinr.ru; JINR Applied Research Centre, Dubna, Russia

^cE-mail: —; JINR Applied Research Centre, Dubna, Russia

^dE-mail: —; JINR Applied Research Centre, Dubna, Russia

1. The purpose of the present report is to show the Sun factor in natural mass (weight) dynamics of the corresponding complex, organized system (minerals/mineral aggregates): to accumulate our results of observations of these geological systems mass reaction upon solar eclipse (August 1, 2008) [1] and hundreds of “eclipses” of the Sun that arrange towers disposed in the neighbourhood of the observation [2].

2. The daily dynamics of the mass (weight) of a geological system was investigated as the definite reaction upon the geophysical and cosmic processes by means of a special geophysical monitoring at three points:

- Dubna—JINR Center of Applied Research ($56^{\circ}44'36''$ N, $37^{\circ}12'39''$ E),

- Nauchny, the Crimea—Crimean Astrophysical Observatory ($44^{\circ}43'28''$ N, $34^{\circ}00'36''$ E),
- Novosibirsk—Sobolev Institute of Mathematics, SD RAS ($54^{\circ}50'46''$ N, $83^{\circ}6'11''$ E).

The monitoring [3] is realized by a specially created complex information-measuring system (CIMS), which synchronously measures and records every 10 s eight physical characteristics: the mass (weight) M of the geological system under control, the atmospheric electric field strength E in two regions, the temperature T_{in} and relative humidity H_{in} inside of the monitoring room, the temperature T_{out} and relative humidity H_{out} in the atmosphere, the atmospheric pressure P , the illumination L .

3. The astronomical phenomenon of the Sun shielding by the Moon (the shielding of the influence of solar processes [4–6]) gives us a possibility to reveal the Sun factor in the mass (weight) dynamics of geological objects: on August 1, 2008 it gave us the possibility to see and record, sufficiently in detail, the short-term shutdown of the influence of the solar processes on the terrestrial systems in Novosibirsk (total eclipse) and its visible attenuation in Dubna (partial one). The general picture of the mineral mass (weight) dynamics at three monitoring geographical points on that day showed that an uniform decreasing of the mass (weight) was observed in Novosibirsk and Dubna. We could hypothetically connect this decreasing with the Sun influence since there was in that dynamics the characteristic shift of three hours, which corresponded to the difference of the zone time. In this case we should have expect the absolute stopping of the mass (weight) decreasing in the time of the essential Sun shielding by the Moon in Novosibirsk and a visible slowing-down of the rate of fall in Dubna. CIMS had exactly fixed these facts in presence of favorable conditions (Figure 1): in Novosibirsk the decreasing of the mineral mass (weight) M had stopped in 15 min before the zero illumination L has started and renewed (with the same rate) in several minutes after the zero illumination ending. Respectively, in Dubna (partial eclipse magnitude = 0.58) CIMS had fixed only the decreasing of the mineral mass (weight) fall rate by a factor of about 2. At Nauchny, where the partial eclipse magnitude was small (<0.3), such kind of changes were not fixed.

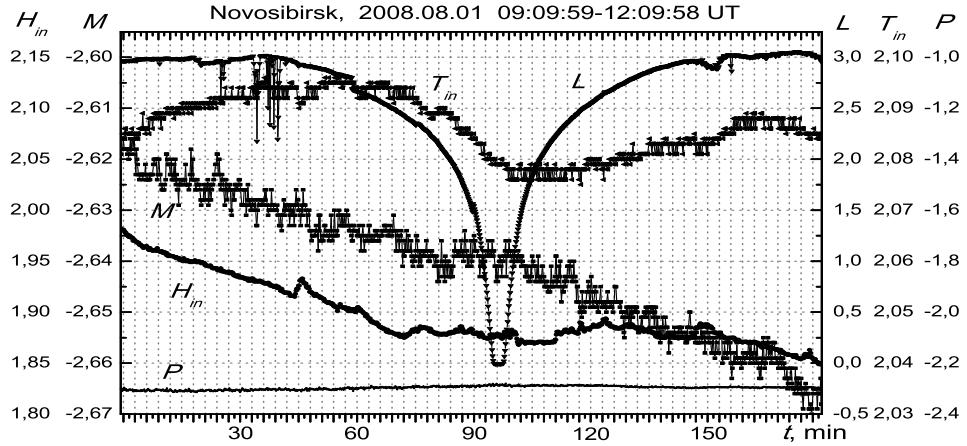


Figure 1. Minute dynamics of M , T_{in} , H_{in} , P , and L during three hours which include total solar eclipse. On the vertical axes are used monitoring's units: the mass (weight) change of 0.01 is adequate to the change of 0.05 mg, the temperature change of 0.01 corresponds to 0.44°C , the relative humidity change of 0.01 – 0.32 %, the atmospheric pressure change of 0.1 – 1 mm Hg

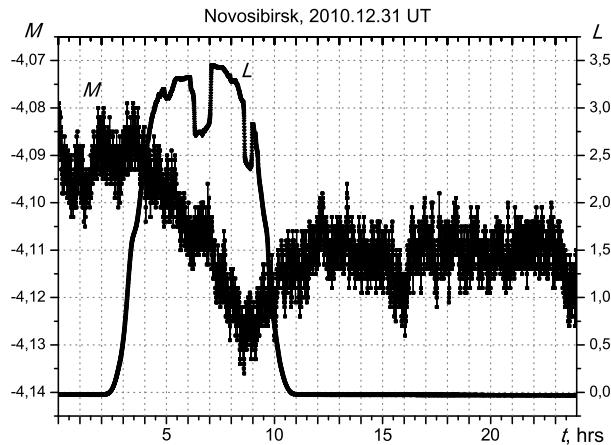


Figure 2. Daily dynamics of M and L

4. The immediate cessation of the observed under definite conditions in the atmosphere decreasing of the mass (weight) M when a tower disposed in the neighbourhood of the monitoring in Novosibirsk “turns out the Sun” — the Sun goes down below the tower (look at L in Figure 2 when $6\text{ hrs (UT)} < t < 7\text{ hrs (UT)}$ and also when $8.5\text{ hrs (UT)} < t < 9\text{ hrs (UT)}$) is sharp recorded. Dickens of such solar “eclipses” is annually recorded in Novosibirsk. That is why we can consider the statement about the Sun as a main, predominant factor in natural dynamics of the mass (weight) of terrestrial complex systems as well grounded.

[1] Eganova I.A., Samoilow V.N., Kallies W., Struminsky V.I., Khaneichuk V.I., Babin

- A.N. Dubna–Nauchny–Novosibirsk Geophysical Monitoring: The Origin of the Hurst Phenomenon and the Solar Eclipse of August 1, 2008 // Communication of the Joint Institute for Nuclear Research P18-2009-75. — Dubna, 2009 (in Russian).
- [2] Eganova I. A., Kallies W., Samoilow V. N., Struminsky V. I. Dubna – Nauchny–Novosibirsk Geophysical Monitoring: The Sun Factor // Communication of the Joint Institute for Nuclear Research P18-2011-98. — Dubna, 2011 (in Russian).
- [3] Eganova I. A., Kallies W., Samoilow V. N., Struminsky V. I. Dubna–Nauchny–Novosibirsk Geophysical Monitoring: The phase trajectories of masses. — Novosibirsk, Russia, Academic Publ. House “Geo”, 2012 (in Russian).
- [4] Eganova I. A. The World of events reality: instantaneous action as a connection of events through time // Relativity, Gravitation, Cosmology / Eds.: V. V. Dvoeglazov, A. A. Espinoza Garrido. — New York: Nova Science Publishers, Inc., 2004. — P. 149–162.
- [5] Eganova I. and Kallies W. A Special Physical Phenomenon — Innate Interconnection of Space-time Points // <http://arXiv.org/abs/1403.6732>.
- [6] Eganowa I. und Kallies W. Das Sonnenexperiment von Lawrentjew als Raum-Zeit-Erscheinung. — Saarbrücken, Deutschland, AkademikerVerlag, 2013.

АСТРОФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ ЗЕМЛИ

Л.В. Грунская^a, В.В. Исакевич^b, Д.В. Исакевич^c, В.Е. Лукьянов^d, Д.В. Рубай^e

^aE-mail: grunsk@vlsu.ru; Владимирский государственный университет, Владимир, Россия

^bE-mail: —; Владимирский государственный университет, Владимир, Россия

^cE-mail: —; Владимирский государственный университет, Владимир, Россия

^dE-mail: —; Владимирский государственный университет, Владимир, Россия

^eE-mail: —; Владимирский государственный университет, Владимир, Россия

В данном материале мы анализируем исследования в электромагнитном поле пограничного слоя атмосферы Земли сигналов, связанных с частотами гравитационно-волнового излучения двойных звездных систем; приводим доказательства внеземного происхождения данных сигналов; выделяем и исследуем свойства частоты аксионной природы. Этой работе предшествовал большой период времени (1972–2013 гг.) создания системы разнесенного в пространстве мониторинга электромагнитных полей пограничного слоя атмосферы Земли, разработки метода анализатора собственных векторов и компонент сигнала, позволившего анализировать энергонедоминирующие сигналы, связанные с астрофизическими процессами [4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11]; выделения и исследования в электромагнитном поле Земли ряда геофизических процессов — лунных гравитационных приливов, сейсмических процессов.

Основа теории взаимодействия квазистатических электромагнитных полей с гравитационным излучением была заложена в работах Bocaletti D., Гинзбурга В. Л., Зельдовича Я. Б. [1], [2]. Было показано, что периодическое гравитационное излучение приводит к формированию переменного электромагнитного поля, изменяющегося с частотой гравитационного излучения. Эти пионерские работы стимулировали

исследования многих ученых как в нашей стране, так и за рубежом, в частности в работе Балакина А. Б. [3] развивается подход, основанный на многопараметрической модуляции электромагнитных волн полем периодического гравитационного излучения вблизи ГВ источника, развита идея индуцированного нелинейного самодействия электромагнитного поля в окрестности источника ГИ. Этот эффект должен приводить к образованию аддитивной добавки в электромагнитный потенциал.

Для анализа были взяты многолетние временные ряды (ВР) вертикальной составляющей электрического поля пограничного слоя атмосферы Земли по станциям наблюдений: Душети, Воейково и Верхняя Дуброва (Душети — 30 лет, Воейково — 40 лет, Верхняя Дуброва — 25 лет). Обработка велась с использованием запатентованного нами анализатора собственных векторов и компонент сигнала (ACB и КС) — [4, 5, 6, 7]. Использование ACB и КС целесообразно в тех случаях, когда использование классической квадратурной схемы спектрального анализа вызывает затруднение в силу некогерентности анализируемого временного ряда и в силу энергетически недоминирующих анализируемых сигналов (подшумовые сигналы).

На рисунках 1а–1б приведен пример результата спектрального анализа собственных векторов ковариационных матриц, построенных по результатам мониторинга электрического поля пограничного слоя атмосферы на частоте инфразвукочастотного гравитационно-волнового (ГВ) излучения двойной звездной системы J 0700+6418 по трем станциям наблюдений. Подобному анализу были подвергнуты собственные вектора на частотах инфразвукочастотного гравитационно-волнового (ГВ) излучения двойных звездных систем: J 0700+6418, J 1012+5307, J 1537+1155, J 1959+2048, J 2130+1210, J 1915+1606. Обнаружено, что анализируемые собственные вектора имеют максимумы амплитудного спектра, совпадающие с частотой соответствующего ГВ источника (таблица 1) с действующими значениями 0.28–0.6 В/м. Индекс когерентности (ИК — аналог отношения «сигнал-шум») достаточно высок: 4–165.

Все главные компоненты, локализованные на гравитационных частотах двойных звездных систем обнаруживают также годичную модуляцию, что является одним из важных признаков внеземного происхождения сигнала. На рисунке 2а–3б приведены примеры амплитудных спектров составляющих, частотно локализованные на гравитационных частотах двойных звездных систем. Сравнение этих амплитудных спектров с амплитудным спектром тестового сигнала (пунктирной линией), имеющего единичные амплитуды гармонических составляющих с периодами 1, 1/2, 1/3 и 1/4 года свидетельствует о наличие годичных модуляций.

В процессе исследования диапазона инфразвукочастотного электромагнитного поля пограничного слоя атмосферы Земли было отмечено по всем станциям наблюдения проявление в спектрах собственных векторов не только частот гравитационно-волнового излучения источников, но и их половинных частот, совпадающих по значению с частотой обращения двойной звездной системы (рисунки 3а–3с). Природа и механизм появления таких частот в спектрах Ez исследуются в настоящее время.

Таблица 1. Главные компоненты на частотах ДЗС: J 0700+6418, J 1012+5307, J 1537+1155, J 1959+2048, J 2130+1210, J 1915+1606

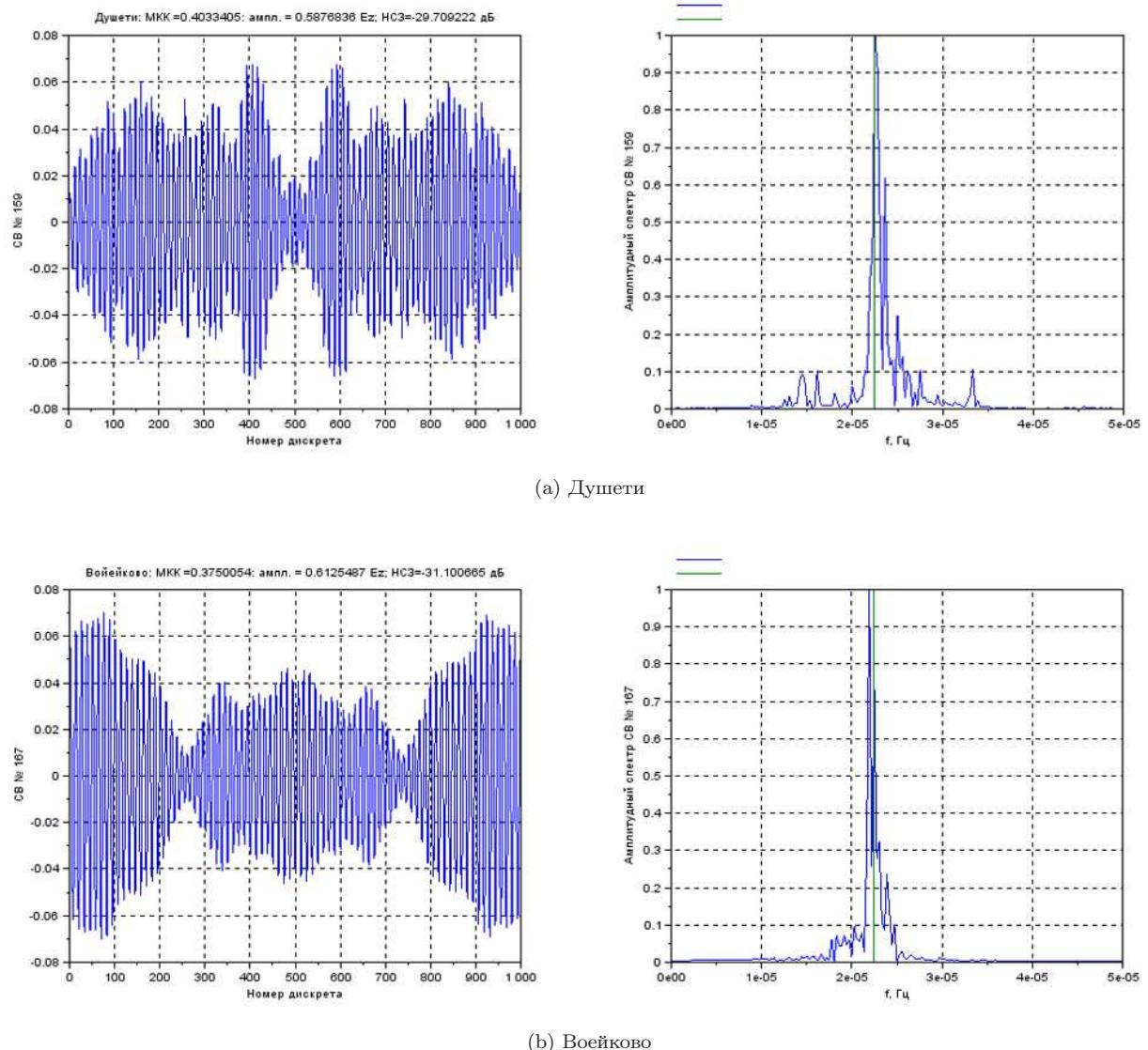


Рис. 1: Собственные векторы и их амплитудные спектры на частоте ГВ излучения двойной звездной системы J 0700+6418 по трем станциям наблюдения

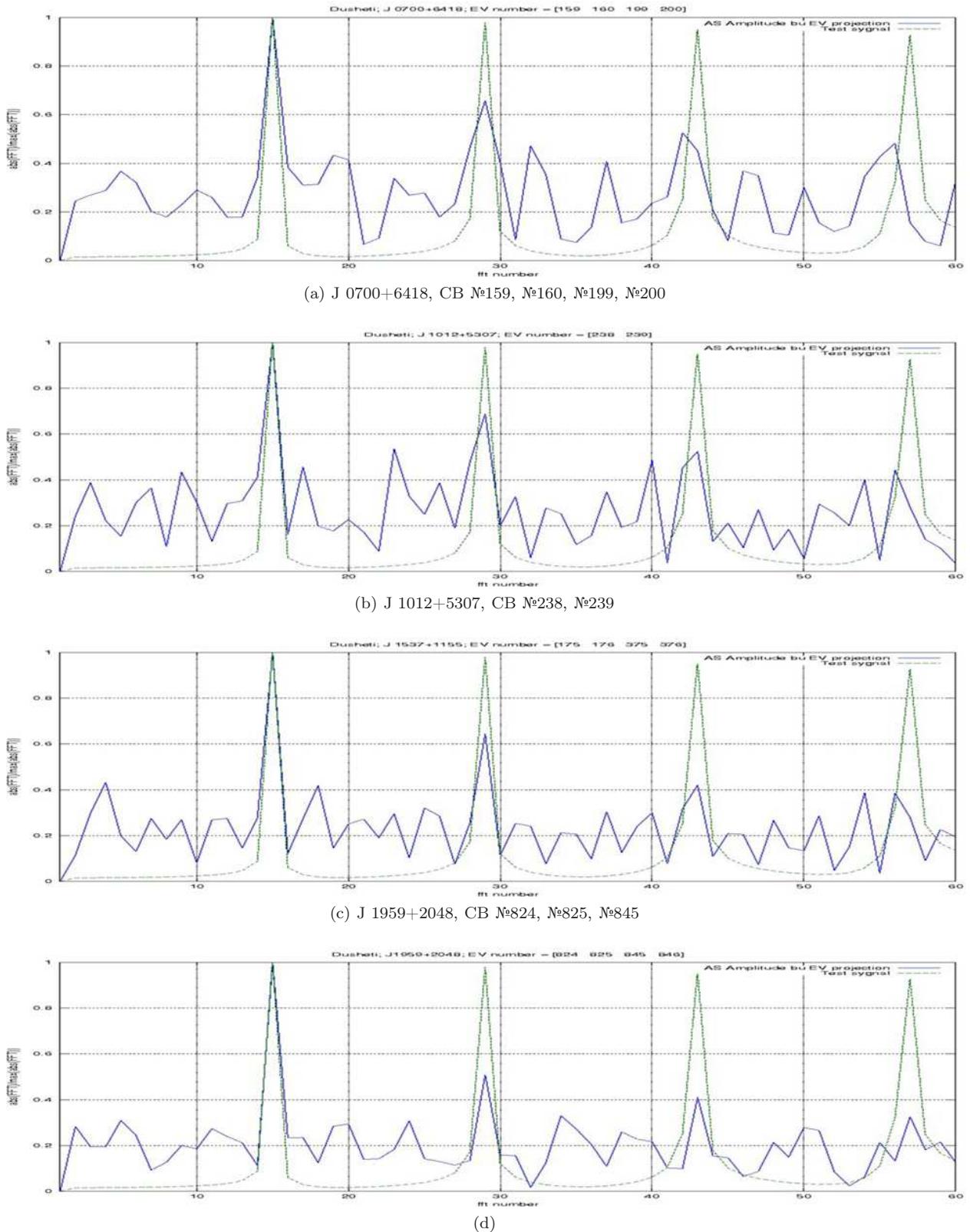
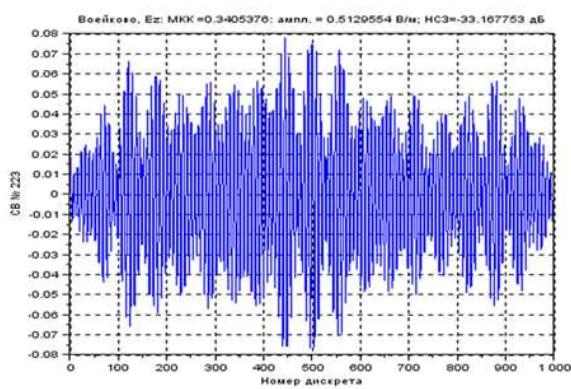
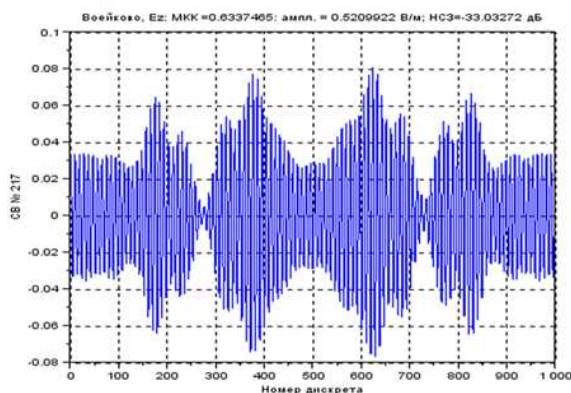
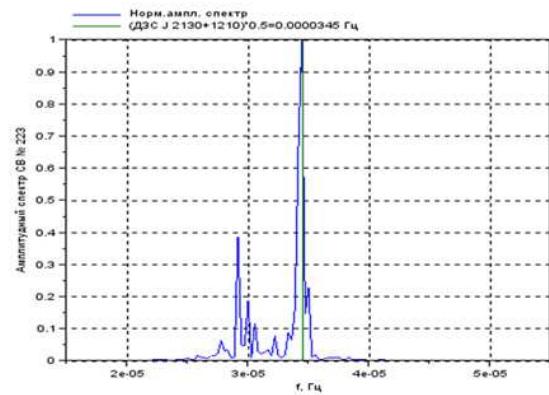


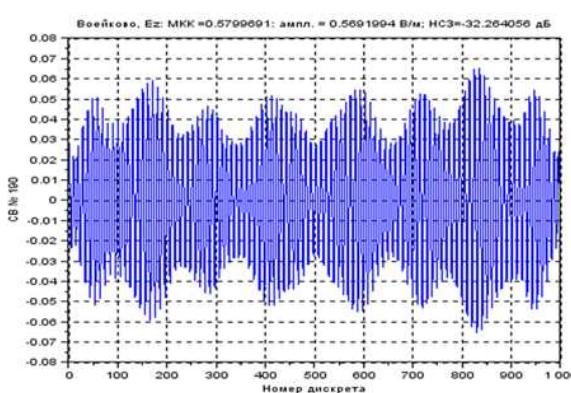
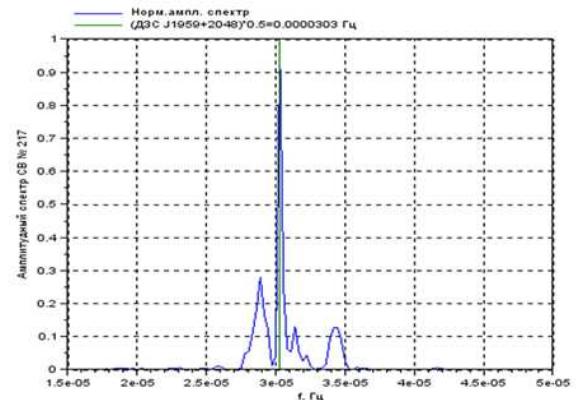
Рис. 2: Нормированный амплитудный спектр проекции временного ряда Ez станции Душети на плоскость, образованную рядом собственных векторов на частоте ГВ источника



(a) J 2130+1210



(b) J 1959+2048



(c) J 1537+1155

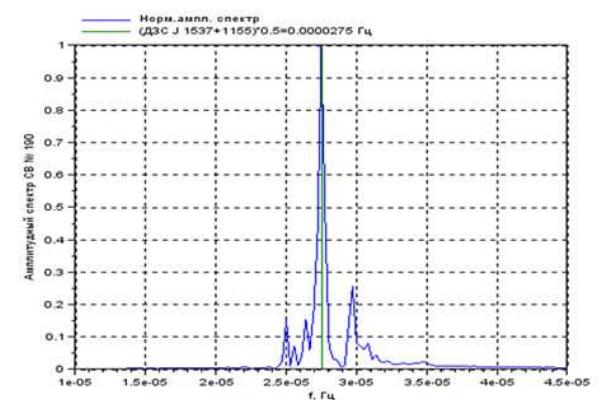


Рис. 3: Собственные вектора и их амплитудные нормированные спектры электрического поля полограничного слоя атмосферы на половинных гравитационно-волновых частотах двойных звездных систем по данным станции Воейково

ГВ источник	Период ГВ излучения (час)	Станция	Номер СВ	МКК	Амплитуда (В/м)	ИК
J 0700+6418	12.344036435	Воейково	159	0.45	0.60	118
J 0700+6418	12.344036435	Верхняя Дуброва	143	0.28	0.60	52.9
J 0700+6418	12.344036435	Душети	160	0.40	0.59	71.6
J 1012+5307	7.25607255600	Воейково	265	0.40	0.41	14.7
J 1012+5307	7.25607255600	Верхняя Дуброва	257	0.55	0.41	52.7
J 1012+5307	7.25607255600	Душети	219	0.15	0.52	2.1
J 1537+1155	5.0488475975	Воейково	377	0.35	0.32	68.2
J 1537+1155	5.0488475975	Верхняя Дуброва	403	0.60	0.31	165
J 1537+1155	5.0488475975	Душети	375	0.32	0.44	41.1
J 1959+2048	4.58187197939	Воейково	430	0.31	0.30	27.4
J 1959+2048	4.58187197939	Верхняя Дуброва	401	0.27	0.31	17.7
J 1959+2048	4.58187197939	Душети	824	0.36	0.35	40.6
J 2130+1210	4.023384623999	Воейково	516	0.19	0.28	76.6
J 2130+1210	4.023384623999	Верхняя Дуброва	465	0.24	0.28	18.3
J 2130+1210	4.023384623999	Душети	487	0.41	0.41	21.6
J 1915+1606	3.875969568352	Воейково	482	0.22	0.29	4.9
J 1915+1606	3.875969568352	Верхняя Дуброва	471	0.26	0.28	46.3
J 1915+1606	3.875969568352	Душети	434	0.37	0.43	4.89

В таблице 1 приведены данные о собственных векторах, имеющих максимумы амплитудного спектра на частотах гравитационно-волнового излучения двойных звездных систем. Индекс когерентности (аналог отношения «сигнал-шум») в таблице 1 имеет отношение к собственным векторам анализируемого процесса.

Выделение аксионной частоты в электрическом поле пограничного слоя атмосферы Земли

Опыт исследования электромагнитных полей в средах различной природы показывает, что нестационарность, неоднородность, анизотропия среды приводят к множеству экспериментально наблюдаемых физических эффектов, таких как двойное лучепреломление, оптическая активность, динамооптические явления и т.д. Очевидно, что электродинамика, отягощенная взаимодействиями из темного сектора, таит множество сюрпризов и открытий, а потому представляется нам одним из актуальнейших направлений в данной отрасли науки. Особо важной на ближайшем этапе исследований нам представляется та часть работы, которая связана с аксионной электродинамикой.

В связи с этим мы предлагаем свою оригинальную программу косвенного обнаружения аксион-фотонных взаимодействий. Предлагаемая нами программа исследования аксион-фотонных взаимодействий основана на мониторинге инфракрасных вариаций электрического и геомагнитного поля Земли при наличии информации о вариациях геопотенциала. По нашей гипотезе реликтовые аксионы, входящие в состав скоплений темной материи в окрестности Земли, имеют неоднородное распределение по высоте, и градиент псевдоскалярного (аксионного) поля порождает, согласно уравнениям аксионной электродинамики, динамическую связь электрического и магнитного полей в окрестности Земли.

Как теоретически было предсказано [9, 10, 11], в процессе мониторинга инфракрасных вариаций электрического и геомагнитного поля Земли может быть обнаружена частота, связанная с сигналом аксион-фотонных взаимодействий.

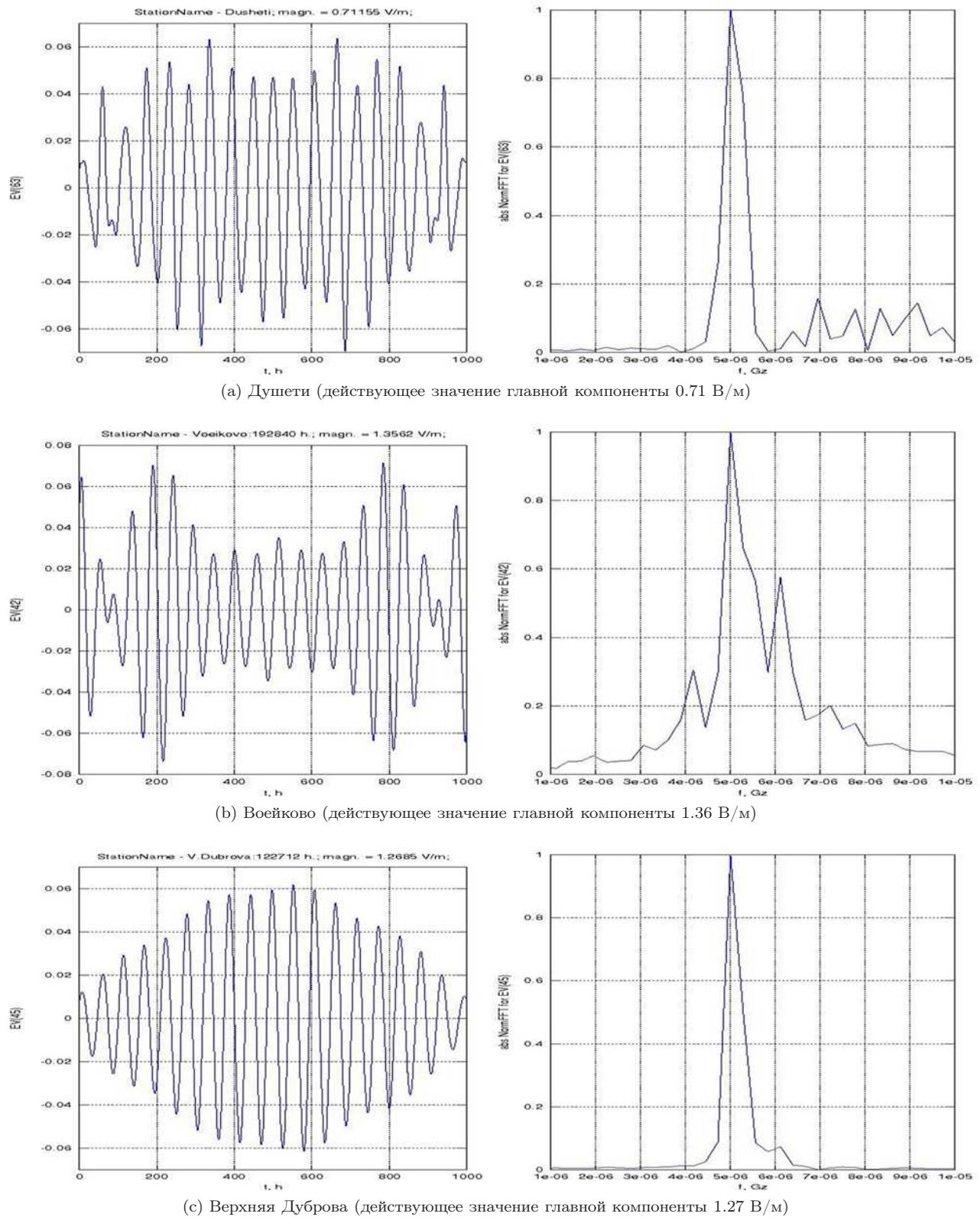


Рис. 4: Собственные вектора и их амплитудные спектры, близки частоты $5 \cdot 10^{-5}$ Гц по трем станциям наблюдения

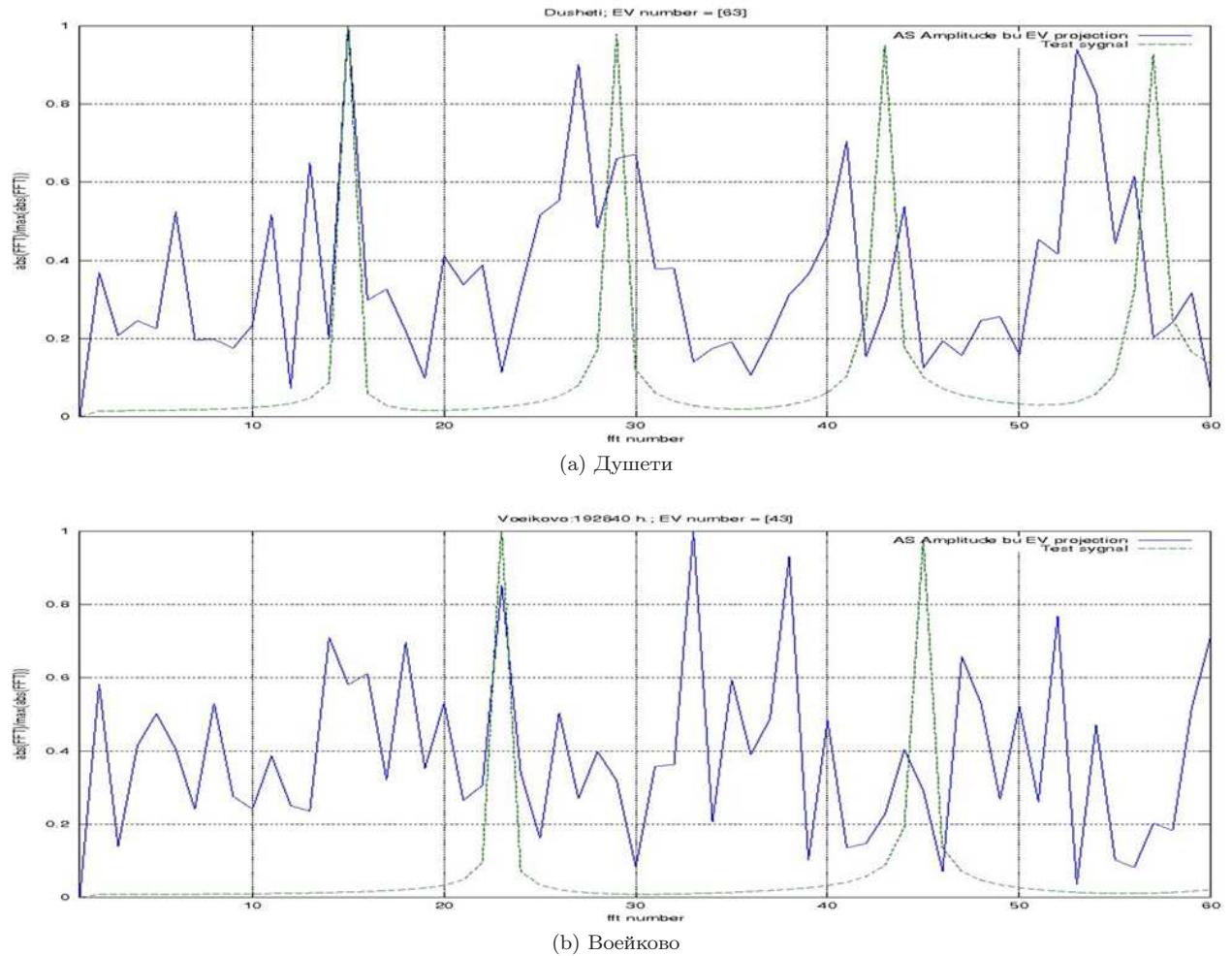


Рис. 5: Выделение годичной модуляции в амплитудных спектрах собственных векторов на частоте $5 \cdot 10^{-5}$ Гц по станциям наблюдения

Осуществляемая нами программа исследования аксион-фотонных взаимодействий основана на мониторинге инфразвуковых вариаций электрического и геомагнитного поля Земли, то есть базируется на технике, измерительных методиках и схемах обработки данных, которые неоднократно и тщательно отработаны для других научно-технических задач. По нашей гипотезе реликтовые аксионы, входящие в состав скоплений темной материи в окрестности Земли, имеют неоднородное распределение, и градиент псевдоскалярного (аксионного) поля порождает, согласно уравнениям аксионной электродинамики, динамическую связь электрического и магнитного полей в окрестности Земли. В отличие от лабораторных экспериментов в вакууме, целью которых является прямое обнаружение сигнала, спровоцированного аксион-фотонным взаимодействием, мы рассчитываем на выделение коррелиированного полезного сигнала из шума. Поскольку градиент псевдоскалярного поля несет в себе следы временных вариаций геопотенциала, речь фактически идет о совместном экспериментальном исследовании характерных свойств и взаимных корреляций полей четырех типов: электрического, магнитного, гравитационного и аксионного. Для первых трех полей должны быть использованы достоверные данные наблюдений, а присутствие аксионного поля должно быть обнаружено при анализе соответствующих кросс-корреляций.

По данным теоретических исследований в электрическом поле пограничного слоя атмосферы Земли аксион-фотонные взаимодействия должны проявляться на частоте, близкой к $5 \cdot 10^{-6}$ Гц. Обработка экспериментальной информации по электрическому полю на предмет обнаружения аксионной частоты велась с использованием анализатора собственных векторов и компонент сигнала (АСВ и КС) [4]. Было проведено выявление аддитивных некоррелированных компонент, локализованных на частоте близкой к $5 \cdot 10^{-6}$ Гц, для трех временных рядов: Душети, Воейково, Верхняя Дуброва. Были определены действующие значения исследуемой некоррелированной амплитудной компоненты. Как показали результаты исследований составляющие на частоте $5 \cdot 10^{-6}$ Гц, так же как и составляющие на ГВ частотах ДЗС, некогерентны для всех трех временных рядов. На рисунках 4а–4с приведены отобранные собственные вектора и их амплитудные спектры, демонстрирующие локализацию на частоте $5 \cdot 10^{-6}$ Гц по трем станциям наблюдений. Действующие значения главных компонент, соответствующих отобранным СВ для трех временных рядов составляют 0.71 В/м (Душети — СВ №63), 1.36 и 1.33 В/м (Воейково — СВ №42 и №43), 1.27 В/м (Душети — СВ №45 и №46). Все, соответствующие отобранным собственным векторам главные компоненты, имеют годичные модуляции (рисунки 5а–5б), что также подтверждает внеземной характер изучаемого процесса.

Выводы

Для трех станций наблюдения (Душети, Верхняя Дуброва, Воейково) с использованием анализатора собственных векторов и компонент сигнала (АСВ и КС) исследованы многолетние временные ряды вертикальной составляющей электрического поля пограничного слоя атмосферы Земли в инфразвуковом диапазоне. Показано, что все исследованные временные ряды имеют некогерентные составляющие на частотах инфразвукового гравитационно-волнового излучения шести двойных звездных систем: J 0700+6418, J 1012+5307, J 1537+1155, J 1959+2048, J 2130+1210, J 1915+1606 с действующими значениями 0.28–0.6 В/м, которые не могут (в силу сво-

ей некогерентности) быть обнаружены с использованием классической квадратурной схемы спектрального анализа, но могут быть выявлены с использованием АСВ и КС. Некоррелированные составляющие на ГВ частотах двойных звездных систем имеют ярко выраженные годичные амплитудные модуляции, что является одним из важных признаков внеземного происхождения выделенных сигналов в электрическом поле пограничного слоя атмосферы Земли. Показано также, что все исследованные временные ряды имеют некогерентные составляющие на аксионной частоте $5 \cdot 10^{-6}$ Гц с действующими значениями 0.71–1.36 В/м. Некоррелированные составляющие на частоте $5 \cdot 10^{-6}$ Гц имеют также ярко выраженные годичные амплитудные модуляции. Работы осуществлены при поддержке Программы Государственного задания №5.2971.2011, гранта РФФИ №11-05-97518, ФЦП 14.B37.21.0668.

Литература

- [1] Bocaletti D., De Sabatta V., Fortini P., Gualdi C. / Nuovo Cim - vol.70, №2, pp.129–146, 1970.
- [2] Гинзбург В.Л., Цитович В.Н. Переходное излучение и переходное рассеяние / М.: Наука, 1984.
- [3] Балакин А.Б. / Гравитация и теория относительности, вып.30, стр.31–65, 1992.
- [4] Исакевич В.В., Исакевич Д.В., Грунская Л.В. Анализатор собственных векторов и компонент сигнала. Патент РФ №116242.
- [5] Грунская Л.В., Исакевич В.В., Сушкова Л.Т., Закиров А.А. Применение базиса собственных векторов ковариационных матриц для выявления сложнопериодических составляющих временного ряда / Электромагнитные волны и электронные системы, №10, стр.24–28, 2010.
- [6] Исакевич В.В., Исакевич Д.В., Батин А.С., Грунская Л.В., Сушкова Л.Т. Использование собственных векторов ковариационных матриц для обнаружения гармонических составляющих временных рядов / Известия института инженерной физики, вып.17, №3, стр.45–50, 2012.
- [7] Исакевич В.В., Грунская Л.В., Исакевич Д.В., Сушкова Л.Т., Батин А.С. Функциональные модели целеустремленного поиска признаков природных явлений в собственных векторах ковариационных матриц временных рядов / Нелинейный мир, №10, стр.651–657, 2010.
- [8] Grunskaya L.V., Efimov V.A., Isakevich V.V., Zakirov A.A. Experimental investigations of the interaction between the ELF Earth electromagnetic fields and astrophysical processes / American Institute of Physics AIP Conf. Proc. vol.1206, pp.455–461, 2010.
- [9] Balakin A.B., Grunskaya L.V. Axion electrodynamics and dark matter fingerprints in the terrestrial magnetic and electric fields / Reports on mathematical physics, vol.71, pp.45–67, 2013.

- [10] Balakin A.B. Extended axion electrodynamics and dark matter fingerprints / 14-th Ressian Gravitation Conference — International Conference on Gravitation, Cosmology and Astrophysics, pp.27, 2011.
- [11] Balakin A.B. Extended axion electrodynamics, relic axions and dark matter fingerprints in the terrestrial electromagnetic field / Proceedings of 9th Patras Workshop on Axions, WIMPs and WISPs 14-th Ressian Gravitation Conference — International Conference on Gravitation, Cosmology and Astrophysics, 2013.

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СОБСТВЕННЫХ ВЕКТОРОВ
КОВАРИАЦИОННЫХ МАТРИЦ ДЛЯ ВЫЯВЛЕНИЯ
ЭНЕРГЕТИЧЕСКИ НЕДОМИНИРУЮЩИХ
КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКИХ СОСТАВЛЯЮЩИХ ВРЕМЕННЫХ
РЯДОВ**

В.В. Исакевич^a, Д.В. Исакевич^b

^aE-mail: businesssoftservice@gmail.com; Владимирский государственный университет, Владимир, Россия

^bE-mail: —; Владимирский государственный университет, Владимир, Россия

Аннотация. Разработан и реализован программно-аналитический комплекс (ПАК) для исследования в спектральной и временной областях рядов многолетних наблюдений вертикальной составляющей напряженности электрического поля пограничного слоя атмосферы Земли. Использование в ПАК метода спектрального анализа собственных векторов (СВ) ковариационной матрицы (КМ) электрического поля показало его эффективность для выявления периодических составляющих с относительным энергетическим вкладом вплоть до 10^{-4} [7], [5], [?], [6].

Новизна разработанного метода [4] состоит в том, что спектральному анализу подвергается не сам исходный временной ряд (ВР), а собственные векторы его ковариационной матрицы, что позволяет применить спектральный анализ к отдельным взаимно некоррелированным составляющим временного ряда, связанным с определенными физическими процессами. Метод собственных векторов при использовании критерия максимального коэффициента корреляции (МКК) собственных векторов с отрезком гармонического сигнала [6] продемонстрировал высокую эффективность на всех исследованных многолетних временных рядах электрического поля в приземном слое атмосферы.

Выявлены СВ, максимумы амплитудных спектров которых отстоят от частот лунных и солнечных приливов не более чем на 0.3 мГц. Отношение максимального значения амплитудного спектра к его среднему значению у этих векторов (далее индекс когерентности, сокращенно — ИК) составляет от 10 до 100. ИК можно рассматривать в качестве аналога отношения «сигнал-шум» для спектрально сосредоточенных компонент.

Решена задача оценки амплитуды главных компонент вертикальной составляющей электрического поля для каждого лунного и солнечного прилива и сравнение этих оценок с оценками, полученными ранее с помощью метода корреляционного квадратурного приемника [?].

Введение

В 1945–1946 гг. Каруненом и Лоэвом было предложено представление случайных процессов в базисе собственных функций (разложение Карунена-Лоэва), впоследствии нашедшее применение при обнаружении сигналов в окрашенном шуме [?].

Начиная с 1970-х гг. для представления многомерных данных получил применение метод анализа главных компонент — проекций данных на собственные векторы, первоначально предполагавший физическую интерпретацию главных компонент. Первоначально метод использовался применительно к динамическим системам при наличии турбулентности, а в настоящее время применяется в различных областях, в том числе в биометрии, хемометрии и измерительной технике. Наряду с анализом главных компонент в базисе собственных векторов ковариационных матриц, используется разложение тензоров (в хемометрии и анализе изображений) [?].

В 1962 г. для выявления периодичностей в одномерных временных рядах группой академика А. Н. Колмогорова был предложен метод, получивший название «Гусеница». В методе «Гусеница» используются задержки для развёртки одномерного временного ряда в многомерный; после получения главных компонент производится их группировка и восстановление компонент временного ряда. Первое практическое применение этого метода нашёл в авиационной эргономике (М. М. Кислицын, «Вопросы кибернетики», 1978 г.). Исследования по этому методу продолжаются в СпбГУ группой Н. Голяндина; основные применения метод нашёл в экологическом и метеорологическом мониторинге. Аналогичный метод, получивший название анализа сингулярного спектра (Singular Spectrum Analysis), был предложен в Институте исследования атмосферы, Калифорния (работы в 1980–1990-е гг.). Также в разработке и продвижении метода активно участвует А. Жиглявский (Университет Кардифф, Англия) [?].

При анализе сингулярного спектра решается задача восстановления главных компонент и временного ряда, а собственные векторы и собственные значения рассматриваются как носители признаков; авторы метода указывают на неоднозначность выбора собственных векторов и отсутствие четких критериев их отбора. В этом методе предлагается производить визуальный анализ собственных векторов (путём построения графиков и фигур Лиссажу) с целью их отбора и группировки. Анализ сингулярного спектра, как правило, производится при малой (не более 100–200) размерности задачи, и требует больших вычислительных затрат.

Во всех перечисленных методах собственные векторы и собственные значения находятся с использованием численных методов линейной алгебры или нейросетевых методов (машины опорного вектора, прямые и обратные сети Хебба [?]). Вместе с тем, все перечисленные методы основаны на использовании проекций данных на собственные векторы; самим собственным векторам отводится в них вспомогательная роль. При этом анализ собственных векторов ковариационных матриц временных рядов (eigenvector analysis), известный также как анализ эмпирических ортогональных функций (empirical orthogonal functions analysis), редко выделяют из анализа сингулярного спектра в отдельный метод.

Предложенный метод выявления энергетически недоминирующих квазипериодических компонент временных рядов электрического поля основан на методе eigenvector analysis; рассмотрим этот метод и полученные результаты более подробно.

Собственные векторы ковариационной матрицы временного ряда длины N отсчетов, оцениваемой на интервале анализа длины M отсчетов, определяются соотношением [?]

$$K\psi_i = \lambda_i\psi_i \quad (1)$$

где K — ковариационная матрица, имеющая размер $M \times M$,

ψ_i , λ_i — i -ый собственный вектор и i -ое собственное значение, соответственно ($i = 1, 2, \dots, M$).

Ковариационная матрица K в нашем исследовании получалась из траекторной матрицы

$$T = (s_1, s_2, s_3, \dots, s_{N-M+1}) \quad (2)$$

содержащей все отрезки, представляющие собой матрицы-столбцы s_j длины M временного ряда, с использованием соотношения

$$K = \frac{T \cdot T'}{N - M + 1} \quad (3)$$

Нетрудно показать, что средняя энергия сигнала, наблюдаемого на интервале анализа, определяется соотношением

$$E_M = \frac{1}{N - M + 1} \sum_{j=1}^{N-M+1} s'_j s_j = \sum_{i=1}^M k_{ii} = \text{Tr} K = \sum_{i=1}^M \lambda_i \quad (4)$$

где k_{ii} — диагональный элемент ковариационной матрицы K ,

$\text{Tr} K$ — след (сумма диагональных элементов) матрицы K , в соответствии с [?] равный сумме собственных значений ковариационной матрицы.

В ПАК строится траекторная матрица, вычисляется ковариационная матрица и собственные векторы и собственные значения, по которым вычисляются относительные энергетические вклады некоррелированных составляющих, выражаемые собственными значениями, нормированными к следу ковариационной матрицы

$$E_{i,relative} = \frac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^M \lambda_i} \quad (5)$$

Величины, определяемые соотношением 5, представляют собой относительные энергетические вклады различных СВ в полную энергию ВР на интервале анализа.

При анализе СВ упорядочиваются по убыванию их относительных энергетических вкладов.

Действующее значение A_i главной компоненты (некоррелированной составляющей), соответствующей i -му СВ, определяется формулой

$$A_i = \sqrt{E_{i,relative}} M_2 \quad (6)$$

где $M_2 = m^2 + \sigma^2$ — второй начальный момент ВР.

Использование оценки 6 для главных компонент лунных приливов дало значения, которые существенно (на один-два порядка) превышают оценки амплитудного спектра, полученные с помощью метода корреляционного квадратурного приемника [?]. Это привело к необходимости исследования поведения оценок амплитудного спектра, полученных с использованием корреляционного квадратурного приемника на частотах лунных приливов, в зависимости от величины интервала анализа.

Исследование поведения (когерентности) спектральных составляющих на частотах солнечных и лунных приливов в зависимости от интервала анализа

При исследовании поведения спектральных составляющих на частотах солнечных и лунных приливов моделировалась квадратурная схема спектрального анализа [?], настроенная на эти частоты. Исследовалась зависимость оценок амплитудного спектра для отрезков временного ряда от их длительности. Для каждой длительности были построены выборки оценок амплитудного спектра для неперекрывающихся отрезков временного ряда; для этих выборок вычислялись среднее значение, стандартное отклонение и действующее значение (квадратный корень из второго начального момента) амплитудного спектра. На рисунках 1–3 приведены зависимости этих величин от длительности интервала анализа, построенные для частот приливов.

Из приведенных графиков видно, что в диапазоне значений интервала анализа от 1000 до 30000 часов величина действующего значения амплитудного спектра уменьшается — для частот лунных приливов. Это свидетельствует, что на длительном интервале анализа спектральные составляющие на частотах лунных приливов некогерентны. Иная ситуация наблюдается на частотах солнечных приливов. На рисунке 3 приведен пример для случая солнечного прилива S1. Как видно из графиков, наблюдается асимптотическая сходимость оценки амплитудного спектра к некоторому значению, что свидетельствует о когерентности составляющей на частотах солнечных приливов.

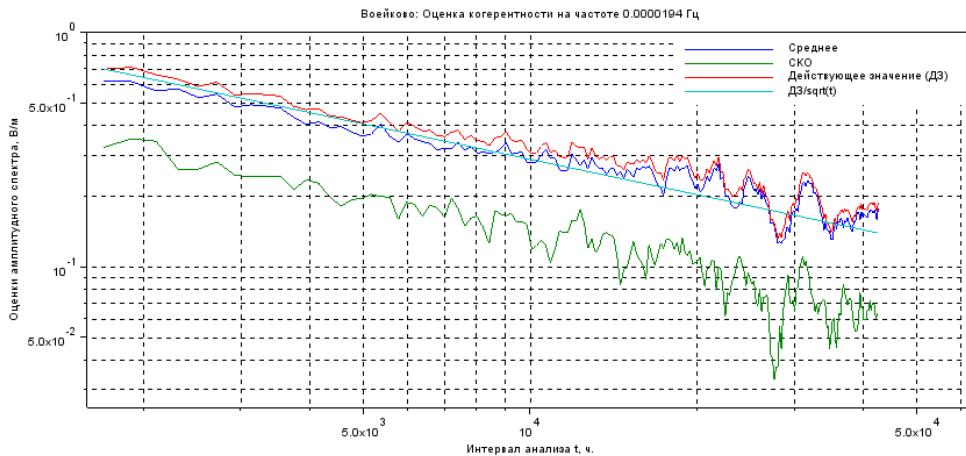


Рис.1. Зависимость среднего значения, стандартного отклонения и действующего значения амплитудного спектра от длительности интервала анализа на частоте лунного прилива 2N2 (для временного ряда наблюдений на станции Воейково, длительность временного ряда 122712 ч)

Приведенные зависимости показывают, почему с помощью квадратурной схемы солнечные приливы обнаруживаются, а составляющие на частотах лунных приливов — нет. Причина кроется в том, что эти составляющие не являются когерентными, а, следовательно, увеличение интервала анализа будет приводить к уменьшению значения оценки амплитудного спектра. Как будет показано, это не мешает указанным некогерентным составляющим быть спектрально локализованными в окрестностях

частот лунных приливов.

Для объяснения ситуации может быть принята рабочая гипотеза, которая состоит в том, что составляющие на частотах лунных приливов представляют собой произведение высококогерентной составляющей на модулирующую составляющую (возможно гармоническую), которая многократно меняет знак на интервале анализа.

Оценка амплитуды главных компонент на частотах лунных приливов с помощью метода собственных векторов

Обработка велась с использованием анализатора собственных векторов и компонент сигнала (ACB и КС) [7], структурная схема которого представлена на рисунке 4. На вход блока масштабирования 1 поступает анализируемый временной ряд; в блоке 2 вычисляется ковариационная матрица временного ряда для заданной длительности интервала анализа; в блоке 3 производится вычисление собственных векторов и собственных значений ковариационной матрицы; в блоке 4 осуществляется их анализ. Ковариационная матрица в блоке 2 вычисляется с использованием соотношения 3.

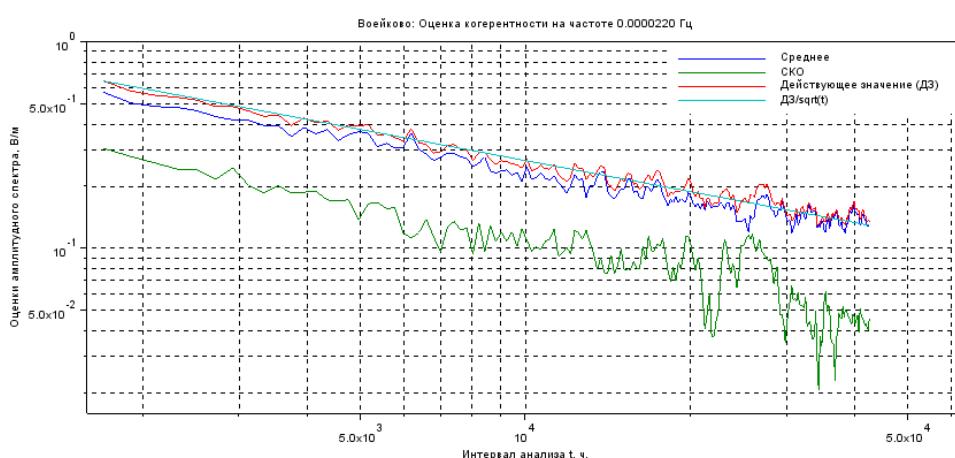


Рис.2. Зависимость среднего значения, стандартного отклонения и действующего значения амплитудного спектра от длительности интервала анализа на частоте лунного прилива N2 (для временного ряда наблюдений на станции Воейково, длительность временного ряда 122712 ч)

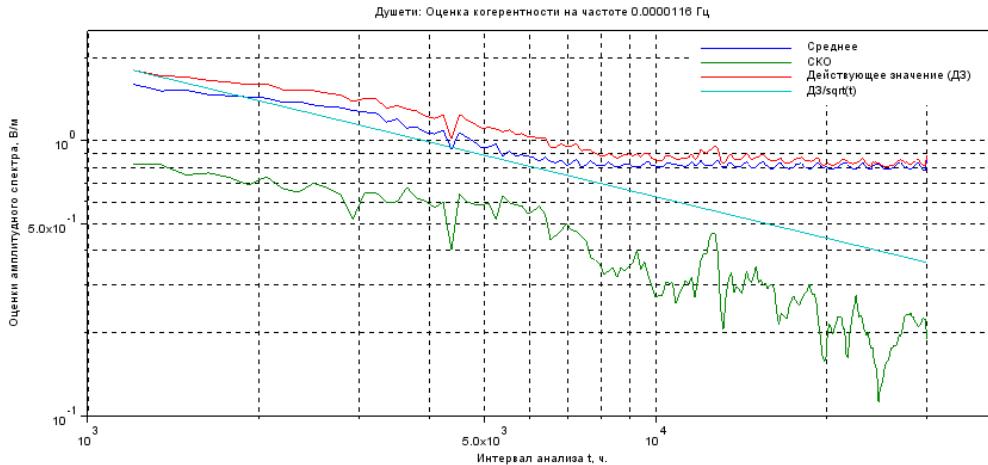


Рис.3. Зависимость среднего значения, стандартного отклонения и действующего значения амплитудного спектра от длительности интервала анализа на частоте солнечного прилива S1 (для временного ряда наблюдений на станции Душети, длительность временного ряда 122736 ч)

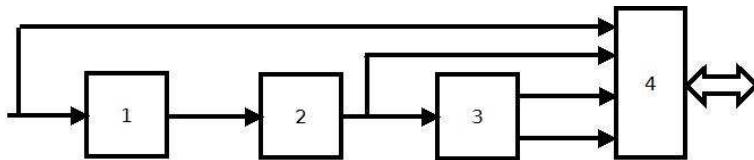


Рис.4. Структурная схема анализатора собственных векторов и компонент сигнала

ACB и КС относится к классу анализаторов с адаптивным базисом; базис собственных векторов 1, в котором осуществляется представление ВР на конечном интервале анализа, зависит от самого ВР. Нетрудно показать (с использованием известных теорем линейной алгебры, что представление в базисе СВ при заданной точности представления ВР на интервале анализа требует наименьшего числа компонент, то есть обладает наибольшей выразительностью. При этом сами собственные векторы несут в себе информацию о структуре исследуемого ВР. Так, при наличии во ВР спектрально локализованных компонент, СВ будут содержать в себе эти компоненты, которые могут быть обнаружены с использованием стандартных средств спектрального анализа. Показано [6], что спектральный анализ СВ обладает большей чувствительностью чем классический спектральный анализ ВР, в тех случаях, когда компоненты не являются когерентными. ACB и КС во многих случаях позволяет выявлять тип анализируемого ВР [4].

Использование ACB и КС целесообразно в тех случаях, когда использование классической квадратурной схемы спектрального анализа вызывает затруднение в силу некогерентности ВР.

Рисунки 5 и 6 иллюстрируют работу ACB и КС при анализе двух конкретных лунных приливов — M2 и 2N2 — на интервале анализа 1000 часов для временного ряда наблюдений на станции Воейково (длительность временного ряда 122712 часов).

На левом графике рисунка 5 показан 179-ый собственный вектор, локализованный вблизи частоты M2, а на правом графике — его амплитудный спектр, определенный с

использованием быстрого преобразования Фурье, имеющий максимум вблизи частоты лунного прилива. Значение ИК определяется по графику амплитудного спектра и приведено в таблице. Рисунок 6 иллюстрирует поведение СВ №134; амплитудный спектр этого СВ локализован вблизи частоты прилива 2N2.

С использованием АСВ и КС были построены и проанализированы собственные векторы трех временных рядов наблюдений (на станциях Войково, Душети и Верхняя Дуброва) для интервала анализа длительностью 1000 часов; выявлены собственные векторы, максимумы амплитудных спектров которых близки к табличным частотам известных лунных и солнечных приливов; для всех отобранных собственных векторов определены:

1. Индекс когерентности,
2. Относительное уклонение максимума амплитудного спектра от частоты прилива,
3. Значение критерия МКК,
4. Нормированное собственное значение,
5. Амплитуда главной компоненты, вычисленная с использованием соотношения 6.

Отбор СВ, спектрально локализованных вблизи частот лунных приливов, осуществлялся по значению критерия максимума коэффициента корреляции СВ и гармонического вектора на заданной частоте (МКК).

В таблице 1 приведены результаты оценки амплитуды главных компонент на частотах лунных приливов по станциям Войково, Верхняя Дуброва, Душети (СВ — собственный вектор).

Таблица 1. Амплитуды главных компонент на частотах лунных приливов, значения МКК и ИК

Прилив	T (час)	Станция	Номер СВ	МКК	Амплитуда (В/м)	ИК
2N2	14.3261	Воейково	134	0.54	0.74	77.89
2N2	14.3261	Верхняя Дуброва	130	0.52	0.63	16.33
2N2	14.3261	Душети	107	0.39	0.65	31.59
J1	23.0646	Воейково	89	0.60	0.97	107
J1	23.0646	Верхняя Дуброва	82	0.48	0.89	113
J1	23.0646	Душети	119	0.38	0.63	57
L2	12.1991	Воейково	176	0.46	0.63	37
L2	12.1991	Верхняя Дуброва	143	0.36	0.60	53
L2	12.1991	Душети	127	0.37	0.62	49
M1	24.8724	Воейково	80	0.62	1.03	147
M1	24.8724	Верхняя Дуброва	77	0.54	0.92	134
M1	24.8724	Душети	124	0.31	0.62	31
M2	12.4(6)	Воейково	179	0.60	0.62	227
M2	12.4(6)	Верхняя Дуброва	145	0.45	0.60	27
M2	12.4(6)	Душети	131	0.40	0.61	32
N2	12.65	Воейково	167	0.49	0.65088	67
N2	12.65	Верхняя Дуброва	135	0.32	0.62	59
N2	12.65	Душети	131	0.38	0.61	58
O1	25.8176	Воейково	62	0.63	1.13	132
O1	25.8176	Верхняя Дуброва	85	0.27	0.88	109
O1	25.8176	Душети	40	0.46	0.79	9
OO1	18.9891	Воейково	112	0.62	0.83	15
OO1	18.9891	Верхняя Дуброва	101	0.36	0.77	32
OO1	18.9891	Душети	134	0.30	0.61	28
Q1	25.71(6)	Воейково	62	0.56	1.13	132
Q1	25.71(6)	Верхняя Дуброва	85	0.41	0.88	109
Q1	25.71(6)	Душети	40	0.50	0.79	9

Заключение

Показано, что поведение оценок амплитудного спектра временных рядов вертикальной составляющей электрического поля пограничного слоя атмосферы Земли на частотах лунных приливов существенно отличается от оценок на частотах солнечных приливов. В частности, оценка амплитуд спектральных составляющих на частотах лунных приливов уменьшается с увеличением интервала спектрального анализа — в то время как оценки на частотах солнечных приливов сходятся к некоторому ненулевому значению. Таким образом, оценка амплитуд спектральных составляющих временных рядов вертикальной составляющей электрического поля пограничного слоя атмосферы Земли на частотах лунных приливов с использованием квадратурной схемы невозможна, в силу некогерентности этих составляющих — в отличие от составляющих на частотах солнечных приливов.

Для оценки некогерентных составляющих временных рядов, локализованных на частотах лунных приливов, предлагается использовать анализатор собственных векторов и компонент сигналов [4]. В нём оценивается ковариационная матрица времен-

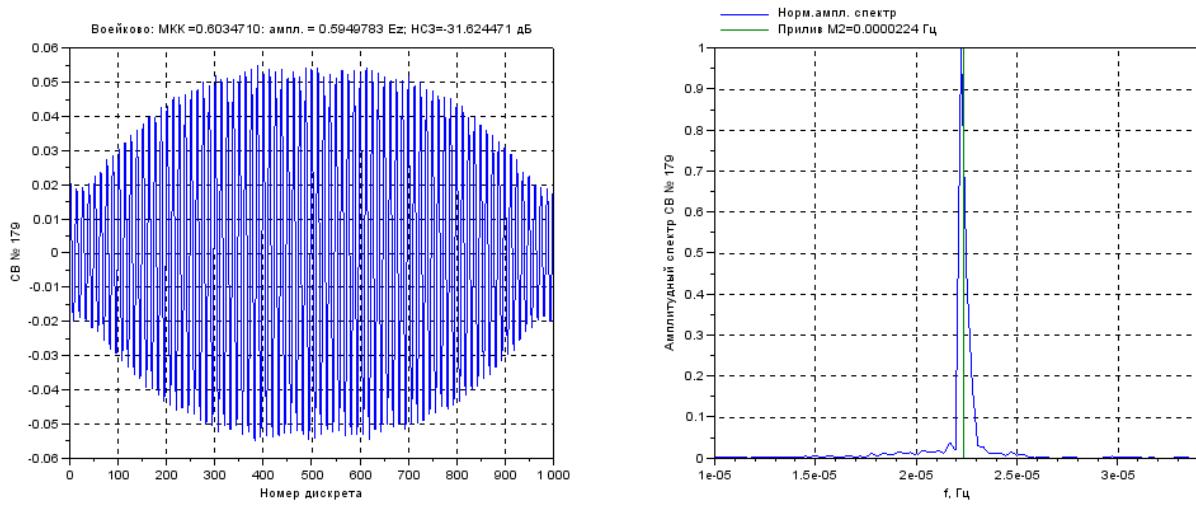


Рис. 5: Спектральный анализ собственных векторов для лунного прилива M2. На графике слева — собственный вектор прилива; справа — амплитудный спектр собственного вектора; временной ряд Воййково; 50-процентная окрестность частоты лунного прилива

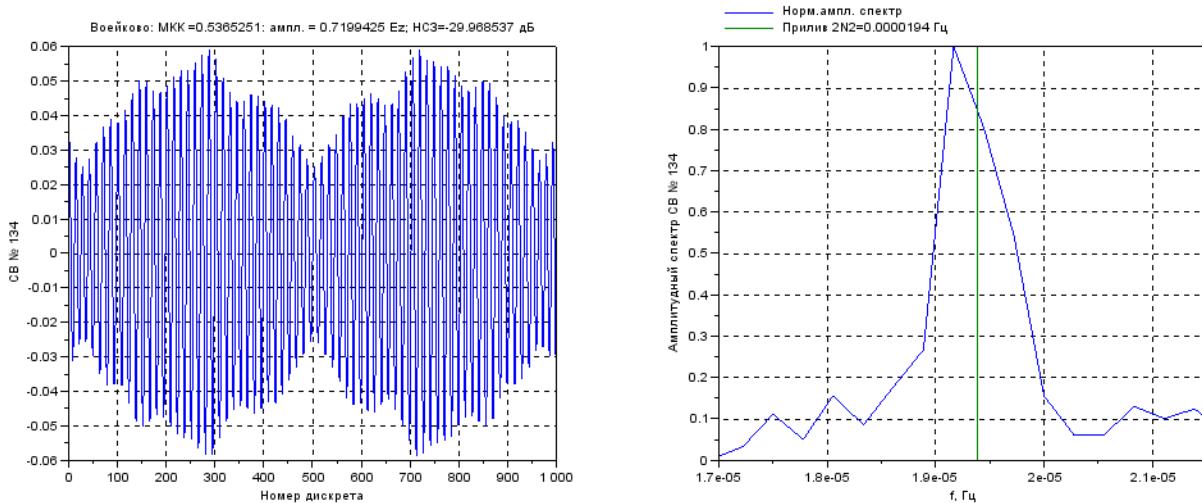


Рис. 6: Спектральный анализ собственных векторов для лунного прилива 2N2. На графике слева — собственный вектор прилива; справа — амплитудный спектр собственного вектора; временной ряд Воййково; 10-процентная окрестность частоты лунного прилива

ногого ряда, вычисляются её собственные векторы и отбираются те из них, которые имеют максимум амплитудного спектра близкий к частотам лунных приливов. Одновременно с собственными векторами оцениваются и собственные значения, знание которых позволяет определить действующие значения взаимно некоррелированных составляющих, локализованных на частотах лунных приливов. Оценка амплитуд таких составляющих показала, что они имеют величину 0.60–1.13 В/м.

Предложенная методика может быть использована для выявления некогерентных взаимно некоррелированных спектрально локализованных составляющих временных рядов геофизических наблюдений.

Работа осуществлена при поддержке: Государственное Задание 5.2971.2011, грант РФФИ №11-05-97518, ФЦП 14.B37.21.0668.

Литература

1. Исакевич В.В., Грунская Л.В., Исакевич Д.В., Сушкова Л.Т., and Батин А.С. Функциональные модели целеустремленного поиска признаков природных явлений в собственных векторах ковариационных матриц временных рядов. Нелинейный мир, (10): 651-657, 2010.
2. Грунская Л.В., Исакевич В.В., Сушкова Л.Т. и Закиров А.А. Применение базиса собственных векторов ковариационных матриц для выявления сложнопериодических составляющих временного ряда. Электромагнитные волны и электронные системы, (10): 24-28, 2010.
3. Батин А.С., Исакевич В.В., Грунская Л.В., Исакевич Д.В., and Сушкова Л.Т. Каскады дискриминантных функционалов в задачах анализа временных рядов в базисах собственных векторов ковариационных матриц. Нелинейный мир, (4): 215-222, 2012.
4. Исакевич В.В., Исакевич Д.В., Батин А.С., Грунская Л.В., and Сушкова Л.Т. Использование собственных векторов ковариационных матриц для обнаружения гармонических составляющих временных рядов. Известия института инженерной физики, 17(3): 45-50, 2012.
5. Грунская Л.В., Морозов В.Н., Ефимов В.А., and Закиров А.А. Лунные приливы в электрическом поле пограничного слоя атмосферы. Известия вузов. Физика, 53(1): 22-27, 2010.
6. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции, volume 1. «Гусеница» – метод анализа и прогноза временных рядов.
7. Хайнин С. Нейронные сети. Полный курс. ООО ?И.Д. Вильямс, Москва, 2006.
8. А. И. Кострикин. Введение в алгебру. Часть II. Линейная алгебра. Физматлит, Москва, 2004.

**MEASUREMENTS OF THE CASIMIR FORCE BETWEEN
CORRUGATED SURFACES CONSTRAIN AXION TO NUCLEON
COUPLING CONSTANTS**

L. Klimchitskaya^a

^aE-mail: —; Department of Astrophysics, Central Astronomical Observatory at Pulkovo of the Russian Academy of Sciences; Institute of Physics, Nanotechnology; Telecommunications of St.Petersburg State Polytechnical University

We obtain stronger model-independent constraints on the pseudoscalar coupling constants of axion-like particles to nucleons from experiments on measuring the normal [1] and lateral [2,3] Casimir forces between sinusoidally corrugated surfaces of a sphere and a plate by means of an atomic force microscope. Axions help to solve the problems of large CP violation in quantum chromodynamics and dark matter in astrophysics and cosmology. Because of this, there are many attempts on searching axions in both the laboratory experiments and astrophysics. Specifically, the magnetometer measurements, Eötvos- and Cavendish-type experiments, axion solar telescopes, observations of supernova explosions, globular cluster stars etc. have been used. Recently it was suggested to constrain the coupling constants of axions to nucleons from experiments on measuring the Casimir and Casimir-Polder forces in configurations including spheres and plane plates as the test bodies [4–6]. Keeping in mind that the test bodies in Casimir experiments are unpolarized, the process of two-axion exchange has been used for this purpose.

Here we calculate the normal and lateral additional forces due to two-axion exchange in the configuration of experiments of Refs. [1-3], i.e., between sinusoidally corrugated surfaces of a sphere and a plate. We use the fact that in the limit of experimental errors the theoretical Casimir forces were confirmed and no additional force was observed. From this we find that the constraints, following from measurements of the normal and lateral Casimir forces, are stronger than the model-independent constraints reported so far for the axion masses larger than 11 eV and 8 eV, respectively. We also perform the comparison between various model-independent constraints obtained from the magnetometer measurements, Eötvos- and Cavendish-type experiments and from the Casimir effect over the wide interaction range of axion masses from 0.1 neV to 20 eV.

References

1. A. A. Banishev, J. Wagner, T. Emig, R. Zandi, and U. Mohideen, Phys. Rev. Lett. **110**, 250403 (2013).
2. H.-C. Chiu, G. L. Klimchitskaya, V. N. Marachevsky, V. M. Mostepanenko, and U. Mohideen, Phys. Rev. B **80**, 121402(R) (2009).
3. H.-C. Chiu, G. L. Klimchitskaya, V. N. Marachevsky, V. M. Mostepanenko, and U. Mohideen, Phys. Rev. B **81**, 115417 (2010).
4. V. B. Bezerra, G. L. Klimchitskaya, V. M. Mostepanenko, and C. Romero, Phys. Rev. D **89**, 035010 (2014).
5. V. B. Bezerra, G. L. Klimchitskaya, V. M. Mostepanenko, and C. Romero, Phys. Rev. D **89**, 075002 (2014).
6. V. B. Bezerra, G. L. Klimchitskaya, V. M. Mostepanenko, and C. Romero, arXiv:1402.3228v2; Eur. Phys. J. C, to appear.

ДЕТЕКТИРОВАНИЕ АКСИОНОВ С ПОМОЩЬЮ ДВУХКОНТАКТНОГО СКВИДА

В.А. Попов^a

^aE-mail: vladipopov@mail.ru; Казанский федеральный университет, Казань, Россия

Природа темной материи является на сегодняшний день одной из главных загадок в космологии. За время, прошедшее с момента обнаружения свидетельств присутствия во Вселенной скрытой массы был выдвинут целый ряд кандидатов на эту роль. Среди них имеются как совершенно новые частицы: WIMP, сверхлегкие скалярные частицы и т. д., так и частицы, задействованные в Стандартной модели и ее расширениях: стерильные нейтрино, аксионы и т. д.

Аксионы являются одним из наиболее привлекательных кандидатов на роль частиц темной материи. Их экспериментальное обнаружение позволило бы продвинуться и в космологических исследованиях, и в области решения сильной СР-проблемы. По этой причине эксперименты по поиску аксионов с массой $10^{-6} - 10^{-3}$ эВ являются одним из приоритетных направлений современной науки.

В данной работе исследуется влияние аксионов на двухконтактный СКВИД. Джозефсоновские контакты имеют несомненные достоинства для экспериментального поиска аксионов:

1. частоты джозефсоновской генерации соответствуют ожидаемой массе аксиона;
2. современные джозефсоновские переходы могут работать в широком диапазоне магнитных полей;
3. магнитометры на базе джозефсоновских контактов обладают беспрецедентной чувствительностью.

Однако, аксионы наиболее сильно проявляют себя в неоднородном магнитном поле, поэтому они не оказывают влияния на сосредоточенный контакт. Их взаимодействие с магнитным полем может оказаться заметным в распределенной системе, такой как двухконтактный интерферометр, если к постоянному полю подмагничивания добавить перпендикулярное ему неоднородное магнитное поле. Последнее за счет взаимодействия с аксионами будет создавать дополнительный магнитный поток через интерферометр.

Показано, что в такой конфигурации на вольт-амперной характеристике СКВИДа должны наблюдаться ступеньки тока, аналогичные ступенькам Шапиро для одинарного контакта. Напряжение на ступеньке соответствует массе аксиона. Такой эффект может послужить основой для детектора аксионов.

ИЗМЕНЕНИЕ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ ВРАЩЕНИЯ ТЕЛ КАК ДЕТЕКТОР ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН

Ю.А. Портнов^a

^aE-mail: portnovyura@yandex.ru; Московский государственный университет печати имени Ивана Федорова, Москва, Россия

В работах [1], [2] и [3] была показана и обоснована необходимость введения семимерного пространства-времени в теорию гравитации для описания поступательного и вращательного движения тел.

В настоящей работе показано, что изменение гравитационного потенциала вызывает у свободно вращающегося тела изменение угловой скорости вращения. Для свободно вращающегося тела, которое не испытывает прецессии и нутации, получено уравнение движения в виде:

$$\varepsilon_\varphi = -2 \frac{\partial \phi}{\partial t} \omega_\varphi.$$

Из уравнения видно, что если в точке нахождения тела происходит изменение гравитационного потенциала ϕ , то при ненулевой угловой скорости вращения ω_φ будет происходить изменение величины скорости вращения ε_φ .

Изменение гравитационного потенциала ϕ в некоторой точке пространства может происходить при прохождении через данную точку гравитационной волны.

Астрофизические наблюдения показывают, что у некоторых пульсаров наблюдаются скачкообразные изменения периода за время, не превышающее нескольких суток. Анализ данного явления с учетом вышеприведенного уравнения позволяет выдвинуть гипотезу, что причиной изменения периода вращения пульсаров могут быть гравитационные волны.

Литература

- [1] Yu.A. Portnov Gravitational Interaction in Seven-Dimensional Space-Time // *Gravitation and Cosmology* Vol. 17, No. 2 (2011) pp. 152-160.
- [2] Yu.A. Portnov Gravity Probe B Experiment in 7D Space-and-time Continuum // *Review of Applied Physics* No. 4 (2013) pp.96-98; arXiv:1204.5175v1
- [3] Портнов Ю. А. Уравнения поля в семимерном пространстве-времени - М.: МГУП им. Ивана Федорова, 2013, 154 с.

Author's Index

- Abbyazov R.R., 102, 151
Abzalov R.A., 103
Agathonov A.A., 104
Akhtaryanova G., 177
Aliev B.G., 88
Alpin T.Yu., 10
Aminova A.V., 10
Andreev K.V., 11
Aristov V.V., 12
Aslan O., 187
Avakyan R.M., 13, 121
- Babourova O.V., 13
Bagrov V.G., 153
Baleyevskikh K.A., 145
Baranov A.M., 15
Belotsky K.M., 135
Beloushko K.E., 31, 33, 107
Berezin V., 59
Bolokhov S.V., 20, 153, 154
Bordovitsin V.A., 153
Bronnikov K.A., 154–156
Bulyzhenkov I.E., 21
Burinskii A., 65, 156
- Chervon S.V., 102, 149, 151
Chirkov D.M., 99
Chubaryan E.V., 121
Chumarov P.I., 10
- Dokuchaev V.I., 160, 166, 173
Dorozhkina O.D., 149
Drobov I.V., 114
- Eganova I.A., 204, 206, 208
Eroshenko, 173
- Febres E.V., 13
Frolov B.N., 13
- Galiakhmetov A.M., 110
- Garcia-Diaz A., 111
Garipova I.H., 112
Garkun A.S., 51
Golubyatnikov A.N., 24, 25
Grib A.A., 158, 159
Grunskaya L.V., 211
Guts A.K., 89
- Harutyunyan G.G., 13, 121
Hirochi K., 28
Hovsepyan A.V., 121
- Ignat'ev Yu.G., 104, 112, 122, 124, 125
Isaakevich. D., 211, 221
Isaakevich. V., 211, 221
Iskhakov I.F., 126
Ivanov O.O., 24
Ivashchuk V.D., 90, 153
Izmailov R., 50, 177, 201
- Kaganov A.V., 48
Kairov T.V., 29, 38
Kallies W., 204, 206, 208
Karbanovski V.V., 29, 31, 33, 38, 107
Kashapov R.N., 86
Kassandrov V.V., 45, 47
Katanaev M.O., 178
Kazinski P.O., 75
Khasanov I.S., 47
Khaybullina A., 201
Khlopov M.Yu., 135
Khusnutdinov N.R., 86, 201
Kirchanov V.S., 75, 133
Kiriltseva T.G., 29
Klimchitskaya L., 231
Koh I.A., 124
Konopleva N.P., 30
Konstantinov M.Yu., 49
Korolev R.V., 182
Koryukin V.M., 91
Kotanjyan A.S., 76, 143

- Kouvaris K., 135
Kovalevskaya S.D., 25
Kozyrev S.M., 179
Krechet V.G., 48, 50, 183
Krugly A.L., 77
Kryukov S.V., 151
Kubasov A.S., 134, 149
Kudin V.I., 51
Kulikova A.V., 153
Kuvshinova E.V., 143, 144
- Laletin M.N., 135
Levin S.F., 138
Lipkin K.N., 13
Luk'yanov V.E., 211
- Makukov M.A., 185, 186
Matsumoto J., 141
Melechina O.V., 38
Melnikov V.N., 90, 140
Miftakhov R.F., 125
Mikhailov M.L., 125
Mingazova R., 50
Minkevich A.V., 51, 141
Mironov P.P., 184
Mostepanenko V.M., 77
Muller F., 102
Mychelkin E.G., 185, 186
- Nersisyan H.A., 76, 143
- Paklin N.N., 52
Panov V.F., 143–145
Pavelkin V.N., 143, 145
Pavlov A.E., 53
Pavlov Yu.V., 79, 158
Pavlyuchenko S.A., 99
Pervushin V.N., 53
Popov A.A., 187
Popov V.A., 232
Portnov Yu.A., 54, 232
Putilova A.E., 52
- Rasulova A.M., 159
Rikhvitsky V., 145
Rodichev S.V., 50
Rodionov B.U., 146, 147
Roschupkin S.N., 115
- Rubai, 211
Sadovnikov D.V., 50, 183
Saha B., 145, 148
Saharian A.A., 76, 143
Samoilov V.N., 208
Sandakova O.V., 143, 145
Saveliev V.L., 185, 186
Skugoreva M.A., 109
Skvortsova M.V., 154
Solovoyev A.V., 29
Starobinsky A.A., 148
Strigunov K.S., 194
Struminsky V.I., 208
Sushkov S.V., 103, 149, 182
- Tegai S.F., 114
Tereschenko D.A., 23
Timofeev V.N., 80
Tomazi-Vshivtseva P.A., 80
Toporensky A.V., 99, 109
Trishin V.N., 55
- Vasilevski Yu.G., 51
Vernov S.Yu., 109
Visinescu M., 145
Vladimirov Yu.S., 22, 23
- Yakubovich A.V., 52
Yanishevski D.M., 144
Yefremov A.P., 56
- Zakirov U.N., 177
Zaripov F.Sh., 66, 72
Zaslavskii O.B., 156
Zhabrun I.V., 26
Zharkov V.M., 27
Zhovtan A.V., 115, 194
Zhuravlev V.M., 74, 184

[INFO!] ИНФОРМАЦИЯ О КОНФЕРЕНЦИИ

**XV РОССИЙСКАЯ ГРАВИТАЦИОННАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ –
«МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ПО ГРАВИТАЦИИ,
КОСМОЛОГИИ И АСТРОФИЗИКЕ»
МЕЖДУНАРОДНАЯ ШКОЛА ПО ГРАВИТАЦИИ И КОСМОЛОГИИ
«GRACOS-2014»
Казань 30 июня - 5 июля 2014 года**

15-я Российская гравитационная конференция - Международная конференция по гравитации, космологии и астрофизике (RUSGRAV-15) и Международная школа по гравитации и космологии «Gracos» проводится в Казани в одном из старейших университетов России - Казанском (Приволжском) федеральном университете (КФУ) с 30 июня по 5 июля 2014 года.

Программа конференции включает пленарные и секционные доклады, лекции и неформальные дискуссии по новейшим достижениям в теории гравитации, космологии и астрофизике. Молодые участники конференции имеют уникальную возможность представить свои доклады на крупном международном научном форуме и послушать лекции ведущих специалистов. Рабочий язык конференции и школы - русский и английский.

Работа конференции и школы проводится по следующим направлениям (секциям):

Секция А: Классическая теория гравитации Руководители секции: Владимиров Ю.С. (yusvlad@rambler.ru), Багров В.Г. (bagrov@phys.tsu.ru).

Секция В: Квантовая гравитация, теория струн, суперсимметрия

Руководители секции: Гальцов Д.В. (galtsov@physics.msu.ru), Гриб А.А. (andrei_grib@mail.ru), Мостепаненко В.М . (vmostepa@rambler.ru)

Секция С: Многомерная гравитация и фундаментальные физические константы

Руководители секции: Мельников В.Н. (melnikov@phys.msu.ru), Иващук В.Д. (ivashchuk@mail.ru)

Секция D: Космология

Руководители секции: Старобинский А.А. (alstar@landau.ac.ru), Игнатьев Ю.Г. (ignatev_yu@rambler.ru).

Секция Е: Релятивистская астрофизика. Черные дыры и кротовые норы.

Руководители секции: Бисноватый-Коган Г.С. (gkogan@iki.rssi.ru), Бронников К.А. (kb20@yandex.ru), Сушков С.В. (sergey_sushkov@mail.ru).

Секция F: Гравитационный эксперимент

Руководитель секции: Руденко В.Н. (rvn@sai.msu.ru).

Международный организационный комитет:

Президиум

- В.Н. Мельников (председатель, президент РГО, Центр гравитации и фундаментальной метрологии ВНИИМС и Институт гравитации и космологии, РУДН, Москва);

- Ю.Г. Игнатьев (вице-председатель, КФУ, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского, Казань);
- А.А. Старобинский (вице-председатель, ИТФ им. Ландау, РАН, Москва);
- Д.В. Гальцов (вице-председатель, МГУ, Москва);
- Ю.С. Владимиров (вице-председатель, МГУ, Москва);
- С.В. Болохов (ученый секретарь, РГО, РУДН, Москва).

Члены международного оргкомитета:

М. Абишев (Каз. Нац. Ун-т, Алматы, Казахстан), J.-M. Alimi (LUTH, Obs. Paris-Meudon, France), В.Г. Багров (ТГУ, Томск), В.А. Белинский (ICRA, Италия), В.А. Березин (Инст ядерных иссл. РАН, Москва), Г.С. Бисноватый-Коган (Ин-т косм. иссл., Москва), К.А. Бронников (ЦГФМ ВНИИМС, РУДН, Москва), И.Л. Бухбиндер (ТПГУ, Томск), S.Capozziello, (Universita' di Napoli "Federico II, Italy), В.П. Фролов (Канада), А.А. Гриб (Фридмановская лаборатория, С.-Петербург), M. Kenmoku (NWU, Nara, Japan), М.Ю. Хлопов (IAP, France, Космион, Москва), В.Н. Лукаш (Астрокосмический центр ФИАН, Москва), Luo Jun (HUST, Wuhan, China), Roy Maartens (Inst.Grav.& Cosmol., Portsmouth Univ., Britain), K.-I. Maeda (Waseda Univ, Tokyo, Japan), S.D. Maharaj (KwaZulu-Natal Univ., Durban, SA), А. Минкевич (БГУ, Минск, Беларусь), В.М. Мостепаненко (ГАО, СПб), V. Mueller (AIP, Potsdam, Germany), J.V. Narlikar (IUCAA, Pune, India), J. Nester (NSU, Taiwan), H. Nicolai (AEI, Golm, Germany), K. Nordtvedt (USA), M. Novello (CBPF, Rio de Janeiro, Brazil), И.Д. Новиков (Астрокосмический центр ФИАН, Москва), C. Romero (UFPB, Joao Pessoa, Brazil), В.А. Рубаков (Инст ядерных иссл. РАН, Москва), В.Н. Руденко (ГАИШ, Москва), R. Ruffini (ICRA, Italy), K. Sato (IPMU, Tokyo Univ., Japan), М.В. Сажин (ГАИШ, Москва), Sung-won Kim (EWU, Seoul, Korea), С.В. Сушков (КФУ, Казань), R. Triay (CPT, CNRS, Marseille, France), А.И. Жук (Одесский Нац. Ун-т, Украина), А.П. Ефремов (РУДН, Москва), С.В. Червон (УлГПУ, Ульяновск), Э.В. Чубарян (Ереванский ГУ, Ереван, Армения).

Местный организационный комитет:

- Председатель: проф. Игнатьев Юрий Геннадьевич (ignitev_yu@rambler.ru)
- Сопредседатель: проф. Сушков Сергей Владимирович (sergey_sushkov@mail.ru)
- Учёный секретарь: доц. Попов Аркадий Александрович (arkady_popov@mail.ru)
- Технический секретарь: Самигуллина Алсу Ринатовна (alsu_sam@rambler.ru)

[INFO!] ИНФОРМАЦИЯ О МЕЖДУНАРОДНЫХ ШКОЛАХ «GRACOS»

Международная школа по гравитации и космологии «GRACOS-2014» проводится параллельно с Международной конференцией по гравитации, космологии и астрофизике – 15-й Российской гравитационной конференции, с 1 по 10 июля 2014 г. Пересечение школы с Международной конференцией по гравитации, космологии и астрофизике (30.06. - 05.07) позволит, во-первых, дать возможность молодым слушателям школы присутствовать на докладах ведущих ученых и сделать свои доклады, а, во-вторых, - использовать научный потенциал конференции для организации лекций для участников школы. Школа по гравитации и космологии GRACOS является традиционной летней школой для Казани – она регулярно и успешно проводится с 2007 года, сначала – на базе Татарского государственного гуманитарно-педагогического университета, а с 2012 года – на базе Казанского федерального университета. Цель школы –познакомить молодых ученых с результатами и методами научных исследований в одной из наиболее фундаментальных и сложных областей современной теоретической физики – теории гравитации, фундаментальных полей и космологии, в частности, с результатами прорывных исследований на стыке космологии, теории фундаментальных полей и физики элементарных частиц, полученными в последние 3 года. Тем самым, проведение школы будет способствовать повышению профессионализма молодых исследователей – физиков теоретиков и математиков в области фундаментальной физики и будет мотивировать их научные исследования.



II РОССИЙСКАЯ ШКОЛА ПО ГРАВИТАЦИИ И КОСМОЛОГИИ GRACOS-2009

**И МЕЖДУНАРОДНЫЙ СЕМИНАР
«СОВРЕМЕННЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ГРАВИТАЦИИ
И КОСМОЛОГИИ»^{1, 2, 3},**

Ю.Г. Игнатьев, Казанский(Приволжский) федеральный университет,
Казань, Россия

¹E-mail: ignatev_yu@rambler.ru

1. Оргкомитет и месторасположение Gracos. Российский фонд фундаментальных исследований поддержал проект по организации и проведению II Российской школы по гравитации и космологии – Gracos-2009. Одной из основных целей проекта является привлечение талантливой российской молодежи, специализирующейся в области теоретической физики, астрофизики, прикладной математики и математического моделирования, к научным исследованиям в области фундаментальной физики, знакомство ее с основными проблемами, идеями и методами исследования современной теории гравитации и космологии, а также развития профессионализма научной молодежи в области теоретической физики. Параллельно с работой школы проводился Международный научный семинар «Современные проблемы теории гравитации и космологии». Эта вторая подобная научная конференция, финансируемая РФФИ и проводимая на базе ТГГПУ (Татарского государственного гуманитарно-педагогического университета, г. Казань) в его учебно-оздоровительном центре «Яльчик», расположенного на берегу живописного таежного озера Яльчик в Республике Марий-Эл.



Рис.1. Берег озера Яльчик в месте проведения школы Gracos-2009 (фото предоставлено автором)

Выбор Президиумом Российского гравитационного общества ТГГПУ в качестве базы дислокации Российской школы гравитации и космологии продиктован рядом обсто-

¹Статья написана по заказу Редакции «Вестника РФФИ», но по неизвестным причинам не была опубликована; перепечатка из “Трудов Российской летней школы по гравитации и космологии и Международного семинара «Современные теоретические проблемы гравитации и космологии», 3-7 сентября 2012 г., Казань—Яльчик. / под ред. Ю.Г. Игнатьева. — Казань: Казанский университет, 2012. - 116 с.

²Gracos – сокращение фразы Gravitation and Cosmology, являющейся одновременно и названием международного научного журнала Российского гравитационного общества, издающегося издательством Springer (USA).

³II Российская школа по гравитации и космологии проведена по гранту РФФИ № 09-02-06041-г.

ятельств: во-первых, Казань является одним из наиболее крупных центров исследований в области гравитации и космологии, во-вторых, в ТГГПУ локализована одна из сильнейших гравитационных групп России, в которой успешно работают и выполняют диссертации молодые ученые, в- третьих, в ТГГПУ имеются необходимые структуры и возможности для реализации проекта Российской школы гравитации и космологии, в частности, это учебно-оздоровительный центр «Яльчик». Наконец, гравитационная группа ТГГПУ имеет успешный опыт проведения крупных научных конгрессов – это 12 Российская гравитационная конференция (Международная конференция по гравитации, космологии и астрофизике, 2005 г., грант РФФИ 05-02-26044-г.), Российская школа по гравитации и космологии Gracos-2007 (грант РФФИ 07-02-06043-г), Международный семинар «Современные проблемы теории гравитации и космологии» (грант РФФИ 07-02-06011г, 2007), Международная научно-практическая конференция «Информационные технологии в образовании и науке» (2007 г., грант Минобр и науки РТ).



Рис.2. Резиденция Оргкомитета Gracos-2009 в Марийской тайге

2. Контингент участников. Всего было зарегистрировано 107 участников школы-семинара, из них: лекторов школы – 15 (все доктора наук), докладчиков – 87, слушателей – 20. Качественный состав участников был следующий (Рис. 3).

Таким образом, примерно половину участников школы-семинара составляли остеиненные ученые, вторую половину – молодые ученые, аспиранты, магистранты и студенты старших курсов. Почти четверть участников школы семинара составляли доктора физико-математических наук, специалисты высокого международного научного уровня – фактически на одного аспиранта приходился один доктор наук. С одной стороны, такая пропорция, конечно, была выгодна молодым участникам конференции, так как давала им возможность тесных научных контактов с ведущими специалистами в области гравитации и космологии. С другой стороны, эта пропорция указывает на плачевное положение, сложившееся в фундаментальных науках, – низкий уровень притока молодежи в сферу научной деятельности. Не каждый студент и не каждый аспирант становится кандидатом наук, и далеко не каждый кандидат – доктором на-

ук. Это неудовлетворительное состояние фундаментальных наук в России было предметом серьезного обсуждения Оргкомитетом Gracos-2009. Главными причинами этого состояния являются низкий приоритет ученых в современной России и низкий уровень финансирования фундаментальных наук. На последнюю причину, в частности, указывает следующее обстоятельство. На Gracos-2009 были представлены гравитационные группы различных регионов России, ближнего и дальнего зарубежья: Москва, Казань, Санкт-Петербург, Дубна, Пермь, Томск, Ульяновск, Димитров, Ижевск, Красноярск, Омск, Ижевск, Харьков, Минск, Болгария, Чехия, Бангладеш. Картина распределения этих регионов по масштабу участия показана на диаграмме Рис. 4.

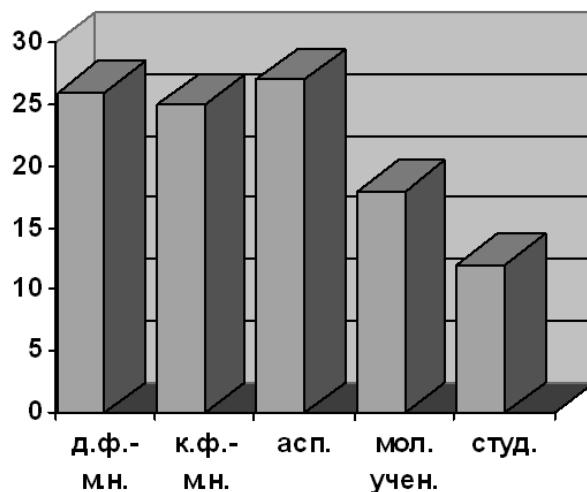


Рис.3. Качественный состав участников школы-семинара в кол-ве человек: д.ф.-м.н. – доктора физ.-мат. наук, к.ф.-м.н. – кандидаты физ.-мат. наук, асп. – аспиранты, мол. учен. – молодые ученые, студ. – студенты и магистранты.

Таким образом, примерно половину участников школы-семинара составляли остеиненные ученые, вторую половину – молодые ученые, аспиранты, магистранты и студенты старших курсов. Почти четверть участников школы семинара составляли доктора физико-математических наук, специалисты высокого международного научного уровня – фактически на одного аспиранта приходился один доктор наук. С одной стороны, такая пропорция, конечно, была выгодна молодым участникам конференции, так как давала им возможность тесных научных контактов с ведущими специалистами в области гравитации и космологии. С другой стороны, эта пропорция указывает на плачевное положение, сложившееся в фундаментальных науках, – низкий уровень притока молодежи в сферу научной деятельности. Не каждый студент и не каждый аспирант становится кандидатом наук, и далеко не каждый кандидат – доктором наук. Это неудовлетворительное состояние фундаментальных наук в России было предметом серьезного обсуждения Оргкомитетом Gracos-2009. Главными причинами этого состояния являются низкий приоритет ученых в современной России и низкий уровень финансирования фундаментальных наук. На последнюю причину, в частности, указывает следующее обстоятельство. На Gracos-2009 были представлены гравитационные

группы различных регионов России, ближнего и дальнего зарубежья: Москва, Казань, Санкт-Петербург, Дубна, Пермь, Томск, Ульяновск, Димитров, Ижевск, Красноярск, Омск, Ижевск, Харьков, Минск, Болгария, Чехия, Бангладеш. Картина распределения этих регионов по масштабу участия показана на диаграмме Рис. 4.

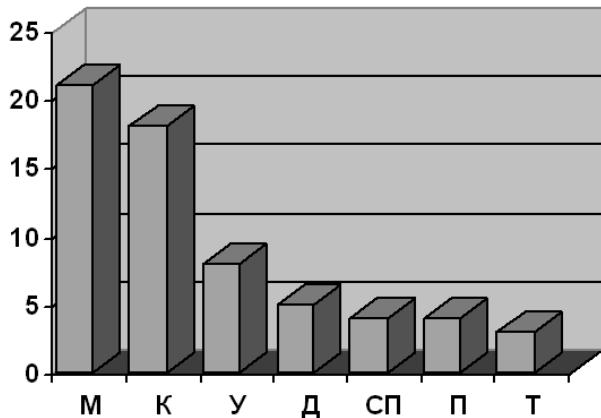


Рис.4. Число участников из различных регионов. М – Москва, К – Казань, У – Ульяновск – Димитров, Д – Дубна, СП – Санкт-Петербург, П – Пермь, Т – Томск.

Сопоставление данных этой диаграммы с реальными размерами гравитационных групп регионов убедительно говорит о том, что главной причиной неучастия молодых ученых из удаленных от Казани регионов России явилось отсутствие средств на проезд. Об этом же говорят и результаты опросов.

3. Организация работы школы Gracos. Руководством ТГГПУ и местным оргкомитетом школы-семинара было обеспечено бесплатное проживание всех участников школы в жилых зданиях учебно-оздоровительного центра (УОЦ) в течение 6 дней.



Рис.5. Столовая-конференц зал школы Gracos-2009

Учитывая достаточно низкую температуру последних августовских ночей, все жилые помещения школы были обеспечены нагревательными приборами и теплыми постельными принадлежностями. Просторная столовая УОЦ служила одновременно двум целям – в одном из ее залов было организовано качественное трехразовое питание участников конференции, во втором зале читались лекции, проходили пленарные и секционные заседания. Питание было организовано по достаточно низкой, приемлемой для молодых ученых и студентов цене - 200 руб/сутки, – для студентов 4-5 курсов, входящих в состав группы технической поддержки, как и для самой этой группы, питание было бесплатным.

Школа Gracos была обеспечена всей необходимой оргтехникой: медиоэкранами, про-

екторами, оверхедами, ноутбуками, принтерами, сканерами. Участники школы получили папки с необходимым набором канцелярских принадлежностей и качественно издаными Трудами школы-семинара объемом 12 п.л., в который вошли 84 статьи участников школы. Для обеспечения работы школы при Оргкомитете постоянно дежурили два автобуса.

4. Научные направления школы Gracos-2009

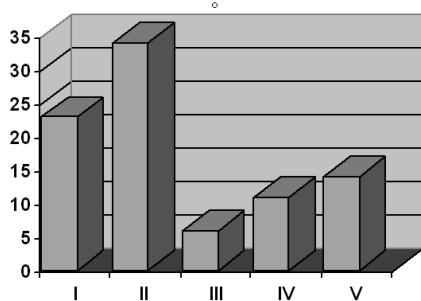
Работа школы и секций семинара проходила в следующих пяти основных направлениях:

1. Классическая и квантовая теория гравитации – руководители: профессора В.Г. Багров (ТГУ, Томск, А.Б. Балакин (КГУ, Казань) и Ю.С. Владимиров (МГУ, Москва);
2. Космология – руководители профессора и Ю.Г. Игнатьев (ТГГПУ, Казань), В.Н. Лукаш (ФИАН, Москва) и А.А. Старобинский (ИТФ, Москва);
3. Квантовая гравитация, квантованные поля – руководители профессора Д.В. Гальцов (МГУ, Москва), А.А. Гриб (Пед. университет им. Герцена, Санкт-Петербург), Н.Р. Хуснутдинов (ТГГПУ, Казань);
4. Многомерная гравитация – руководители профессора В.Д. Иващук (РУДН, Москва), В.Н. Мельников (ВНИИМС, Москва);
5. Черные дыры, браны, кротовые норы – руководители профессора К.А. Бронников (ВНИИМС, Москва), С.В. Сушков (ТГГПУ, Казань).



Эти научные направления отражают практически весь спектр современной теории гравитации и космологии, а количество докладов на секциях – актуальность направлений исследований (Рис. 7).

Рис.6. Обложка сборника трудов Gracos-2009



I – классическая и квантовая гравитация, II – космология, III – квантовая гравитация и квантованные поля, IV – многомерная гравитация, V – черные дыры, браны, кротовые норы.

Рис.7. Распределение количества докладов по секциям



Рис.8. Заседание секция № 1 «Классическая гравитация». Лекция профессора Ю.С. Владимира для слушателей школы



Рис.9. Руководитель секции I профессор Юрий Сергеевич Владимиров (Москва, МГУ) ведет дискуссию с докладчиком

Пожалуй, наиболее интересные открытия в последние годы происходят в области космологии в связи с существенным увеличением точности измерений как в области наблюдательной космологии, так и физики элементарных частиц и других областях экспериментальной физики. В частности, в последние годы были обнаружены фундаментальные космологические феномены: вторичное ускорение расширения Вселенной, космическая паутина между сверхскоплениями галактик, отсутствие W-бозонов на предсказываемом масштабе энергии, аномальное превышение частиц сверхвысоких энергий в космических лучах, необъяснимое совпадение плотностей энергии реликтового излучения и космических лучей и многие другие. Эти открытия повлекли за собой не только ревизию стандартного космологического сценария (СКС) и теории фундаментальных взаимодействий частиц, но и пересмотр фундаментальных представлений

энергии, массы и самой гравитации. Не удивительно поэтому, что секция II оказалась самой многочисленной и бурной.



Рис.10. Заседание секция № 2 «Космология». На переднем плане справа профессор Д.В. Гальцов (МГУ, Москва)



Рис.11. Профессор Ю.Г. Игнатьев (ТГГПУ, Казань) комментирует доклад своего аспиранта Миахахова Р.Ф.

Наряду с большим количеством работ, посвященных космологическим сценариям, основанным на отказе от классических представлений о энергии и массе и использующим различные теоретические модели темной материи, черной энергии и экзистенции, на конференции были представлены модели, основанные на СКС, в котором рассматриваются более сложные модели вещества. В частности, профессора Д.В. Гальцов и Ю.Г. Игнатьев с учениками продемонстрировали космологические модели с многокомпонентными системами, включающими взаимодействующие скалярные поля, которые обеспечивают вторичное ускорение в рамках СКС. Профессор В.Н. Первушин (ОИЯИ, Дубна) с учениками предложил гамильтонову формулировку космологии в рамках модели электрослабых взаимодействий, предсказывающей приемлемую для эксперимента массу W-бозонов – 118 Гэв. Этот доклад вызвал оживленную дискуссию участников семинара.

Удивительным фактом в последние годы является быстрое превращение космологии из абстрактной теории, допускающей множество спекулятивных элементов, в строгую науку, имеющую солидную экспериментальную базу.

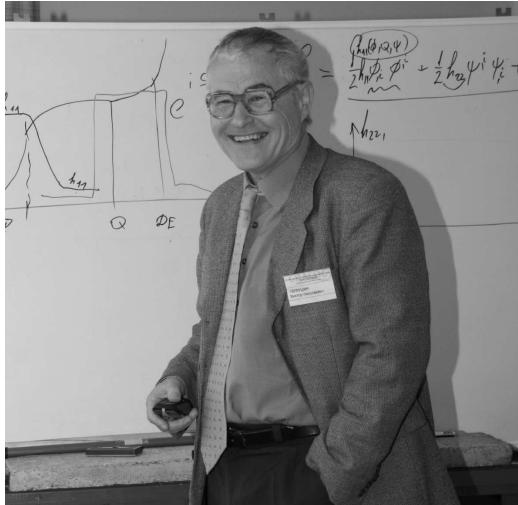


Рис.12. Профессор Виктор Николаевич Перовшин (ОИЯИ, Дубна) полемизирует со слушателями после своего доклада.



Рис.13. Участники школы на экскурсии в Казани около театра оперы и балета.

5. Культурная программа Gracos-2009. Несмотря на очень плотный, насыщенный график работы школы – с 9.00 до 19.00 с перерывом на обед и кофе-брейки, удалось все же провести и некоторые культурно-оздоровительные мероприятия. В день открытия школы-семинара, после вечерних заседаний, был организован фуршет. Один день работы школы, 26 августа, с 9.00 до 15.00, был посвящен организованным мероприятиям: часть участников конференции совершила туристическую экскурсию в Казань и Раифский монастырь (Рис. 13), (Казань находится на расстоянии 70 км от Яльчика), большая же часть выбрала пеший поход на одно из красивейших озер Марийской тайги – озеро Глухое (Рис. 14). После обеда и вечернего заседания был организован товарищеский ужин, который сопровождался исполнением бардовских песен под гитарный аккомпанемент профессора С.В. Сушкива импровизированным хором ученых разных рангов и возрастов. Два вечера школы профессор Ю.С. Владимиров устраивал показ документальных фильмов о древних цивилизациях Египта и Латинской Америки с собственными комментариями.

Профессор М.Я. Иванов (ЦИАМ, Москва) рассказал о последних достижениях авиационной техники и показал фильм о последнем авиасалоне Max-2009. Надо отметить, что он же сделал очень интересный доклад на секции «Космология» о некоторых необычных проявлениях фундаментальных взаимодействий в реактивных двигателях последних поколений.

Кроме указанных плановых мероприятий участникам школы были предоставлены лодки для водных прогулок по заповедным местам Яльчика (Рис. 16). Участники конференции также проводили время за рыбной ловлей, сбором грибов, купанием и игрой в теннис. Это удавалось сделать за счет хотя и очень плотного, но линейного расписания работы секций – в каждый момент времени работала только одна из пяти секций. Молодые ученые и студенты вечера проводили у костров. Таким образом, участники школы смогли и достаточно хорошо отдохнуть – напомним, что школа работала в последнюю

перед осенним семестром неделю августа. Этому помогла и хорошая погода.



Рис.14. Участники школы на экскурсии на озеро Глухое.



Рис.15. Один вечер школы Оля Сандакова из Перми, недавно защитившая кандидатскую диссертацию, читала свои лирические стихи



Рис.16. Председатель Оргкомитета Gracos-2009, президент Российского гравитационного общества, профессор В.Н. Мельников в качестве лоцмана по Яльчику на борту шлюпки.

6. Итоги Gracos-2009

В 11.00 26 августа состоялась официальная церемония закрытия школы-семинара Gracos-2009. Были подведены основные итоги конференции, отмечены большие проблемы фундаментальных исследований в современной России, проблемы привлечения

молодежи к фундаментальным исследованиям, а также проблемы сохранения и развития научного потенциала, пути выхода из тупика. Накануне, вечером, состоялось заседание Президиума Российского гравитационного общества под председательством Президента РГО, профессора Виталия Николаевича Мельникова, на котором были подведены основные итоги школы и выделены лучшие доклады молодых ученых. На закрытии конференции выступили профессора В.Н. Мельников (Рис 17), Ю.Г. Игнатьев, В.Н. Первушин, Д.В. Гальцов, С.В. Сушкин. В торжественной обстановке были вручены Дипломы организационного комитета Gracos-2009 двадцати четырем молодым ученым (Рис. 18).

6. Решение конференции. На закрытии конференции была принята следующая Резолюция школы-семинара.

С 24 по 29 августа 2009 года на базе Татарского государственного гуманитарно-педагогического университета г. Казани в УОЦ «Яльчик» под эгидой Российского гравитационного общества была проведена школа-семинар «Современные теоретические проблемы гравитации и космологии» Gracos-2009. Были заслушаны 87 докладов, из которых 15 – пленарные – лекционные. Программа школы была посвящена исследованию фундаментальных проблем теоретической физики и космологии. В работе школы приняли участие ученые из 12 регионов Российской Федерации, ближнего и дальнего зарубежья. К началу работы школы-семинара был выпущен сборник его трудов объемом 12 п.л. Одной из основных целей школы-семинара было привлечение к фундаментальным исследованиям молодежи.



Рис.17. Председатель Оргкомитета Gracos-2009 профессор Виталий Николаевич Мельников (Москва) подводит итоги школы-семинара. В Президиуме слева направо – профессора С.В. Червон (Ульяновск), Д.В. Гальцов (Москва), В.Н. Первушин (Дубна), Ю.Г. Игнатьев (Казань), В.Г. Багров (Томск), С.В. Сушкин (Казань)



Рис.18. Председатель Оргкомитета Gracos-2009 профессор Виталий Николаевич Мельников вручает диплом Оргкомитета молодому ученому из Чехии Джири Ковару

Постановили:

1. Признать работу конференции успешной и плодотворной.
2. Выразить благодарность ректору и администрации ТГГПУ, а также местному организационному комитету Gracos-2009 за высокий уровень организации конференции.
3. Ходатайствовать перед ректором ТГГПУ о создании долговременных отношений с Российским гравитационным обществом с целью организации постоянно действующей школы-семинара на базе ТГГПУ и, по-возможности, провести модернизацию УОЦ «Яльчик» с целью повышения в будущем статуса школы-семинара до Международного класса.
4. Отметить дипломами организационного комитета II Российской школы-семинара «Современные теоретические проблемы гравитации и космологии» Gracos-2009 доклады молодых ученых, посвященные исследованиям в области теории гравитации и космологии.
5. Провести III школу-семинар в 2012 году.

Набор сборника осуществлен в издательском пакете $\text{\LaTeX}2\varepsilon$ в
учебно-научной лаборатории «Информационных технологий в
математическом образовании» Института математики и механики им.
Н.И. Лобачевского Казанского университета.

Разработка авторского \LaTeX -стиля оформления - **Ю.Г. Игнатьев**

Техническая редакция, набор и верстка: **Ю.Г. Игнатьев, А.А. Попов,
А.Р. Самигуллина.**

Оформление обложки - **А.А. Агафонов**

В сборнике трудов опубликованы **122** статьи, посвященные современным
проблемам теории гравитации, космологии и астрофизики.

Подписано в печать 05.06.14. Формат $60\times84/8$
Печать цифровая. Бумага офсетная. Печ. л. 16.
Тираж 180 экз. Заказ ...

Отпечатано с готового оригинал-макета
в типографии Издательства Казанского университета

Казанский университет
420008, г. Казань, ул. Профессора Нужина, 1/37
тел: (843) 233-73-59, 292-65-60