УДК 531-4:52-423

Ю. А. Портнов[1]

О ДВИЖЕНИИ СВОБОДНО ПАДАЮЩИХ ТЕЛ В РАСШИРЯЮЩЕЙСЯ ВСЕЛЕННОЙ

В статье рассматривается задача движения свободно падающих тел в Римановом пространстве-времени для расширяющейся Вселенной. В результате анализа полученных уравнений, автор обращает внимание на слагаемое, появляющееся в уравнениях движения, которое можно трактовать как замедляющий коэффициент, что является явным нарушением закона сохранения импульса. Для объяснения полученного парадоксального результата рассматриваются уравнения движения в пространстве-времени более сложной структуры, пространстве Вейля. На основе анализа уравнений движения в пространстве Вейля показано, что выше озвученный парадокс исчезает, и полученные уравнения не противоречат закону сохранения импульса. Таким образом делается вывод о необходимости использования пространства Вейля при рассмотрении динамики в расширяющейся Вселенной.

Ключевые слова: пространство Вейля, постоянная Хаббла, замедляющий коэффициент, неметричность

PACS: 04.80.Cc

Введение

Изучение динамики развития Вселенной началось с трудов А. Эйнштейна и построенной им теории гравитации, он применил общую теорию относительности к физической интерпретации структуры мира, получив первую модель Вселенной (как некую идеализацию, позволяющую описывать структуризацию материи во Вселенной). В 1922 году А. Фридман показал, что уравнение Эйнштейна имеют нестационарные решения, что означало, что Вселенная может расширяться или сжиматься. А в 1929 году Э. Хаббл обнаружил красное смещение в спектрах всех наблюдаемых галактик. Это обстоятельство свидетельствовало, что все галактики удаляются от солнечной системы со скоростью прямо пропорциональной расстоянию до них: $V = H \cdot l$, где $H = (67.80 \pm 0.77)$(км/с)/Мпк – постоянная Хаббла [1].

К настоящему моменту выполнено много работ, в которых исследуется эволюция Вселенной и рассматривается зависимость между масштабным фактором a и временем t. При этом особый интерес представляют пространства сложной структуры. В работах математиков Б. Римана, Г. Вейлья, Э. Картана, И. Схоутена и других показано, что пространства могут характеризоваться кривизной, а также кручением и неметричностью. Так, например в современной космологии для описания наблюдаемых явлений используются пространство Римана-Картана с кривизной и кручением или более общее аффино-метрическое пространство с кривизной, кручением и неметричностью, в частности, пространство Вейля-Картана с неметричностью вейлевского типа [2]– [6]. Однако до настоящего времени в теоретических расчетах решалась основная задача - построение модели расширения Вселенной, которая согласовывалась бы с наблюдательными данными. Между тем, необходимо заметить, что единственно доступный нам способ обнаружения гравитации это искривление геодезических линий, по которым двигаются свободно падающие пробные тела [7]– [9]. Поэтому даже говорить о наличии или отсутствии гравитации мы можем только с позиции двигающегося пробного тела.

Целью настоящей работы является рассмотрение движения пробных тел в расширяющейся Вселенной. В предлагаемом подходе не делается дополнительных предположений о том, как именно расширяется Вселенная. На протяжении всей работы расширение Вселенной задается функцией масштабного фактора от времени $a(t)$, что позволяет применить полученные результаты к любой стадии расширения Вселенной: первичной инфляции, стадии расширения Фридмана или к сегодняшней стадии ускоренного расширения.

[1]E-mail: portnovyura@yandex.ru

1. Замедляющий коэффициент в уравнениях движения

Рассматриваемые в дальнейшем уравнения основаны на предположении об однородности и изотропности распределения вещества в пространстве. По современным наблюдательным данным для масштабов существенно меньших 1 Мпк во Вселенной проявляется определённая структурность это отдельные галактики и скопления. Но для масштабов больших, чем 100 Мпк, Вселенная однородна. Об этом в частности свидетельствует незначительная неоднородность микроволнового фонового излучения WMAP и Planck [1], [10], [11], которая в зависимости от ориентации антенны радиотелескопа не превышают 0,01 %. Однородность и изотропность пространства означает, что можно выбрать такое мировое время, чтобы в каждый момент времени метрика была одинаковой во всех точках и во всех направлениях.

Геометрия однородной изотропной Вселенной - это геометрия однородного и изотропного трёхмерного многообразия. Метрикой таких многообразий является метрика Фридмана-Робетсона-Уокера [7]– [9], [12]:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a(t)^2 d\Sigma^2, \tag{1.1}$$

где $d\Sigma = d\Sigma(x^1, x^2, x^3)$ – пространственный элемент интервала не зависящий от времени; $a(t)$ - скалярный фактор. В общем виде пространственная часть интервала имеет вид, interval space part looks as follows:

$$d\Sigma^2 = \left((dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2\right)\left(1 + k\frac{(x^1)^2 + (x^2)^2 + (x^3)^2}{4}\right)^{-2}, \tag{1.2}$$

где k – константа, определяющая кривизну пространства.

Однородность пространства означает, что каждая точка в пространстве-времени лежит на некоторой фундаментальной траектории, близкой к путям движения типичных галактик, которая может служить началом координат. Поэтому можно предположить, что координаты x^1, x^2, x^3 образующих сопутствующую систему координат, в том смысле, что типичные галактики имеют постоянные пространственные координаты x^1, x^2, x^3. Также важно отметить, что фундаментальные траектории являются геодезическими так как, в силу метрики (1.1), коэффициенты связности:

$$\Gamma^{\mu}_{00} = 0. \tag{1.3}$$

Расчет коэффициентов связности $\Gamma^{\mu}_{\lambda\nu}$ с метрикой (1.1), для плоской вселенной $k = 0$, дает следующие значения:

$$\Gamma^0_{nn} = \frac{a\dot{a}}{c},$$

$$\Gamma^n_{0n} = \Gamma^n_{n0} = \frac{\dot{a}}{ca}. \tag{1.4}$$

Движение материальной частицы находящейся в свободном падении определяется принципом наименьшего действия, согласно которому частица двигается так, что ее мировая линия является экстремумом между двумя заданными мировыми точками. В частности в криволинейных координатах это уравнение представляет собой ковариантную производную от скорости:

$$\frac{du^\mu}{dt} + \Gamma^{\mu}_{\lambda\nu} u^\lambda u^\nu = 0. \tag{1.5}$$

Используя уравнения геодезических (1.5) и рассчитанные символы связности Риманова пространства (1.4) можно получить следующие уравнения движения тела находящегося в свободном падении:

$$\dot{u}^n = -\frac{2u^n \dot{a}}{a}. \tag{1.6}$$

Слагаемое $-2u^n\dot{a}/a$ в (1.6), можно трактовать как некоторый замедляющий коэффициент. Если записать постоянную Хаббла через масштабный фактор $H = \dot{a}/a$, то видно, что все уравнения движения пропорциональны отрицательной постоянной Хаббла:

$$\dot{u}^n = -2u^n H. \tag{1.7}$$

Следовательно, в расширяющейся Вселенной, где постоянная Хаббла $H > 0$, в сопутствующей системе координат скорость движения свободно падающего тела должна уменьшаться:

$$u^n(t) = u_0^n \exp(-2Ht), \tag{1.8}$$

где u_0^n – начальная скорость.

Полученный результат явно противоречит законам сохранения импульса. Поскольку в сопутствующей системе координат, то есть системе координат относительно неподвижных звезд, для которой записаны уравнения (1.6) подобного эффекта не наблюдается. Конечно, всегда можно выбрать соответствующую систему координат, в которой, для заданной точки пространства-времени, все $\Gamma^{\mu}_{\lambda\nu}$ обратятся в нуль, возможность такого выбора является проявлением принципа эквивалентности. Однако это уже будет особая выделенная система координат и коэффициенты связности будут равны нулю лишь на некоторых геодезических, а не во всем пространстве-времени.

Другое объяснение полученного уравнения (1.8) может заключаться в том, что эффект замедления присутствует, но ввиду малости постоянной Хаббла, в СИ она равна $H = (2.197 \pm 0.025) \cdot 10^{-18}$ s^{-1} [1], какой либо заметный эффект замедления можно будет наблюдать только по прошествии значительного времени.

2. Уравнения движения в пространстве с кривизной и неметричностью

Для разрешения возникшего парадокса воспользуемся пространством более сложной структуры нежели пространство Римана. В пространстве Вейля постулируется [13], что ковариантная производная от метрического тензора не равняется нулю $(g^{\alpha\beta})_{;\gamma} \neq 0$. Что приводит к появлению в гравитационных уравнениях дополнительных слагаемых [6], [14] – [17]. Дополнительные уравнения, получаемые в пространстве Вейля можно интерпретировать как проявление электромагнитных взаимодействий [18] или как проявления некоторых скалярных [19], [20] или векторных [21] полей ответственных за космологическое расширение Вселенной за пределами модели Фридмана.

В Римановом пространстве вследствие параллельного переноса вектора происходит изменение его направления. В пространстве Вейля наряду с изменением направления вектора рассматриваются изменение размеров отрезков [22]:

$$dl = -l \cdot dQ, \tag{2.1}$$

где $dQ = \frac{1}{4} Q_\gamma dx^\gamma$ - 1-форма неметричности, l - длинна отрезка в точке P, а $l + dl$ - длинна отрезка в точке P'. В произвольном пространстве отрезок задается в виде:

$$l = g^{\alpha\beta} \zeta_\alpha \zeta_\beta.$$

При параллельном переносе из точки x^α в точку $x^\alpha + dx^\alpha$ значение векторов ζ_α меняется на $\zeta_\alpha + d\zeta_\alpha$. Величину изменения вектора $d\zeta_\alpha$ запишем следующим образом:

$$d\zeta_\alpha = \zeta_\beta d\gamma^\beta_\alpha,$$

где $d\gamma^\beta_\alpha = \Gamma^\beta_{\alpha\gamma} dx^\gamma$. Подставляя значение отрезка l в формулу (2.1) получаем:

$$d(g^{\alpha\beta} \zeta_\alpha \zeta_\beta) = -(g^{\alpha\beta} \zeta_\alpha \zeta_\beta) dQ.$$

Расписывая левую часть уравнения, применяя дифференцирование ζ_α, получим:

$$\zeta_\alpha \zeta_\beta dg^{\alpha\beta} + g^{\alpha\beta}(\zeta_\alpha \zeta_\rho d\gamma^\rho_\beta + \zeta_\rho \zeta_\beta d\gamma^\rho_\alpha) = -g^{\alpha\beta} \zeta_\alpha \zeta_\beta dQ.$$

Опуская вектора ζ_α и упрощая полученное уравнение приходим к равенству:

$$dg^{\alpha\beta} + g^{\rho\beta} d\gamma^\alpha_\rho + g^{\alpha\rho} d\gamma^\beta_\rho = -g^{\alpha\beta} dQ.$$

Таким образом, получаем, что проекция 1-формы неметричности равна ковариантной производной от метрического тензора:

$$(g^{\alpha\beta})_{;\gamma} = -\frac{1}{4} g^{\alpha\beta} Q_\gamma. \tag{2.2}$$

Рассмотрим, каким образом 1-форма неметричности связана с расширением Вселенной. Согласно закону Хаббла расширение Вселенной подчиняется уравнению:

$$V = H \cdot l. \tag{2.3}$$

Если продифференцировать обе части уравнения (2.1) по времени то можно получить:

$$\frac{dl}{dt} = -l\frac{dQ}{dt}. \tag{2.4}$$

Сопоставляя уравнения (2.3) и (2.4) легко увидеть, что постоянная Хаббла пропорциональна первой производной по времени от вектора неметричности:

$$2H = -\frac{dQ}{dt}.$$

Здесь удвоение постоянной Хаббла, происходит потому, что в законе Хаббла (2.3) скорость рассматривается относительно одного из концов отрезка l, в то время как в формуле (2.4) рассматривается безотносительное изменение длинны отрезка l. То есть соотношение между скоростью V и скоростью изменения отрезка dl/dt имеет вид:

$$2V = \frac{dl}{dt}.$$

Если записать дифференциал 1-формы неметричности как $dQ = \frac{1}{4}Q_\gamma dx^\gamma$, получаем формулу:

$$2H = -\frac{1}{4}Q_\alpha du^\alpha,$$

где u^α – вектор 4-скорости. Макроскопическое движение будем считать незначительным, поэтому пространственными компонентами 4-скорости будем пренебрегать $u^n = 0$, где $n = 1, 2, 3$. Временная составляющая 4-скорости будет определена как $u^0 = u_0 = 1$. Следовательно, физическим смыслом вектора неметичности, будет являться равенство [23]:

$$Q_0 = -8H, \tag{2.5}$$

$$Q_n = 0. \tag{2.6}$$

Для вычисления связности в пространстве Вейля-Картана [10], [12], возьмём три уравнения ковариантных производных метрики:

$$-\frac{1}{4}g_{[\alpha\beta}Q_{\mu]} = g_{[\alpha\beta;\mu]},$$

Достаточно простые преобразования этой системы уравнений позволяет получить:

$$-\frac{g^{\alpha\lambda}}{8}\left(g_{\alpha\beta}Q_\mu - g_{\beta\mu}Q_\alpha + g_{\mu\alpha}Q_\beta\right) = \frac{g^{\alpha\lambda}}{2}\left(g_{\alpha\beta,\mu} - g_{\beta\mu,\alpha} + g_{\mu\alpha,\beta}\right) - \frac{g^{\alpha\lambda}}{2}\Gamma_{\alpha,\beta\mu}.$$

Выделяя в уравнении символы Кристоффеля:

$$\tilde{\Gamma}^\lambda_{\beta\mu} = \frac{g^{\alpha\lambda}}{2}\left(g_{\alpha\beta,\mu} - g_{\beta\mu,\alpha} + g_{\mu\alpha,\beta}\right),$$

получаем уравнение:

$$-\frac{g^{\alpha\lambda}}{8}\left(g_{\alpha\beta}Q_\mu - g_{\beta\mu}Q_\alpha + g_{\mu\alpha}Q_\beta\right) = \tilde{\Gamma}^\lambda_{\beta\mu} - \frac{g^{\alpha\lambda}}{2}\Gamma_{\alpha,\beta\mu}.$$

Или, если выразить коэффициенты связность, то уравнение примет вид:

$$\Gamma^\lambda_{\beta\mu} = \tilde{\Gamma}^\lambda_{\beta\mu} + \frac{g^{\alpha\lambda}}{8}\left(g_{\alpha\beta}Q_\mu + g_{\mu\alpha}Q_\beta - g_{\beta\mu}Q_\alpha\right).$$

Простые упрощения позволяют получить уравнение для связности:

$$\Gamma^\lambda_{\beta\mu} = \tilde{\Gamma}^\lambda_{\beta\mu} + \frac{1}{8}\left(\delta^\lambda_\beta Q_\mu + \delta^\lambda_\mu Q_\beta - g^{\alpha\lambda}g_{\beta\mu}Q_\alpha\right).$$

Если сделать обозначение:

$$W^{\lambda}_{\beta\mu} = \frac{1}{8}\left(\delta^{\lambda}_{\beta} Q_{\mu} + \delta^{\lambda}_{\mu} Q_{\beta} - g^{\alpha\lambda} g_{\beta\mu} Q_{\alpha}\right), \tag{2.7}$$

назвав это тензором неметричности, то уравнение для связности примет вид:

$$\Gamma^{\lambda}_{\beta\mu} = \tilde{\Gamma}^{\lambda}_{\beta\mu} + W^{\lambda}_{\beta\mu}. \tag{2.8}$$

Здесь первое слагаемое – коэффициенты связности Риманова пространства (символы Кристоффеля), второе слагаемое – определяет связность для пространства Вейля (неметричность).

Полученная формула (2.8) позволяет рассчитать связность в пространстве с кривизной и неметричностью. Используем формулу (2.8) для нахождения уравнения геодезических (1.5), можно прийти к уравнению:

$$\frac{du^{\mu}}{dt} + \tilde{\Gamma}^{\mu}_{\lambda\nu} u^{\lambda} u^{\nu} + W^{\mu}_{\lambda\nu} u^{\lambda} u^{\nu} = 0. \tag{2.9}$$

Учитывая полученные ранее значения неметричности (2.5) и (2.6) можем найти ненулевые компоненты тензора неметричности (2.7):

$$W^{0}_{00} = W^{n}_{0n} = W^{n}_{n0} = -\frac{\dot{a}}{ca},$$

$$W^{0}_{nn} = -\frac{a\dot{a}}{c}. \tag{2.10}$$

Отсюда становиться видно, что с учетом символов Кристоффеля (2.6) для метрики Фридмана и неметричности (2.10) в каждом уравнении движения получаются два слагаемых $2u^n\dot{a}/a$ с противоположным знаком, которые взаимно уничтожают друг друга. Одно из этих слагаемых порождено римановой связностью, другое неметричностью. В результате уравнения принимают вид:

$$\dot{u}^{n} = 0. \tag{2.11}$$

В полученных уравнениях (2.11) коэффициенты торможения, вызванные расширением Вселенной, отсутствуют, следовательно, законы сохранения импульса не нарушаются.

Итоги работы

Использование пространств с кривизной и неметричностью при рассмотрении уравнений движения в расширяющейся Вселенной снимает парадокс замедления скорости движения свободно падающих тел. Что позволяет утверждать о необходимости, при рассмотрении эволюции Вселенной, использовать пространства с неметричностью.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bucher, P. A. R.; et al. (Planck Collaboration) (2013). "Planck 2013 results. I. Overview of products and scientific Results". arXiv:1303.5062
2. Babourova O. V., Frolov B. N. Colour-spin, dilaton-spin and hypermomentum perfect fluids as the sources of non-Riemannian cosmologies, *Nucl. Phys. B*, Proc. Suppl. (Proc. 19th Texas Symp. on Relativistic Astrophysics and Cosmology, Paris, 1998), 2000, V.80, pp. 04/01 1 9.
3. Teyssandier P., Tucker R. W. and Wang C. On an interpretation of non-Riemannian gravitation, *Acta Phys. Polonica B*, 1998, V. 29, pp. 987-994.
4. Puetzfeld D. A cosmological model in Weyl-Cartan spacetime: I. Field equations and solutions, *Class. Quantum Grav.*, 2002, V. 19, pp. 3263-3280 (gr-qc/0111014).
5. Miritzis J. Isotropic cosmologies in Weyl geometry, *Class. Quantum Grav.*, 2004, V. 21, pp. 3044-3056 (gr-qc/0402039).
6. Portnov Yu.A. Dilatation field quanta // Gravitation and Cosmology, 2006, - v.12, - N2-3 (46-47), pp.209-211.
7. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Теория поля, «Наука», М., 1973.
8. Я.Б.Зельдович, И.Д.Новиков. Строение и эволюция Вселенной. «Наука» М., 1975
9. Steven Weinberg Gravitation and cosmology, John Wiley and Sons, Inc., (New York, 1972).
10. WMAP Collab. (C. L. Bennett et al), First-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: preliminary maps and basic results, Astrophysical J. (Supplement Series), 148 (2003) 1. arXiv:astro-ph/0302207.

11. Clavin, Whitney; Harrington, J.D. (21 March 2013). "Planck Mission Brings Universe Into Sharp Focus". NASA. Retrieved 21 March 2013.
12. Weinverg S. Cosmology, Oxford: university press, 2008, 605 p.
13. H. K. H.Weyl, Space-Time-Matter (Methuen, London, 1980).
14. Babourova O.V., Frolov B.N. Matter with dilaton charge in Weyl-Cartan spacetime and evolution of the Universe // General Relativity and Quantum Cosmology. - 0209077. - v2. - 19 Dec 2002.
15. D. Puetzfeld, Status of non-Riemannian cosmology, New Astron. Rev. 49 (2005) pp. 59–64, arXiv: gr-qc/0404119.
16. O. V. Babourova and B. N. Frolov, Dilaton matter as dark matter and evolution of the universe, Grav. Cosmol. 9(1) (2003) 15–19.
17. O. V. Babourova, Modified Friedmann–Lemâitre equation for dilaton-spin dark matter in Weyl–Cartan space, Grav. Cosmol. 10 (2004) 121–126, arXiv: gr-qc/0507104.
18. A. S. Eddington, A generalization of Weyl's theory of the electromagnetic and gravitational fields, Proc. Roy. Soc. London A 99 (1921) 104–111.
19. V. G. Krechet and D. V. Sadovnikov, Cosmology in an affine-metric theory of gravity with a scalar field, Grav. Cosmol. 3 (1997) 133–140.
20. R. Utiyama, On Weyl's gauge field, Progr. Theor. Phys. 50 (1973) 2080–2090.
21. Yu. A. Portnov, Expansion rate of the universe as a consequence of nonmetricity field fluctuations, Grav. Cosmol. 16(1) (2010) 75–77.
22. B. F. Schutz, Geometrical Methods of Mathematical Physics (Cambridge University Press, 1982).
23. Yuriy A. Portnov, Descending entropy in expanding the universe, International Journal of Geometric Methods in Modern Physics, 2015, Vol. 12, No. 02, p.1550024.

Поступила в редакцию 29.03.2015

Юрий Алексеевич Портнов, к. ф.-м. н., доцент, кафедра физики, Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ), 125319, Россия, г. Москва, Ленинградский пр., 64.
E-mail: portnovyura@yandex.ru

Yu. A. Portnov

On free-falling objects in expanding Universe

Keywords: nonmetricity; Weyl spacetime; Hubble's constant, slow-down coefficient

PACS: 04.80.Cc

The problem of free-falling objects motion in the Riemann space-time in the expanding Universe is considered in this article. As follows from the result equations analysis, the author gives attention to the component, which appears in the motion equation, which can be interpreted, as a slow-down coefficient, which contradicts to the momentum conservation law. For explanation of the paradoxical result obtained, motion equations in the Weyl space-time, which has more complex structure, are considered. On the basis of motion equations in Weyl space-time analysis, is shown, that the abovementioned paradox disappears and equations obtained don't contradict to the momentum conservation law. As a result, the conclusion of necessity of using the Weyl space-time in consideration of dynamics in the expanding Universe is made.

REFERENCES

1. Planck Collab. (P. A. R. Bucher *et al.*), Planck 2013 results. I. Overview of products and scientific Results, arXiv:astro-ph/1303.5062

2. O. V. Babourova and B. N. Frolov, Colour-spin, dilaton-spin and hypermomentum perfect fluids as the sources of non-Riemannian cosmologies, *Nucl. Phys. B* **80.04/01** (2000) 1.

3. P. Teyssandier, R. W. Tucker and C. Wang, On an interpretation of non-Riemannian gravitation, *Acta Phys. Polonica B* **29** (1998) 987.

4. D. Puetzfeld, A cosmological model in Weyl-Cartan spacetime: I. Field equations and solutions, *Class. Quantum Grav.* **19** (2002) 3263. arXiv:gr-qc/0111014.

5. J. Miritzis, Isotropic cosmologies in Weyl geometry, *Class. Quantum Grav.* **21** (2004) 3044. arXiv:gr-qc/0402039.

6. Yu.A. Portnov, Dilatation field quanta, *Grav. Cosmol.* **12** (2006) 209.

7. L. D. Landau, E. M. Lifshitz, *Field theory*, Course of Theoretical Physics, Vol. 2 (Scince, Moscow, 1988), p. 512.

8. Y. B. Zel'dovich, I. D. Novikov, *Structure and evolution of the Universe* (Scince, Moscow, 1975).

9. S. Weinberg, *Gravitation and cosmology* (John Wiley and Sons, Inc., New York, 1972).

10. WMAP Collab. (C. L. Bennett *et al*), First-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: preliminary maps and basic results, *Astrophysical J. (Supplement Series)* **148** (2003) 1. arXiv:astro-ph/0302207.

11. W. Clavin, J.D. Harrington, *Planck Mission Brings Universe Into Sharp Focus* (NASA. Retrieved 21 March 2013).

12. S. Weinverg *Cosmology* (University press, Oxford, 2008).

13. H. K. H. Weyl, *Space-Time-Matter* (Methuen, London, 1980).

14. O.V. Babourova, B.N. Frolov, Matter with dilaton charge in Weyl-Cartan spacetime and evolution of the Universe, *Class. Quantum Grav* **20** (2003) 1423. arXiv:gr-qc/0209077.

15. D. Puetzfeld, Status of non-Riemannian cosmology, *New Astron. Rev.* **49** (2005) 59. arXiv:gr-qc/0404119.

16. O. V. Babourova, B. N. Frolov, Dilaton matter as dark matter and evolution of the universe, *Grav. Cosmol.* **9(1)** (2003) 15.

17. O. V. Babourova, Modified Friedmann-Lemâitre equation for dilaton-spin dark matter in Weyl-Cartan space, *Grav. Cosmol.* **10** (2004) 121. arXiv:gr-qc/0507104.

18. A. S. Eddington, A generalization of Weyl's theory of the electromagnetic and gravitational fields, *Proc. Roy. Soc. London A* **99** (1921) 104.

19. V. G. Krechet and D. V. Sadovnikov, Cosmology in an affine-metric theory of gravity with a scalar field, *Grav. Cosmol.* **3** (1997) 133.

20. R. Utiyama, On Weyl's gauge field, *Progr. Theor. Phys.* **50** (1973) 2080.

21. Yu. A. Portnov, Expansion rate of the universe as a consequence of nonmetricity field fluctuations, *Grav. Cosmol.* **16(1)** (2010) 75.

22. B. F. Schutz *Geometrical Methods of Mathematical Physics* (Cambridge University Press, 1982).

23. Yu. A. Portnov, Descending entropy in expanding the universe, *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics* **12** (2015) 1550024.

Received 29.03.2015

Yuriy Alekseevich Portnov, Candidate of Physics and Mathematics, associate Professor, Department of physics, The Moscow State automobile & road technical University, Leningradskiy Prosp., 64, Moscow, 125319, Russia. E-mail: portnovyura@yandex.ru