

УДК 524.3-54, 524.3-55

*В. М. Журавлев*¹**ТЕРМОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭВОЛЮЦИИ НОРМАЛЬНЫХ ЗВЕЗД**²

В статье излагается упрощенный подход к описанию эволюции нормальных звезд на основе термодинамических соотношений равновесия звезды в целом. Звезда рассматривается как термодинамическая система эволюция, которой происходит за счет изменения ее внутреннего химического состава, обусловленного изменением молярного содержания в ней водорода и гелия. Это позволяет вычислить радиус звезды и ее среднюю температуру, соответствующие пересечению кривых равновесия и состояния звезды как целого на плоскости радиус-температура. Рассмотрены некоторые основные элементы такой модели,

Ключевые слова: Астрофизика, строение и эволюция нормальных звезд

PACS: 97.10.Cv

1. Введение

Задачи эволюции звезд являются одним из наиболее важных и сложных разделов современной астрофизики [1–7]. Построение таких моделей включает в себя все основные элементы теории равновесия звезд, переноса тепла и теории термоядерных реакций в ядрах звезд. Это и определяет сложность используемых моделей. Вместе с тем звезды, как целое, представляют собой отдельную термодинамическую систему, состояние которой можно описать небольшим набором усредненных параметров, если не задаваться целью одновременно строить детальные модели их внутреннего строения. Такое упрощенное описание в значительно большей степени подходит для объяснения таких диаграмм как, например, диаграмма Герцшпрунга-Рассела [1–3, 6], чем сложные модели, учитывающие внутреннее строение звезд. Это связано с тем, что у нас нет пока прямых инструментов, с помощью которых удалось бы выяснять согласование моделей внутреннего строения с реальным распределением параметров среды внутри звезд. Для Солнца в качестве таких инструментов может выступать с определенными ограничениями гелиосейсмология, но для удаленных звезд такой подход остается открытым. В результате проверка сложных моделей проводится на основе интегральных показателей излучения звезды, что часто сводит на нет усилия по проверке детальных моделей внутреннего их строения. Поэтому для общего анализа эволюции звезд, хотя бы для простых по структуре, полезно разработать теорию, опирающуюся только на общие термодинамические параметры звезд.

В настоящей работе предлагается решение этой задачи. Сначала выводится общее уравнение состояния звезды, как целого. Затем, на основе простейшей модели изменения химического состава нормальной звезды, строим связь между радиусом и ее средней температурой. Основываясь на условии гидростатического равновесия в среднем и уравнения состояния вещества звезды, строится кривая равновесия нормальной звезды. В результате, получаем способ вычисления точки равновесия звезды на плоскости радиус-температура. Затем анализируется изменение положения точки равновесия от некоторых параметров модели.

2. Равновесная термодинамика звезд

Важным аспектом выяснения строения звезд является задача отыскания условий устойчивости звезды в равновесии, как цельного объекта [1–3]. Для этого рассмотрим звезду, как замкнутый термодинамический объект, подчиняющийся закону сохранения энергии. Согласно первому началу термодинамики количество энергии dQ в единицу времени, поступающей в звезду или уходящей из нее, связано с изменением ее полной внутренней энергии соотношением:

$$dQ = dU + pdV.$$

¹ E-mail: zhvictorm@gmail.com

² Работа выполнена при поддержке Министерства Образования и Науки РФ (в рамках Государственного задания и проекта № 14.Z50.31.0015).

Общее количество энергии в равновесии, которое звезда получает от термоядерной реакции в ее центре, полностью компенсируется количеством энергии, излучаемой ее с поверхности. Поэтому можно считать, по крайней мере в первом приближении, что звезда является адиабатически замкнутой системой, а эволюция ее параметров протекает медленно, что позволяет использовать для анализа предположение о квазистатичности происходящих в ней эволюционных изменениях термодинамических параметров.

Будем полагать, что внутренняя полная энергия звезды описывается с помощью формулы:

$$U = \frac{3}{2} \frac{MAT}{\bar{\mu}} \quad (2.1)$$

где T - средняя температура вещества звезды, а $\bar{\mu}$ - средняя молярная масса ее вещества, A - универсальная газовая постоянная, а M - масса звезды. Это соотношение является прямым следствием теоремы о равнораспределении по степеням энергии одноатомного газа в состоянии со средней температурой T , которым по сути является полностью ионизированная плазма.

Если звезда находится в равновесии, то при квазистатических изменениях ее состояния существует энтропия S как функция средней температуры и объема (радиуса):

$$TdS = dQ = T \frac{\partial S}{\partial V} dV + T \frac{\partial S}{\partial T} dT.$$

Энтропия должна удовлетворять в этом случае соотношениям:

$$\frac{\partial S}{\partial V} = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial U}{\partial V} + p \right), \quad \frac{\partial S}{\partial T} = \frac{1}{T} \frac{\partial U}{\partial T}.$$

Используя условие непрерывности $S(T, V)$ приходим к известному в термодинамике уравнению для квазистатических процессов:

$$\frac{\partial U}{\partial V} = -p + T \frac{\partial p}{\partial T} = T^2 \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{p}{T} \right). \quad (2.2)$$

Это соотношение позволяет находить вид уравнения состояния системы, при известной зависимости полной энергии U от T и V или, наоборот, находить $U(T, V)$ по известной форме $p = p(V, T)$. Из формулы (2.1) следует, что единственным параметром полной энергии звезды, который может зависеть от объема (или радиуса) является величина ее средней молярной массы $\bar{\mu}$. Молярная масса меняется в течении эволюции звезды за счет протекающих в ней термоядерных реакций. Отсюда следует, что изменение молярного состава звезды неизбежно ведет к изменению ее радиуса и, как следствие, температуры. Выяснение этих изменений и будет основной задачей данной работы.

3. Термодинамика звезды как целого

Для выяснения свойств термодинамической системы звезды вычислим зависимость $p = p(V, T)$ по заданной полной энергии в предположении неизменности массы звезды M . Подставляя выражение для U (2.1) в (2.2), находим:

$$\frac{3}{2} MA \frac{\partial}{\partial V} \frac{1}{\bar{\mu}} = T^2 \frac{\partial}{\partial T} \frac{p}{T}.$$

Решая это уравнение относительно p , находим:

$$p = \frac{3}{2} MAT \int_{T_0}^T \frac{dT}{T^2} \frac{\partial}{\partial V} \frac{1}{\bar{\mu}},$$

где $T_0 = T_0(V)$ - температура, при которой давление в звезде обращается в ноль. Это общее уравнение изменения состояния звезды как термодинамической системы.

Вместе с тем, звезда находится в гидростатическом равновесии за счет сил тяготения. Эти силы определяют величину давления в среднем. Для оценки среднего давления в среднем можно воспользоваться приближенным условием гидростатического равновесия в следующей форме [5]:

$$\frac{p}{R} = \beta \frac{GM\bar{p}}{R^2}. \quad (3.1)$$

Безразмерный параметр $\beta(T, V)$ характеризует распределение масс внутри звезды и считается, как правило, слабо меняющимся параметром равновесия. Отсюда, учитывая связи $\rho = M/V$ и $V = 4\pi R^3/3$ получаем:

$$p = \beta(T, V) \frac{3GM^2}{4\pi} \frac{1}{R^4}. \quad (3.2)$$

Подставляя это соотношение в уравнение состояния, находим связь между средней температурой звезды и ее радиусом в равновесии:

$$\beta(T, R) \frac{3GM^2}{4\pi} \frac{1}{R^4} = \frac{3}{2} AMT \int_{T_0}^T \zeta(T, R) \frac{dT}{4\pi R^2 T^2}, \quad (3.3)$$

где

$$\zeta(T, R) = \frac{\partial}{\partial R} \frac{1}{\bar{\mu}}.$$

Воспользуемся известной формулой [1–3] для средней молярной массы вещества звезды:

$$\bar{\mu} = \frac{\mu_H}{2X + 0.75Y + 0.5Z}, \quad (3.4)$$

где μ_H - молярная масса водорода, а X, Y, Z - массовые доли водорода (X), гелия (Y) и других тяжелых элементов (Z) в одном моле вещества звезды: $X + Y + Z = 1$. В этом случае величину $\zeta(T, R)$ можно записать в виде:

$$\zeta(T, R) = \frac{1}{\mu_H} \frac{\partial}{\partial R} (2X + 0.75Y + 0.5Z)$$

Таким образом, величина $\zeta(T, R)$ определяет скорость изменения химического состава при изменении радиуса звезды. Химический состав может меняться вследствие термоядерных реакций в звезде, либо за счет падения вещества на звезду с какого-либо внешнего источника, например, со второй компоненты звездной системы. Здесь будет рассматриваться только эволюция, которая порождается относительно медленным выгоранием водорода, что соответствует основной стадии эволюции маломассивных звезд типа Солнца.

4. Диаграмма радиус-температура для нормальных звезд для линейной по радиусу модели выгорания водорода

При анализе маломассивных звезд типа Солнца можно считать, что их вещество в основном состоит из водорода и гелия, т.е. $Z \simeq 0$ и $Y = 1 - X$. Тогда выражение для $\zeta(T, R)$ примет такой вид:

$$\zeta(T, R) = \frac{5}{4\mu_H} \frac{\partial X}{\partial R}.$$

Рассмотрим случай, когда величина X меняется линейно с изменением радиуса звезды:

$$X = 1 - \lambda R, \quad (4.1)$$

а параметр $\lambda = \lambda(T)$ не зависит от радиуса, но зависит от температуры звезды. Знак минус означает, что с увеличением радиуса звезды молярное содержание водорода в ней падает. Этот факт находит свое подтверждение в теории эволюции звезд [3, 5, 6]. Учитывая, что содержание гелия равно $Y = 1 - X = \lambda R$ будем предполагать, что содержание гелия пропорционально радиусу звезды, умноженному на некоторый температурный коэффициент. Очевидно, что можно рассматривать гораздо более общие модели содержания гелия, например, вида $Y = \lambda(T) R^k$, с некоторым показателем степени k . Реальный вид такой зависимости требует детального исследования процессов выгорания водорода для различных звезд. Однако для анализа общего поведения звезд полезно предварительно рассмотреть именно такой простейший вариант функциональной зависимости содержания гелия в моле вещества звезды от ее радиуса и средней температуры.

Следуя этой закономерности, можно записать:

$$\zeta(T, R) = -\frac{5}{4\mu_H} \lambda(T),$$

где $\lambda = -dX/dR = K(T)\lambda_0 > 0$. Функция $K(T)$ - некоторая безразмерная функция температуры, которая далее называется температурным коэффициентом выгорания водорода, а λ_0 - размерная постоянная, имеющая размерность производной dX/dR . Подставляя это соотношение в уравнение (3.3), приходим к уравнению, связывающему изменение температуры звезды с ее радиусом:

$$\beta \frac{3GM^2}{4\pi} \frac{1}{R^4} = -AMT \frac{15}{8\mu_H} \lambda_0 \int_{T_0}^T K(T) \frac{dT}{4\pi R^2 T^2}. \quad (4.2)$$

Для удобства решения этого уравнения введем величину $u = K(T)/(R^2 T^2)$, тогда последнее уравнение можно переписать в виде:

$$\Phi(T)u^2 = -\Lambda \int_{T_0}^T u dT,$$

где $\Phi(T) = T^2/K^2(T)$ и

$$\Lambda = \frac{5A\lambda_0}{8GM\mu_H\beta}.$$

Этот параметр удобно привести к более удобному виду, вводя среднюю температуру для некоторого фиксированного радиуса звезды R_0 :

$$\Lambda^{-1} = \frac{8GM\mu_H\beta}{5A} \frac{1}{\lambda_0}.$$

Дифференцируя полученное уравнение по T , приходим к следующему:

$$\Phi'(T)u^2 + 2\Phi(T)u \frac{du}{dT} = -\Lambda u$$

или

$$\frac{du}{dT} = -\frac{\Phi'(T)}{2\Phi(T)}u - \frac{\Lambda}{2\Phi(T)}. \quad (4.3)$$

Общее решение этого уравнения можно записать в виде:

$$u = \frac{C_1}{\sqrt{\Phi(T)}} - \frac{\Lambda}{2\sqrt{\Phi(T)}} \int \Phi^{-1/2}(T) dT. \quad (4.4)$$

Подставляя в это соотношение определение u , находим связь между R и T :

$$R = \left[\frac{2}{T} \frac{1}{(2C_1 - \Lambda \int T^{-1} K(T) dT)} \right]^{1/2}. \quad (4.5)$$

5. Модели температурного коэффициента выгорания водорода

Для анализа полученных соотношений необходимо знать функцию $K(T)$, а так же и параметр λ_0 , входящие в формулу для выгорания водорода (4.1). Скорость выгорания водорода связана со скоростью термоядерных реакций в звезде, которая определяется при заданной массе звезды в основном температурой в ее центре или средней температурой звезды T . Поскольку зависимость скорости ядерных реакций в звездах от температуры обычно описывается степенными законами, рассмотрим зависимость $K(T)$ так же в форме общего степенного закона:

$$K(T) = \left(\frac{T}{T_*} \right)^n, \quad (5.1)$$

где T_* - некоторая фиксированная температура, которая определяется как критическая температура протекания соответствующего процесса. В дальнейшем заменим этот параметр на другой, более подходящий с точки зрения его определения по характеристикам звезды. Подставляя это соотношение в (4.5), приходим к следующему выражению для радиуса звезды:

$$R = \frac{R_1}{\sqrt{\theta(1 - \theta^n)}}, \quad (5.2)$$

где $\theta = T/T_{cr}$, $\theta_* = T_*/T_{cr}$, $R_1^2 = 1/(T_{cr}C_1)$ или:

$$R_1^2 = \frac{2n}{\Lambda T_{cr}} \theta_*^{-n/(n+1)}.$$

При этом величина в скобках справа безразмерна, а θ меняется на отрезке $[0, 1]$. В случае $n = 0$ и независимости коэффициента λ от T , выражение для R имеет несколько иной вид:

$$R = \frac{R_1}{\sqrt{-\theta \ln \theta}}, \quad (5.3)$$

При этом параметр R_1 определяется следующим образом:

$$R_1 = \frac{2}{T_{cr}\Lambda}.$$

Соотношения (5.2) и (5.3) будем называть кривыми состояния звезды.

Введение параметра T_{cr} связано с тем, что при $T \rightarrow T_{cr}$ радиус звезды стремится к бесконечности, что можно связать с критической температурой сброса оболочки. Это критическое значение температуры определяется из соотношения:

$$\Theta(T_{cr}) = 1.$$

Функция в правой части (5.2) при любых значениях $n > 0$ имеет минимум в точке:

$$\theta_{min}(n) = \frac{T_{min}}{T_{cr}} = (n+1)^{-1/n}.$$

В случае $n = 0$:

$$\theta_{min}(0) = e^{-1}.$$

Минимальное значение радиуса звезды при этом равно следующей величине:

$$R_{min}(n) = \frac{R_1(n+1)^{1/(2n)}}{\sqrt{n}}, \quad R_{min}(0) = R_1\sqrt{e}.$$

Именно минимальный радиус звезды можно рассматривать в качестве более подходящего для определения параметра вместо R_1 . Графики функциональной зависимости $R(T)$ (5.2) для различных значений n приведены на рис.(1).

Общий анализ полученных соотношений дает следующие выводы. Во-первых, на всем протяжении эволюции звезды при монотонном росте ее средней температуры всегда имеется состояние с минимальным радиусом R_{min} , который можно рассматривать как важный параметр каждой конкретной звезды, а точнее ее эволюционного трека. Минимальное значение радиуса медленно понижается с ростом n . Во-вторых, радиус звезды стремится к бесконечности и при $T \rightarrow 0$, что можно рассматривать как указание на рождение звезды из большого облака пыли с низкой температурой. Этот общий факт эволюции звезд формула (5.2) отражает в независимости от выбора n . В третьих, из рисунков видно, что вблизи состояния с минимальным радиусом звезда находится в достаточно большом диапазоне температур. Это означает, что именно это значение радиуса звезды можно связать с ее положением на последовательности диаграммы Герцшпрунга-Рассела. Поэтому для расчета моделей эволюции звезд, находящихся на главной последовательности, можно текущий их радиус выбирать в качестве R_1 .

6. Кривая и точки равновесия

Рассмотрим теперь кривую равновесия звезды и определим ее пересечения с кривой состояния (5.2)((5.3)). Под кривой равновесия будем понимать кривую, определяющую условие гидростатического равновесия звезды (3.1). Поскольку при выводе уравнения состояния предполагалось, что звезда в основном состоит из водорода и гелия, то в таких звездах уравнение состояния вещества не слишком сильно отличаются от уравнения состояния идеального газа, по крайней мере, для не очень массивных звезд. В этом случае имеем:

$$p = \frac{\bar{\rho}}{\mu} AT = \frac{15MAT}{4\pi\mu_H R^3} (8/5 - \lambda_0 K(T)R). \quad (6.1)$$

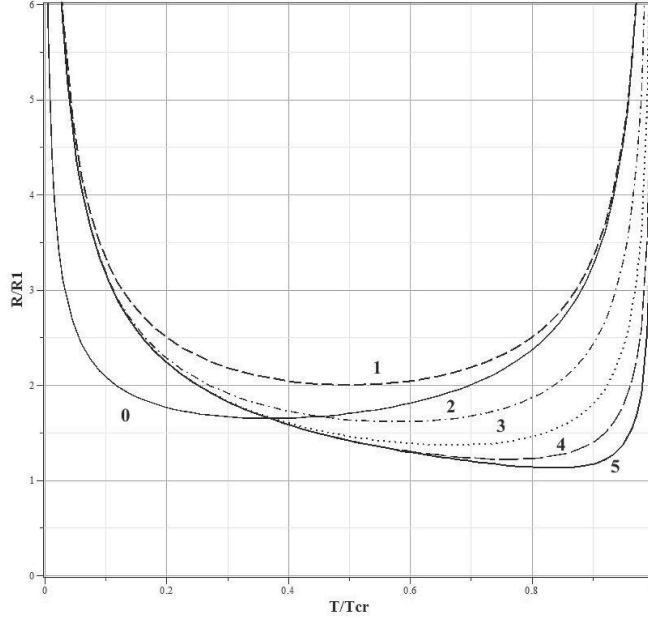


Рис. 1. Изменение радиуса звезды при изменении ее средней температуры для различных значений параметра n : 0 - $n = 0$, 1 - $n = 1$, 2 - $n = 2$, 3 - $n = 4$, 4 - $n = 8$, 5 - $n = 16$

Подставляя это соотношение в (3.1), находим:

$$\frac{\bar{\rho}}{\mu} AT = \beta \frac{GM\bar{\rho}}{R}.$$

Отсюда получаем:

$$TR = \frac{4\beta GM\mu_H}{5A\lambda_0} \frac{1}{X_*/\lambda_0 - RK(T)} = \frac{1}{2\Lambda} \frac{1}{8/(5\lambda_0) - RK(T)}.$$

Это соотношение можно рассматривать как уравнение для R , которое будет иметь следующий вид:

$$R \left(8/(5\lambda_0) - RK(T) \right) = \frac{1}{2\Lambda T_{cr} \theta}.$$

Перепишем это уравнение в следующей форме:

$$R \left(R_* - R\theta^n \right) = R_1^2 q_0, \quad (6.2)$$

где введены следующие обозначения:

$$R_*(n) = \frac{8}{5\lambda_0} \theta_*^n, \quad q_0(n) = \frac{1}{4n} \theta_*^{n(n+2)/(n+1)}.$$

Уравнение (6.2) имеет два корня:

$$R_+ = \frac{1}{2\theta^n} \left(R_*(n) + \sqrt{R_*^2(n) - 4R_1^2 q_0(n) \theta^n} \right), \quad R_- = \frac{1}{2\theta^n} \left(R_*(n) - \sqrt{R_*^2(n) - 4R_1^2 q_0(n) \theta^n} \right)$$

Оба корня положительны и имеют физический смысл в случае, если:

$$R_*^2 \geq 4R_1^2 q_0 \theta^n.$$

В противном случае устойчивых состояний равновесия у звезды нет. На рисунках (2) представлены кривые состояния и равновесия звезды в форме нормированных соотношений:

$$\frac{R_+}{R_1} = \frac{\sqrt{q_0(n)}}{2\theta^n} \left(Z + \sqrt{Z^2 - 4\theta^n} \right), \quad \frac{R_-}{R_1} = \frac{\sqrt{q_0(n)}}{2\theta^n} \left(Z - \sqrt{Z^2 - 4\theta^n} \right).$$

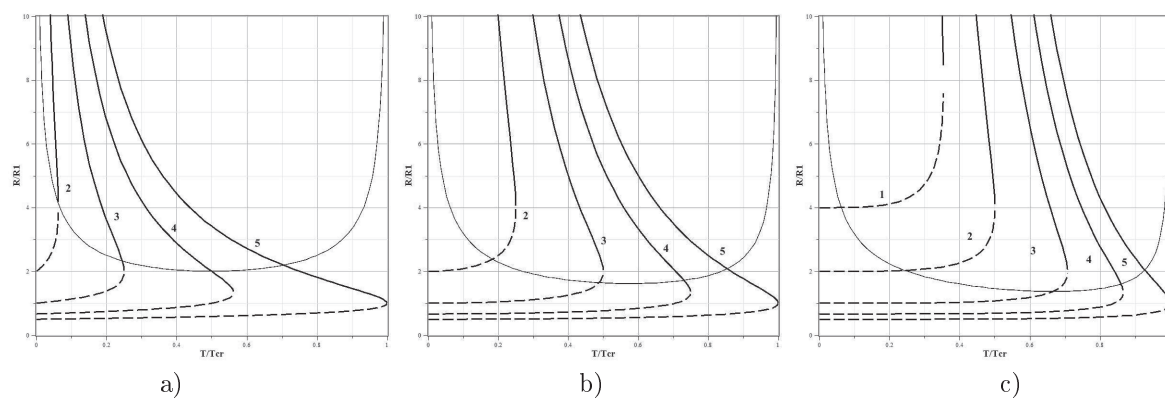


Рис. 2. Точки равновесия для трех значений n : а) - $n = 1$, б) $n = 2$, в) $n = 4$ при условии $q_0(n) = 1$.
 Номерами обозначены кривые равновесия, отвечающие различным значениям Z : 1 - $Z = 0.25$,
 2 - $Z = 0.5$, 3 - $Z = 1.0$, 4 - $Z = 1.5$, 5 - $Z = 2$

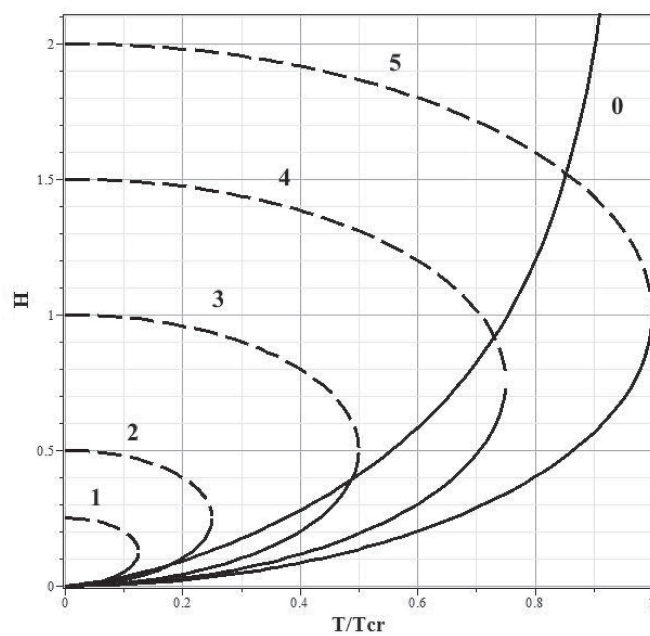


Рис. 3. Значения функции H для $n = 2$. 0 - кривая состояния. Кривые равновесия с различными значениями Z : 1 - $Z = 0.25$, 2 - $Z = 0.5$, 3 - $Z = 1.0$, 4 - $Z = 1.5$, 5 - $Z = 2$

Здесь введено обозначение:

$$Z = R_*/(R_1 \sqrt{q_0(n)}). \quad (6.3)$$

На рисунках (2) верхняя часть кривых равновесия изображена сплошной линией, а нижняя - пунктиром. Верхняя часть соответствует корню R_+ , а нижняя - корню R_- . Как видно из рисунков равновесие может достигаться как на верхней, так и на нижней ветви кривых равновесия. Также видно, что с ростом параметра Z точка равновесия смещается все ближе к критической температуре. Это смещение можно рассматривать как процесс перемещения точки равновесия звезды со временем к точке сброса оболочки.

Для того, чтобы продемонстрировать относительный рост содержания гелия, на рисунке (3) изображены графики функции $H = (R(T)/R_1)(T/T_{cr})$, которая и характеризует величину молярного содержания гелия в звезде. Точки пересечения кривых на графике соответствуют содержанию молярному гелия $Y = \lambda_0 R_1 H$ для точек термодинамического равновесия звезды. Кривые 1,2,3,4,5 являются кривыми равновесия для различных значений параметра Z и $n = 2$. Кривая 0 является кривой состояния для $n = 2$. Видно, что с ростом Z содержание гелия увеличивается вместе с ростом температуры, и стремится к точке сброса оболочки при $T \simeq T_{cr}$.

7. Заключение

Предложенная схема описания равновесия нормальных звезд в целом дает возможность установить ряд общих закономерностей установления равновесия в звезде и его эволюции со временем. Важным является то, что из простых термодинамических соображений, рассматривающих звезды как термодинамические машины, параметры которых задаются средними их внутренними и внешними параметрами, удастся дать общее качественное описание приближения нормальной звезды к точке сброса оболочки. Эта простая теория показывает, как происходит вначале установление равновесия звезды с уменьшением ее радиуса при росте содержания гелия, а затем и раздувание звезды и ее переход в состояние, называемое красным гигантом.

В работе не приведены количественные оценки параметров для реальных звезд, а лишь продемонстрировано качественно поведение звезд в случае изменения ее параметров. Это связано с тем, что для получения количественных значений необходимо иметь более точное представление о функции Y как функции R и T . В частности, можно рассматривать более общие модели содержания гелия, как это обсуждалось выше. Поэтому полученные результаты можно рассматривать как предварительный анализ общей теории термодинамики звезд.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Я.Б. Зельдович, С.И. Блинников, Н.И. Шакура. Физические основы строения и эволюции звезд. М.: МГУ, 1981 г., 149 с.
2. К.А. Постнов, А.В. Засов. Курс общей астрофизики. М.: Физический факультет МГУ, 2005. 192 С.
3. В.В. Иванов. Физика звезд. Изд. С.-П. Гос. Университета, Каф. астрономии, 2010 г. 372 с.
4. Зельдович Б.Я., И.Д. Новиков. Теория тяготения и эволюция звзд. М.:Наука, 1971. 484 с.
5. С.А. Каплан, Физика звезд. М: Наука, 1970. 212 С.
6. М. Шварцшильд. Строение и эволюция звезд. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ». 2008. 492 С.
7. Г.С. Бисноватый-Коган. Физические вопросы звездной эволюции. М.: Наука, 1989 г. 485 с.

Поступила в редакцию 30.06.2015

Журавлев Виктор Михайлович, д.ф.-м.н., профессор, кафедра Теоретической физики, Ульяновский государственный университет, 432017, Россия, г. Ульяновск, ул. Л.Толстого, 42.
E-mail: zhvictorm@gmail.com

V. M. Zhuravlev

Thermodynamics model of normal stars evolution

Keywords: Astrophysics, the structure and evolution of normal stars

PACS: 97.10.Cv

The article presents a simplified approach to the description of the evolution of normal stars based on thermodynamic equilibrium relation stars in general. The star is seen as a thermodynamic system evolution, which occurs due to a change in its internal chemical composition, due to the change of the molar content in it hydrogen and helium. This allows you to calculate the radius of the star and its average temperature corresponding to the intersection of the equilibrium curves and star status as a whole on the plane temperature range. We consider some of the basic elements of such a model.

REFERENCES

1. Ya. B. Zeldovich, S.I. Blinnikov, N.I. Shakura. *Fizicheskie osnovy stroeniya i evolucii zvezd*. Moscow, Izdatelstvo MGU, 1981, 149 P.
2. K.A. Postnov., A.V. Zasov. *Kurs obshey astrofiziki*. Moscow.: Fizicheskiy fakultet MGU, 2005, 192 P.
3. V.V. Ivanov. *Fizika zvezd*. Izdatelstvo Sankt-Peterburg, Gosudarstvennyy universitet, 2010. 372 P.
4. Ya. B. Zeldovich, I.D. Novikov. *Teoriya tyagoteniya i evolucii zvezd*. Moscow. Izdatelstvo Nauka, 1971. 484 P.
5. S.A. Kaplan. *Fizika zvezd*. Moscow. Izdatelstvo "Nauka", 1970. 212 P.
6. S. M. Schwarzschild. *Structure and evolution of stars*. Paperback – CLV, 1962
7. G.S. Bisnovatyy-Kogan. *Fizicheskie processy zvezdnoy evolucii*. Moscow.: Izdatelstvo Nauka, 1989. 485 P.

Received 30.06.2015

Zhuravlev Victor Mikhailovich, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Theoretical Physics department, Ulyanovsk State University, ul. Leo Tolstoy, 42, Ulyanovsk, 432017, Russia.
E-mail: zhvictorm@gmail.com