УДК 5530.12+531.51+517.944+519.713+514.774

Ю. Г. Игнатьев[1]***, М. М. Михайлов*** [2]

КОСМОЛОГИЧЕСКАЯ ЭВОЛЮЦИЯ НЕСИММЕТРИЧНОЙ БОЛЬЦМАНОВСКОЙ ПЛАЗМЫ С МЕЖЧАСТИЧНЫМ КЛАССИЧЕСКИМ СКАЛЯРНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ. I. ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ: УПРОЩЕННАЯ МОДЕЛЬ

На основе развитой ранее одним из Авторов кинетической теории макроскопического описания плазмы с межчастичным скалярным взаимодействием конструируются динамические статистические модели несимметричной слабовырожденной плазмы с межчастичным классическим скалярным взаимодействием. Построены и проанализированы численные модели космологической эволюции, иллюстрирующие фазовые переходы в системе скалярно заряженных частиц с изменением их эффективной массы покоя. Показано, что в процессе космологической эволюции степень вырождения фермионов увеличивается.

Ключевые слова: Релятивистская кинетика, классические скалярные поля, космологические модели, статистика Больцмана, слабое вырождение, несимметричная модель

PACS: 04.20.Cv, 98.80.Cq, 96.50.S 52.27.Ny

1. Введение

В 1982 – 1983 гг одним из Авторов были сформулированы основные принципы релятивистской кинетической теории статистических систем со скалярным взаимодействием [1] – [4], а также [5]. Второе дыхание кинетическая теория статистических систем получила в начале 2000-х годов в связи с обнаружением ускорения Вселенной [6, 7]. В этих работах, в частности, было показано, что статистические системы скалярно заряженных частиц с классическим скалярным взаимодействием могут обеспечить ускорение Вселенной. В последующей серии работ одного из Авторов кинетическая теория релятивистских самогравитирующих систем со скалярным взаимодействием была обобщена на случай фантомных скалярных полей[3] [8], [9], [10], [11], [12], [13], а затем – на случай отрицательных эффективных масс скалярно заряженных частиц [14], [15].

Особенностью скалярного взаимодействия с элементарными частицами является, в первую очередь, возможность прямого влияние потенциала скалярного поля Φ на эффективную массу частицы m_* посредством некоторого фундаментального скалярного заряда q. При этом можно рассмотреть различные варианты такого взаимодействия, следующие из микроканонических уравнений движения и непротиворечиво встраивамые в структуру макроскопической релятивистской кинетической теории:

$$m_* = |q\Phi| \quad \text{– симметричная неотрицательная масса;} \tag{1.1}$$

$$m_* = q\Phi \quad \text{– симметричная знакозависимая масса;} \tag{1.2}$$

$$m_* = |m_0 + q\Phi| \quad \text{– несимметричная неотрицательная масса;} \tag{1.3}$$

$$m_* = m_0 + q\Phi \quad \text{– несимметричная знакозависимая масса,} \tag{1.4}$$

где m_0 – некоторая голая (затравочная) масса. В работах [16], [17], [15], [19] было проведено численное моделирование космологической эволюции статистической системы частиц, как с фантомным, так и классическим, скалярным взаимодействием для случая симметричного скалярного взаимодействия. Эти исследования выявили аномальное поведение таких космологических систем с фантомным скалярным полем, проявляющееся в коротких гигантских всплесках космологического ускорения

Конечно, с теоретической зрения наиболее изящным представляется симметричный вариант, в котором, во-первых, существует симметрия между частицами и античастицами, а, во-вторых,

[1] E-mail: ignatev_yu@rambler.ru
[2] E-mail: meschgan@mail.ru

[3] Под фантомными скалярными полями мы будем понимать скалярные поля с отрицательной кинетической энергией, причем мы будем рассматривать именно физические поля, индивидуально взаимодействующие с каждым типом частиц, а не так называемые, дилатонные, или аналоги скалярных полей, возникающие в теориях с космологическим членом или в теориях гравитации $f(R)$.

масса покоя частиц полностью объясняется Хиггсовым механизмом. Тем не менее, рассмотрение несимметричного случая вызвано не только академическим интересом. Действительно, можно предположить, что существуют скалярные взаимодействия более фундаментального уровня, чем стандартные, которые, возможно, проявляются на более ранних стадиях космологической эволюции. В этом случае под m_0 можно понимать эффективную массу частицы, индуцированную этими полями. При таком подходе, возможен, в принципе, и случай $m_* = |\pm m_0 + q\Phi|$, как и $m_* = \pm m_0 + q\Phi$, где знак голой массы противоположен у частиц и античастиц. Оба эти случая относятся к классу симметричных моделей. В этой статье мы рассмотрим несимметричную знаконезависимую модель (1.3).

2. Математическая модель несимметричной локально равновесной статистической системы со скалярным взаимодействием частиц

2.1. Макроскопические скаляры в условиях термодинамического равновесия

Как отмечалось, математическая модель несимметричной статистической системы скалярно заряженных частиц была сформулирована в работах [8], [9], [10], [11], [12], [13]. Приведем основные соотношения этой модели для локально равновесной космологической плазмы.

В случае локально термодинамического равновесия (ЛТР) в сопутствующей плазме системе отсчета

$$u^i = \frac{1}{\sqrt{g_{44}}}\delta_4^i \tag{2.1}$$

больцмановская функция распределения имеет вид:

$$f_a^0 = \mathrm{e}^{\dfrac{\mu_a - \sqrt{m_a^2 + p^2}}{\theta}}, \tag{2.2}$$

где $\mu_a \equiv \gamma_a\theta$ – химический потенциал, γ_a – приведенный химический потенциал, θ – локальная температура, $m_a \equiv m_*$ – эффективная масса частицы, которую мы будем описывать формулой (1.3), полагая для античастиц $\bar{q} = -q$, $\bar{m} = m$.[4] В условиях ЛТР вектор плотности потока числа частиц

$$n_a^i = \frac{2S+1}{(2\pi)^3}\int\limits_P p^i f_a(x,p)dP \tag{2.3}$$

и тензор энергии - импульса плазмы

$$T_{pl}^{ik} = \sum_a \frac{2S+1}{(2\pi)^3}\int\limits_P p^i p^k f_a(x,p)dP \tag{2.4}$$

имеют гидродинамическую структуру:

$$n_a^i = n_a u^i, \tag{2.5}$$

$$T_{pl}^{ik} = (\mathcal{E}_{pl} + \mathcal{P}_{pl})u^i u^k - \mathcal{P}_{pl} g^{ik}, \tag{2.6}$$

где u^1 – времениподобный единичный вектор скорости плазмы, $(u,u) = 1$.

Аддитивные макроскопические скаляры $n_a, \mathcal{E}_a, \mathcal{P}_a, \sigma_a$ для локально равновесной плазмы скалярно заряженных частиц в общем виде определены в [4,5], для вырожденной Ферми - системы в [6], для больцмановской плазмы они не отличаются от известных классических моментов равновесной функции распределения [20] с учетом замены $m \to m_*$. Исключение составляет лишь плотность скалярного заряда, определенная уже в первой работе по статистическим системам со скалярным взаимодействием с помощью следа тензора энергии - импульса скалярно заряженных частиц [1] и поэтому также выражающаяся через низшие моменты этой функции. Ниже мы воспользуемся результатами работы [16]):

[4] Надчеркнутые величины соответствуют античастицам.

$$n_a = \frac{2S+1}{\pi^2} m_a^3 \frac{\mathrm{K}_2(\lambda_a)}{\lambda_a} \mathrm{e}^{\gamma_a}; \tag{2.7}$$

$$\mathcal{E}_{pl} = \sum_a \mathcal{E}_a = \frac{1}{2\pi^2} \sum_a (2S+1) m_a^4 \mathrm{e}^{\gamma_a} \left(\frac{\mathrm{K}_3(\lambda_a)}{\lambda_a} - \frac{\mathrm{K}_2(\lambda_a)}{\lambda_a^2} \right); \tag{2.8}$$

$$\mathcal{P}_{pl} = \sum_a \mathcal{P}_a = \frac{1}{2\pi^2} \sum_a (2S+1) m_a^4 \mathrm{e}^{\gamma_a} \frac{\mathrm{K}_2(\lambda_a)}{\lambda_a^2}; \tag{2.9}$$

$$\sigma = \sum_a \sigma_a = \sum_a \frac{2S+1}{2\pi^2} q_a (m + q_a \Phi)^3 \mathrm{e}^{\gamma_a} \frac{\mathrm{K}_1(\lambda_a)}{\lambda_a}, \tag{2.10}$$

где n_a – плотность числа частиц сорта «a», $\mathcal{E}_{pl}$ – плотность энергии плазмы, $\mathcal{P}_{pl}$ – давление плазмы, σ – плотность скалярного заряда, $\lambda_a = m_a/\theta$. Далее,

$$\mathrm{K}_n(z) = \frac{\sqrt{\pi} z^n}{2^n \Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right)} \int_0^\infty e^{-z \operatorname{ch} t} \operatorname{sh}^{2n} t dt \tag{2.11}$$

– функции Бесселя мнимого аргумента, $\Gamma(z)$ – гамма - функция (см., например, [7]).

2.2. Условия химического равновесия

В условиях локального термодинамического равновесия должна выполняться серия алгебраических условий химического равновесия, согласно которым в каждом канале реакций суммы химических потенциалов слева и справа должны совпадать. Поскольку при высоких температурах в плазме должны присутствовать безмассовые частицы (фотоны γ и нейтрино ν), а также и античастицы для каждого сорта частиц, находящихся в термодинамическом равновесии, для химических потенциалов этих частиц должны выполняться соотношения (см., например, [22]):

$$\gamma_\gamma = \gamma_\nu = 0; \quad \bar{\gamma} = -\gamma. \tag{2.12}$$

Таким образом, для безмассовых частиц равновесные плотность числа частиц, $\overset{0}{n}$, и энергия, $\overset{0}{\varepsilon}$, равны соответственно (см., например, [22]):

$$n^0 = \sum_a n_a^0 = \frac{\rho}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{p^2 dp}{e^{p\theta} \pm 1} = \frac{\rho\theta^3}{\pi^2} g_n \zeta(3); \tag{2.13}$$

$$\varepsilon^0 = \sum_a \varepsilon_a^0 = \frac{\rho}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{p^3 dp}{e^{p\theta} \pm 1} = \frac{\rho\pi^2\theta^4}{30} g_e, \tag{2.14}$$

где $\rho = 2S+1$ – статистический фактор, $\zeta(z)$ – ζ - функция Римана, $g_n = g_e = 1$ для бозонов, $g_n = 3/4$, $g_e = 7/8$ для фермионов.

Поэтому к плотности энергии и давлению плазмы в общем балансе энергии необходимо добавить плотность энергии, $\mathcal{E}_0$, и давление, $\mathcal{P}_0 = 1/3\ \mathcal{E}_0$, безмассовых частиц:

$$\mathcal{E}_0 = N \frac{\pi^2\theta^4}{15}; \tag{2.15}$$

$$N = \frac{1}{2} \left(\sum_B (2S+1) + \frac{7}{8} \sum_F (2S+1) \right), \tag{2.16}$$

где суммирование проводится по всем безмассовым бозонам (B) и фермионам (F).

Далее, разность плотностей скалярных зарядов частиц и античастиц равна:

$$\Delta n = \frac{2S+1}{\pi^2}\ q_a \left[\mathrm{e}^{\gamma_a} m_a^3 \frac{\mathrm{K}_2(\lambda_a)}{\lambda_a} - \mathrm{e}^{-\gamma_a} \bar{m}_a^3 \frac{\mathrm{K}_2(\bar{\lambda}_a)}{\bar{\lambda}_a} \right], \tag{2.17}$$

где $\bar{\lambda}_a = \bar{m}_a/\theta$. Поэтому закон сохранения скалярного заряда в сопутствующей системе отсчета имеет вид[5]:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left\{\sqrt{\frac{-g}{g_{44}}}\sum_a \frac{2S+1}{\pi^2}\, q_a\left[\mathrm{e}^{\gamma_a} m_a^3 \frac{\mathrm{K}_2(\lambda_a)}{\lambda_a} - \mathrm{e}^{-\gamma_a}\bar{m}_a^3 \frac{\mathrm{K}_2(\bar{\lambda}_a)}{\bar{\lambda}_a}\right]\right\} = 0. \tag{2.18}$$

В симметричной модели $\bar{m}_a = m_a$, $\bar{\lambda}_a = \lambda_a$, поэтому выражение в квадратных скобках (2.17) и (2.18) оказывается пропорциональным $\mathrm{sh}\gamma_a$, благодаря чему модель значительно упрощается. В случае несимметричной модели взаимодействия это не так. В частности, для плазмы, содержащей только один сорт скалярно заряженных частиц, закон сохранения скалярного заряда (2.18) примет вид:

$$\sqrt{-\frac{g}{g_{44}}}\frac{2S+1}{\pi^2}\left[\mathrm{e}^{\gamma} m_*^3 \frac{\mathrm{K}_2(\lambda_*)}{\lambda_*} - \mathrm{e}^{-\gamma}\bar{m}_*^3 \frac{\mathrm{K}_2(\bar{\lambda}_*)}{\bar{\lambda}_*}\right] = \sqrt{-\frac{g^0}{g^0_{44}}}\Delta n_0, \tag{2.19}$$

где $g^0_{ik} \equiv g_{ik}(t_0, x^1, x^2, x^3)$ – метрика на гиперповерхности Коши Σ : $t = t_0$ в сопутствующей системе отсчета, g^0 – определитель этой метрики, $\Delta n_0 \equiv \Delta n(t_0, x^1, x^2, x^3)$ – разность плотности числа скалярно заряженных частиц и античастиц на этой гиперповерхности, так что

$$Q = q\int\limits_{\Sigma} \Delta n\sqrt{-g}d^3x = \mathrm{Const} \tag{2.20}$$

есть полный сохраняющийся скалярный заряд.

2.3. Космологическая модель

Рассмотрим самосогласованную модель самогравитирующей скалярно заряженной больцмановской плазмы для пространственно - плоской модели Фридмана:

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2). \tag{2.21}$$

В этом случае все функции зависят только от времени, алгебраическая структура тензора энергии - импульса скалярного поля, а, вместе с ним, и суммарного тензора энергии - импульса совпадают с алгебраической структурой тензора энергии - импульса идеальной жидкости:

$$T^{ik}_s = (\mathcal{E} + \mathcal{P})v^i v^k - \mathcal{P}g^{ik}, \tag{2.22}$$

где

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_s + \mathcal{E}_{pl}; \quad \mathcal{P} = \mathcal{P}_s + \mathcal{P}_{pl} \tag{2.23}$$

– суммарная плотность энергии плазмы и скалярного поля;

$$\mathcal{E}_s = \frac{1}{8\pi}(\dot{\Phi}^2 + m_s^2\Phi^2); \tag{2.24}$$

$$\mathcal{P}_s = \frac{1}{8\pi}(\dot{\Phi}^2 - m_s^2\Phi^2), \tag{2.25}$$

причем

$$\mathcal{E}_s + \mathcal{P}_s = \frac{1}{4\pi}\dot{\Phi}^2. \tag{2.26}$$

Уравнение классического скалярного поля с отталкиванием одноименно заряженных частиц, в метрике (2.21) принимает вид:

$$\ddot{\Phi} + 3\frac{\dot{a}}{a}\Phi + m_s^2\Phi = -4\pi\sigma(t), \tag{2.27}$$

где m_s – масса квантов скалярного поля. Кроме того, сюда необходимо добавить закон сохранения полной энергии - импульса, который является строгим интегральным следствием кинетических уравнений:

$$\dot{\mathcal{E}}_{pl} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\mathcal{E}_{pl} + \mathcal{P}_{pl}) = \sigma\dot{\Phi}; \tag{2.28}$$

[5] $\Delta n^4 = \Delta n u^4 = 1/\sqrt{g_{44}}\Delta n$

Единственное нетривиальное уравнение Эйнштейна примет вид:

$$3\frac{\dot{a}^2}{a^2} = 8\pi\mathcal{E}, \tag{2.29}$$

К этим уравнениям необходимо добавить закон сохранения скалярного заряда (2.19), который в метрике Фридмана (2.21) примет вид:

$$a^3\frac{2S+1}{\pi^2}\left[\mathrm{e}^{\gamma}m_*^3\frac{\mathrm{K}_2(\lambda_*)}{\lambda_*} - \mathrm{e}^{-\gamma}\bar{m}_*^3\frac{\mathrm{K}_2(\bar{\lambda}_*)}{\bar{\lambda}_*}\right] = \Delta n_0, \tag{2.30}$$

где мы положили, воспользовавшись свободой выбора масштаба,

$$a(t_0) = 1. \tag{2.31}$$

Введем далее для удобства равновесную плотность фотонов в момент времени t_0:

$$n^0_{\gamma\ (0)} = n^0_{\gamma}(t_0) = \frac{2\zeta(3)}{\pi^2}\theta_0^3, \tag{2.32}$$

где $\theta_0 = \theta(t_0)$ и безразмерную константу – относительную плотность скалярного заряда на этот момент времени:

$$\delta n_0 \equiv \frac{\Delta n_0}{n^0_{\gamma\ (0)}} \Rightarrow \frac{\Delta n_0}{a^3} = \delta n_0\frac{2\zeta(3)}{\pi^2}\left(\frac{\theta_0}{a}\right)^3. \tag{2.33}$$

Тогда соотношение (2.30) можно записать в виде алгебраического уравнения относительно приведенного химического потенциала скалярно заряженных частиц (в дальнейшем мы полагаем $2S+1=2$):

$$\mathrm{e}^{\gamma}m_*^3\frac{\mathrm{K}_2(\lambda_*)}{\lambda_*} - \mathrm{e}^{-\gamma}\bar{m}_*^3\frac{\mathrm{K}_2(\bar{\lambda}_*)}{\bar{\lambda}_*} = \delta n_0\zeta(3)\left(\frac{\theta_0}{a}\right)^3, \tag{2.34}$$

решая которое с учетом $\exp(\gamma) > 0$, найдем:

$$\mathrm{e}^{\gamma} = \frac{1}{2\theta(m+q\Phi)^2K_2(\lambda_*)}\left[\delta + \sqrt{\delta^2 + 4(m^2-q^2\Phi^2)^2\theta^2\mathrm{K}_2(\lambda_*)\mathrm{K}_2(\bar{\lambda}_*)}\right], \tag{2.35}$$

где

$$\delta \equiv \delta n_0\zeta(3)\bar{\theta}^3. \tag{2.36}$$

и

$$\bar{\theta}(t) = \frac{\theta_0}{a} \tag{2.37}$$

– температура некоторой идеальной безмассовой реликтовой компоненты. Заметим, что из свойств симметрии уравнения (2.34) следует, что решение для химического потенциала для античастиц получается подстановкой $\delta \to -\delta$, $m_* \leftrightarrow \bar{m}_*$, $\lambda_* \leftrightarrow \bar{\lambda}_*$:

$$\mathrm{e}^{-\gamma} = \frac{1}{2\theta(m-q\Phi)^2K_2(\bar{\lambda}_*)}\left[-\delta + \sqrt{\delta^2 + 4(m^2-q^2\Phi^2)^2\theta^2\mathrm{K}_2(\lambda_*)\mathrm{K}_2(\bar{\lambda}_*)}\right], \tag{2.38}$$

– при этом выражение под корнем не изменяется. Очевидно, что это свойство инвариантности распространяется и непосредственно на химические потенциалы частиц и античастиц $\mu, \bar{\mu}$.

Таким образом, приведенные химические потенциалы определяются тремя скалярными функциями $\Phi(t), \theta(t), \bar{\theta}(t)$ или, что эквивалентно, $\Phi(t), \theta(t), a(t)$. На эти же функции имеем 3 обыкновенных дифференциальных уравнения: уравнение поля (1.18), закон сохранения энергии (2.28) и уравнение Эйнштейна (1.19). В результате получаем самосогласованную систему дифференциальных уравнений второго порядка, описывающей математическую модель космологической эволюции статистической системы с классическим скалярным взаимодействием.

3. Энергетический анализ поведения системы

3.1. Полная плотность энергии

Таким образом, плотность полной энергии системы «Скалярное поле + Скалярно заряженные частицы + Фотоны» описывается формулой:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_s + \mathcal{E}_\gamma + \mathcal{E}_{pl} = \frac{1}{8\pi}\left(\dot{\Phi}^2 + m_s^2\Phi^2\right) + N\frac{\pi^2}{15}\theta^4 + \\ + \frac{\theta}{2\pi^2}\left[\left(\frac{\lambda_* K_3(\lambda_*)}{K_2(\lambda_*)} - 1\right)\left(\delta + \sqrt{\delta^2 + 4(m^2 - q^2\Phi^2)^2\theta^2 K_2(\lambda_*)K_2(\bar{\lambda}_*)}\right) + \\ \left(\frac{\bar{\lambda}_* K_3(\bar{\lambda}_*)}{K_2(\bar{\lambda}_*)} - 1\right)\left(-\delta + \sqrt{\delta^2 + 4(m^2 - q^2\Phi^2)^2\theta^2 K_2(\lambda_*)K_2(\bar{\lambda}_*)}\right)\right]. \quad (3.1)$$

Рассмотрим полную энергию системы на гиперповерхности Коши $t = t_0$, когда

$$\theta(t_0) = \theta_0; \quad \delta = \delta n_0 \zeta(3)\theta_0^3. \quad (3.2)$$

Запишем эту величину как функцию потенциала скалярного поля и его временной производной:

$$\mathcal{E}_0 = K(\dot{\Phi}) + U(\Phi) + \mathrm{Const}, \quad (3.3)$$

где кинетическая энергия $K(\dot{\Phi})$ равна:

$$K(\dot{\Phi}) = \frac{1}{8\pi}\dot{\Phi}^2; \quad (3.4)$$

потенциальная энергия $U(\Phi)$ равна:

$$U(\Phi) = \frac{m_s^2}{8\pi}\Phi^2 + \frac{\delta\zeta(3)\theta_0^4}{2\pi^2}\left[\left(\frac{\lambda_*^0 K_3(\lambda_*^0)}{K_2(\lambda_*^0)} - 1\right)\left(1 + \sqrt{1 + 4\frac{(m^2 - q^2\Phi^2)^2 K_2(\lambda_*^0)K_2(\bar{\lambda}_*^0)}{\delta^2\zeta^2(3)\theta_0^4}}\right) \\ + \left(\frac{\bar{\lambda}_*^0 K_3(\bar{\lambda}_*^0)}{K_2(\bar{\lambda}_*^0)} - 1\right)\left(-1 + \sqrt{1 + 4\frac{(m^2 - q^2\Phi^2)^2 K_2(\lambda_*^0)K_2(\bar{\lambda}_*^0)}{\delta^2\zeta^2(3)\theta_0^4}}\right)\right], \quad (3.5)$$

постоянная добавка равна:

$$\mathrm{Const} = N\frac{\pi^2}{15}\theta_0^4, \quad (3.6)$$

где

$$\lambda_*^0 = \frac{|m + q\Phi|}{\theta_0}; \quad \bar{\lambda}_*^0 = \frac{|m - q\Phi|}{\theta_0}. \quad (3.7)$$

3.2. Энергетический анализ

Проведем энергетический анализ поведения системы в зависимости от ее фазовых координат Φ, $\dot{\Phi}$, отбрасывая постоянное слагаемое.

1. Очевидно, что функция $U(\Phi)$ есть четная функция Φ:

$$U(-\Phi) = U(\Phi). \quad (3.8)$$

2. При $\Phi = 0$ потенциальная энергия равна:

$$U(0) \equiv U_0(\theta_0, \delta n) = m^4\frac{\delta\zeta(3)}{\lambda_0^4\pi^2}\left(\frac{\lambda_0 K_3(\lambda_0)}{K_2(\lambda_0)} - 1\right)\left(1 + \sqrt{1 + 4\frac{\lambda_0^4 K_2^2(\lambda_0)}{\delta^2\zeta^2(3)}}\right), \quad (3.9)$$

где

$$\lambda_0 = \frac{m}{\theta_0}. \quad (3.10)$$

3. $U_0(\theta_0)$ является монотонно возрастающей функцией θ_0:

$$\frac{d}{d\theta_0}U_0(\theta_0) > 0 \tag{3.11}$$

и монотонно возрастающей функцией δ:

$$\frac{d}{d\delta}U_0(\delta) > 0 \tag{3.12}$$

4. При $\theta_0 \to \infty$:

$$U(\Phi, \theta_0 \to \infty) = \frac{m_s^2}{8\pi}\Phi^2 + \frac{3\delta\zeta(3)\theta_0^4}{\pi^2}\sqrt{1 + \frac{16}{\delta^2\zeta^2(3)}}, \quad (\to \infty). \tag{3.13}$$

5. $\theta_0 \to 0$:

$$U(\Phi, \theta_0 \to 0) = \frac{m_s^2}{8\pi}\Phi^2 + \frac{\delta\zeta(3)\theta_0^3}{2\pi^2}(m_* + \bar{m}_*), \quad (\to \frac{m_s^2}{8\pi}\Phi^2). \quad (\to \infty). \tag{3.14}$$

6. При $\Phi \to \infty$:

$$U(\Phi \to \infty, \theta_0) = \frac{m_s^2}{8\pi}\Phi^2 + \frac{\delta\zeta(3)\theta_0^3}{\pi^2}|q\Phi|, \quad (\to \infty). \tag{3.15}$$

– таким образом и при $\theta_0 \to \infty$ и при $\Phi \to \infty$ потенциальная энергия ведет себя квадратная парабола.

7. При $m \to 0$:

$$U(\Phi) = \frac{m_s^2}{8\pi}\Phi^2 + \frac{\delta\zeta(3)\theta_0^4}{\pi^2}\left(\frac{\lambda K_3(\lambda)}{K_2(\lambda)} - 1\right)\sqrt{1 + 4\frac{q^4\Phi^4K_2^2(\lambda)}{\delta^2\zeta^2(3)\theta_0^4}} \quad \lambda = \frac{|q\Phi|}{\theta_0}, \quad (m \to 0). \tag{3.16}$$

Вывражение под корнем стремится к постоянному значению, большему 1, при $\Phi \to 0$, а при $\Phi \to \infty$ стремится к единице.

8. На интервалах $\Phi \in (+0, +\infty)$ и $\Phi \in (-\infty, -0)$ при $\theta_0 \neq 0$ потенциальная энергия может иметь минимумы. Таким образом, график функции потенциальной энергии качественно напоминает график параболы 4-го порядка.

3.3. Графики потенциальной энергии

Далее, в графическом представлении результатов моделирования будет использована авторская функция [16]):

$$\mathrm{Lig}(x) \equiv \mathrm{sgn}(x)\lg(1 + |x|), \tag{3.17}$$

необходимая для представления результатов в логарифмической шкале в тех случаях, когда отображаемая функция может менять знак. Эта при малых значениях аргумента функция совпадает со значением аргумента, а при больших значениях аргумента – с его десятичным логарифмом, взятом со знаком аргумента:

$$\mathrm{Lig}(x) \approx \begin{cases} x, & |x| \to 0; \\ \mathrm{sgn}(x)\ln|x|, & |x| \to \infty. \end{cases}$$

Эта функция является монотонно возрастающей

$$\frac{d\mathrm{Lig}(x)}{dx} \geq 0,$$

что обеспечивает непрерывную дифференцируемость функции $\mathrm{Lig}(x)$ и тем самым – биективность отображения (3.17). Обратный пересчет осуществляется по формуле:

$$x = \begin{cases} 10^{\mathrm{Lig}(x)} - 1, & x \geq 0; \\ 1 - 10^{-\mathrm{Lig}(x)}, & x < 0. \end{cases}$$

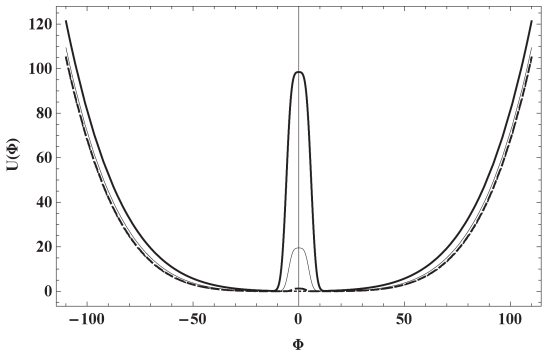

Рис. 1. Зависимость потенциальной энергии, $U(\Phi)$, от температуры, θ_0. Снизу – верх: $\theta_0 = 0.3; 1; 2; 3$.

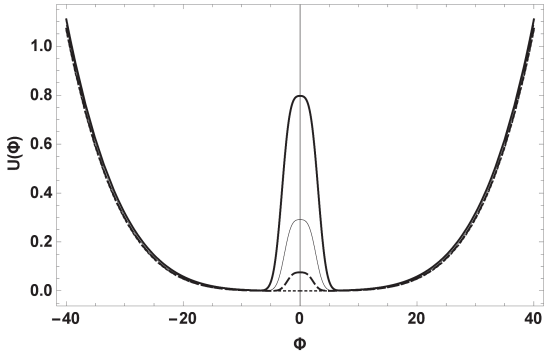

Рис. 2. Зависимость потенциальной энергии, $U(\Phi)$, от температуры, θ_0. Снизу – верх: $\theta_0 = 0.1, 0.5, 0.7, 0.9$.

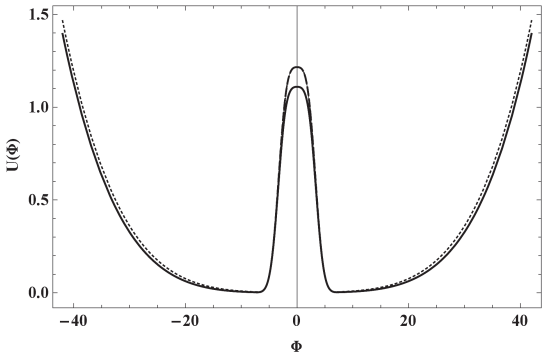

Рис. 3. Зависимость потенциальной энергии, $U(\Phi)$, от затравочной массы, m. Сверху – вниз: $m = 0; 0.001; 0.1; 1$. Три первые графика сливаются в точке $\Phi = 0$

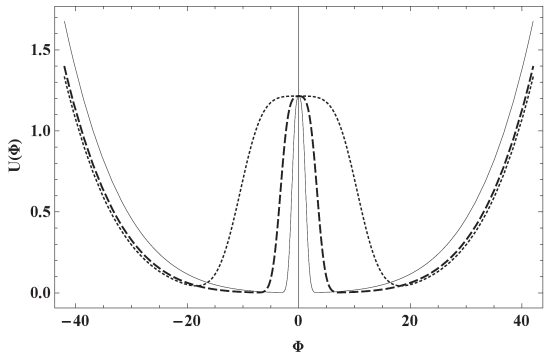

Рис. 4. Зависимость потенциальной энергии, $U(\Phi)$, от величины скалярного заряда частиц заряда, q. Графики с наибольшей полушириной в центральном пике соответствуют меньшим значениям заряда, с наименьшей полушириной – большим значениям заряда: $q = 0.01, 0.1, 0.5$.

На Рис. 1,2 видно что в полном согласии с (3.15) с уменьшением температуры график стремится занять предельную форму параболы в зависимости от температуры плазмы. По умолчанию, всюду, где не меняется значение соответствующего параметра, эти значения равны: $m_s = 0.001, m = 0.1, q = 0.1, \delta n_0 = 0.001, \theta = 0.78$.

Характерный вид зависимости потенциальной энергии $U(\Phi)$ свидетельствует о том, что в ходе эволюции первоначальная симметрия системы относительно $\Phi = 0$ может нарушаться, в результате чего система окажется либо в левой, либо правой потенциальной яме с симметричными значениями минимума $\Phi = \Phi_{\mp} = \mp\Phi_{min}$, чему будут соответствовать зафиксированные массы частиц и античастиц $m_* = (m - q\Phi_{min}), \bar{m}_* = (m + q\Phi_{min})$ (нарушение симметрии влево) или $m_* = (m + q\Phi_{min}), \bar{m}_* = (m - q\Phi_{min})$ (нарушение симметрии вправо). Эти переходы из начального симметричного состояния в антисимметричное являются, по сути, фазовыми переходами второго рода.

3.4. Скалярная плотность заряда

Рассмотрим зависимость скалярной плотности заряда от значений параметров модели – фундаментальных констант: $m, q, \delta n_0$; и температуры: θ:

$$\sigma = \frac{q\theta}{\pi^2}\left(m_*(m + q\Phi)K_1(\lambda_*)\mathrm{e}^{\gamma} - \bar{m}_*(m - q\Phi)K_1(\bar{\lambda}_*)\mathrm{e}^{-\gamma}\right). \tag{3.18}$$

Далее всюду, где не меняется значение соответствующего параметра, равны значениям: $m = 0.1, q = 0.1, \delta n_0 = 0.001, \theta = 0.78$; мелко-пунктирная линия соответствует малым значениям.

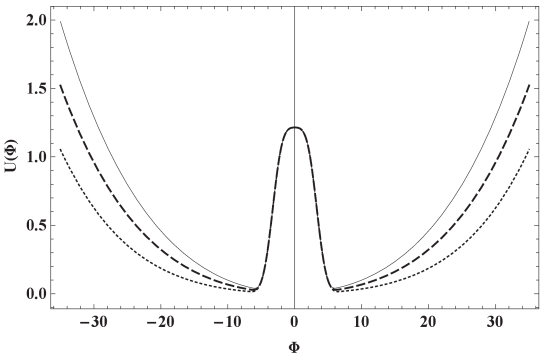

Рис. 5. Зависимость потенциальной энергии, $U(\Phi)$, от относительной доли избытка скалярно заряженных частиц над античастицами, δ. Снизу – вверх: $\delta = 0.01, 0.02, 0.03$. При $\delta \to 0$ все графики сливаются с нижним.

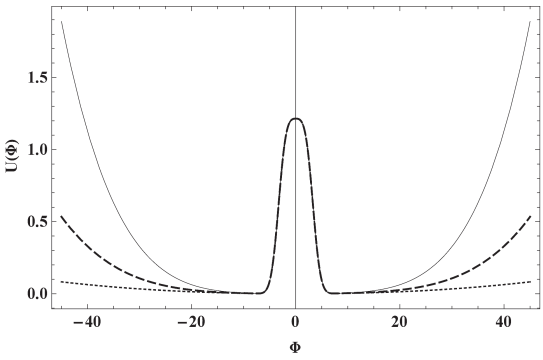

Рис. 6. Зависимость потенциальной энергии, $U(\Phi)$, от массы квантов скалярного поля, μ. Снизу - вверх: $\mu = 0.000001, 0.0005, 0.001$.

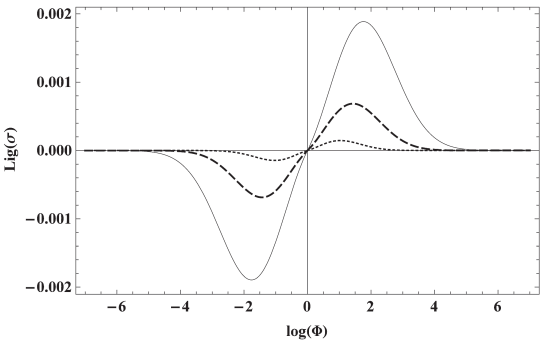

Рис. 7. Зависимость скалярной плотности заряда от температуры, θ, – $\theta = 0.3; 0.5; 0.7$.

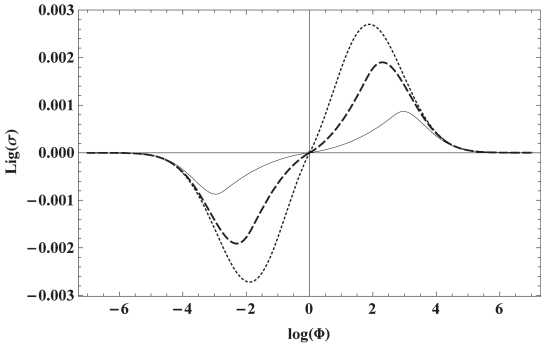

Рис. 8. Зависимость скалярной плотности заряда от массы частиц, m, – $m = 0.001; 1; 2$.

4. Численное моделирование космологической эволюции

В этой статье мы рассмотрим несколько усеченную космологическую модель, основанную на соотношении:

$$\bar{\theta} = \theta \tag{4.1}$$

в формуле для относительной доли скалярных зарядов (2.36), что соответствует чисто ультрарелятивистской плазме.Более полную модель рассмотрим в следующей статье.

4.1. Задача Коши

Для постановки задачи Коши для системы (1.18), (1.19), (2.28) необходимо задать начальные условия для величин $a(t_0), \Phi(t_0), \dot{\Phi}(t_0), \theta(t_0)$. Будем полагать в дальнейшем[6]:

$$t_0 = 0; \quad a(0) = 1; \quad \dot{\Phi}(0) = 0. \tag{4.2}$$

В космологическом сценарии, соответствующем начальным условиям (4.2), в момент времени $t = 0$ кинетическая энергия скалярного поля обращается в нуль, а уравнение состояния скалярного поля принимает вид:

$$\mathcal{P}_s(0) + \mathcal{E}_s(0) = 0. \tag{4.3}$$

Заметим, что выбор начального момента времени t_0 произволен, а второе из условий (4.3) фактически определяет лишь единицу масштаба и всегда реализуемо. Поэтому, фактически, необходимо задать лишь начальные условия для потенциальной функции $\Phi(0)$ и температуры плазмы $\theta(0)$.

[6] системы с ненулевой начальной кинетической энергией скалярного поля мы рассмотрим в следующей статье

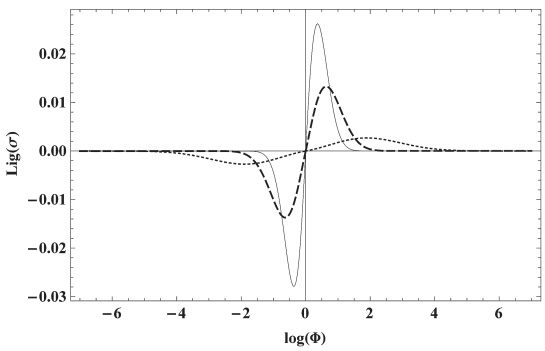

Рис. 9. Зависимость скалярной плотности заряда от заряда частиц, q; $q = 0.1; 0.5; 1$.

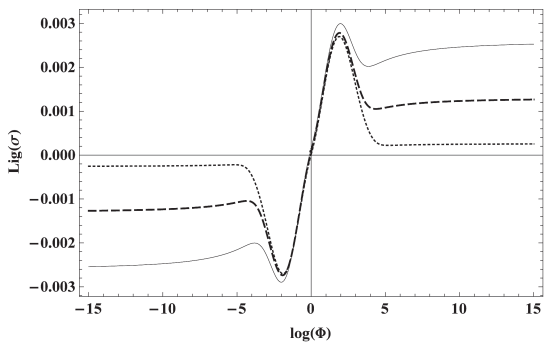

Рис. 10. Зависимость логарифма скалярной плотности заряда от δ; $\delta = 0.1; 0.5; 1$.

Однако, задание в качестве начальных условий размерных функций θ_0 и Φ_0 не очень удобно для численного моделирования. Вместо них мы зададим две безразмерные скалярные функции, имеющие явный физический смысл:

$$\varkappa_{pl}(t) = \frac{\mathcal{P}_{pl}(t)}{\mathcal{E}_{pl}(t)} \Rightarrow \quad \varkappa_{pl}^0 = \varkappa_{pl}(0); \quad \in [0, 1/3); \tag{4.4}$$

$$\eta_S = \frac{\mathcal{E}_S(t)}{\mathcal{E}_{pl}(t)} \Rightarrow \quad \eta_S^0 = \eta_S(0); \quad \in (-\infty, +\infty). \tag{4.5}$$

Задавая отношение $\varkappa_{pl}^0$, мы можем определить θ_0, а задавая затем η_S^0, мы можем определить Φ_0. Введем также необходимые для анализа безразмерные скалярные функции $\varkappa(\mathcal{E})$:

$$\mathcal{P} = \varkappa(\mathcal{E})\mathcal{E} \Rightarrow (\mathcal{P}_s + \mathcal{P}_{pl}) = \varkappa(\mathcal{E})(\mathcal{E}_s + \mathcal{E}_{pl}) \tag{4.6}$$

– суммарный коэффициент баротропы и $\Omega(\mathcal{E})$:

$$\Omega = \frac{a\ddot{a}}{\dot{a}^2} = -\frac{1}{2}(1 + 3\varkappa) \tag{4.7}$$

– инвариантное космологическое ускорение. В такой постановке задача определяется четырьмя независимыми начальными условиями – неизменяемыми вторым и третьим условиями (4.2), изменяемыми (4.4) и (4.5), а также тремя параметрами – фундаментальными константами: $m, q, m_s, \delta n_0$. Таким образом, в задаче 6 произвольных параметров.

4.2. Размерность физических величин

Из определения эффективной массы, а также из определения плотности энергии скалярного поля следует размерность этих величин в единицах комптоновской длины

$$\begin{gathered}[t] = l/c \to \ell; \quad [m] = [\mu] = \hbar/lc \to \ell^{-1}; \\ \big[\mathcal{E}\big] \to \ell^{-4}; \quad \big[\Phi\big] = [m] = [\mu] \to \ell^{-1}; \quad [q] \to 1.\end{gathered} \tag{4.8}$$

В обычных единицах $[m, l, t]$ заряд q имеет размерность $m^{1/2}l^{3/2}t^{-1}$, а потенциал скалярного поля – $[\Phi] = m^{1/2}l^{1/2}t^{-1}$. Таким образом, в планковских единицах, которые используются в статье, значение $q\Phi \sim 1$ соответствует эффективной массе скалярно заряженных частиц порядка планковской массы.

Далее, поскольку при численном решении задачи приходится иметь дело с очень большими числами, необходимо предварительно масштабировать задачу. Введем вместо масштабного фактора безразмерную функцию:

$$\Lambda = \ln a(t); \quad \Lambda(0) = 0, \tag{4.9}$$

так что:

$$\dot{\Lambda} = \frac{\dot{a}}{a} = H(t) \tag{4.10}$$

есть постоянная Хаббла, а инвариантное космологическое ускорение выражается через Λ следующим образом:

$$\Omega = 1 + \frac{\ddot{\Lambda}}{\dot{\Lambda}^2} \equiv 1 + \frac{\dot{H}}{H^2} \tag{4.11}$$

Заметим, что часто используемое в космологических моделях приближение *медленного скатывания*, которое мы здесь нигде не используем:

$$|\dot{H}| \ll H^2, \tag{4.12}$$

можно записать в виде с учетом (4.11):

$$\frac{|\dot{H}|}{H^2} \equiv |\Omega - 1| \ll 1 \Rightarrow \Omega \to 1 \Rightarrow \varkappa \to -1. \tag{4.13}$$

5. Результаты численного моделирования

5.1. Алгоритмы численного моделирования

Система уравнений ((1.19)-(2.28)) с помощью замены $Z = \dot{\Phi}$ приводится к нормальному ввиду, но в силу громоздкости получающихся выражений мы здесь их приводить не будем. Численное интегрирование системы уравнений ((1.19)-(2.28)) проводилась в прикладном математическом пакете "Mathematica, v.10". Поскольку система дифференциальных уравнений обнаруживает признаки жесткости, использовался численный метод для решения жёстких систем,

```
Method ->BDF,
AccuracyGoal -> 20, PrecisionGoal -> 5,
MaxSteps ->200000.
```

5.2. Ультрарелятивистские частицы: $\varkappa^0_{pl} = 1/3$, затравочная масса: $m = 0.001$, фантомное скалярное поле: $m_s = 10^{-9}$, плазмо–доминированная система: $\eta^0_S = 0.0001$, $\delta n_0 = 0.001$

Для больцмановской плазмы начальными значениями и параметрами являются $[q, \Phi_0, \theta_0]$, для которых получаются следующие начальные значения, соответствующие заданным начальным параметрам и константам: $[0.01, 0.0536953, 0.00787758]$, $[0.1, 0.00536953, 0.00787758]$, $[1, 0.000536953, 0.00787758]$, $[10, 0.0000536953, 0, 0.00787758]$. Приведем результаты численного моделирования для указанных выше случаев. Всюду мелкопунктирная линия соответствует малому значению заряда.

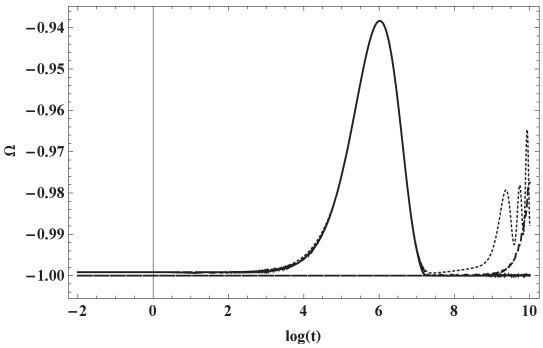

Рис. 11. Зависимость эволюции инвариантного космологического ускорения Ω от величины скалярного заряда. Сверху – вниз: $q = 0.01; 0.1; 1; 10$. Горизонтальные пунктирные прямые соответствуют значениям $\Omega = -1$ (нижняя).

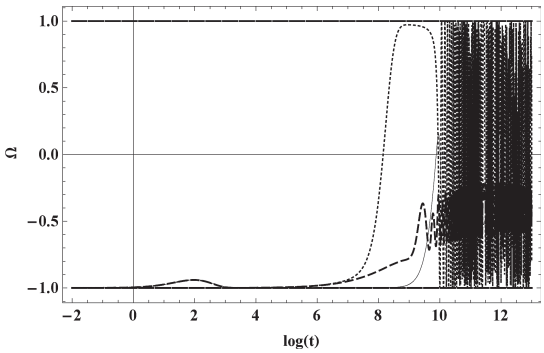

Рис. 12. Зависимость эволюции инвариантного космологического ускорения Ω от величины скалярного заряда. Сверху – вниз: $q = 0.01; 0.1; 1$. Горизонтальные пунктирные прямые соответствуют значениям $\Omega = -1$ (нижняя) и $\Omega = +1$ (верхняя).

На нижеприведенных рисунках Рис.17 и Рис. 18 можно наблюдать реализацию отмеченных выше фазовых переходах в эволюции потенциала скалярного поля и химического потенциала скалярно заряженных частиц.

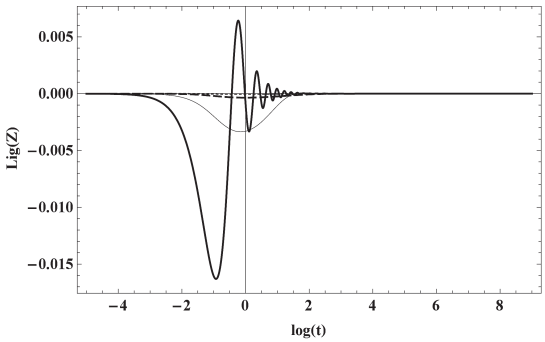

Рис. 13. Зависимость эволюции производной потенциала $\mathrm{Lig}(Z)$ от величины скалярного заряда. Сверху –вниз: $q = 0.01; 0.1; 1; 10$.

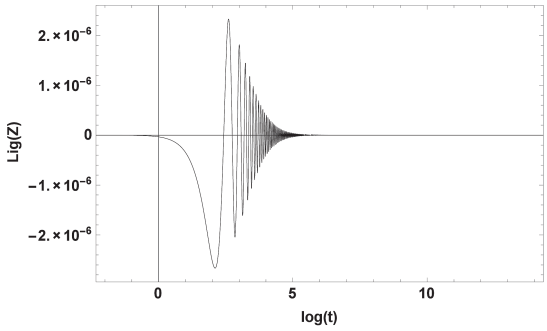

Рис. 14. Зависимость эволюции производной потенциала $\mathrm{Lig}(Z)$ от величины скалярного заряда: $q = 1$.

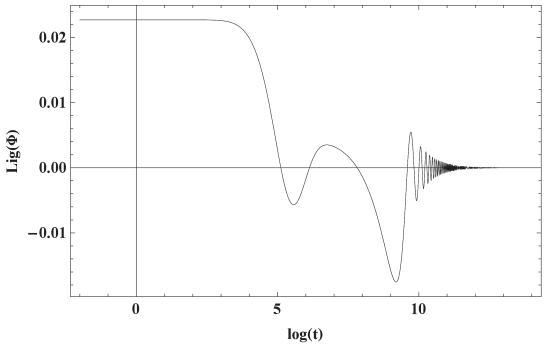

Рис. 15. Зависимость эволюции потенциала поля $\mathrm{Lig}(\Phi)$ от величины скалярного заряда: $q = 0.01$.

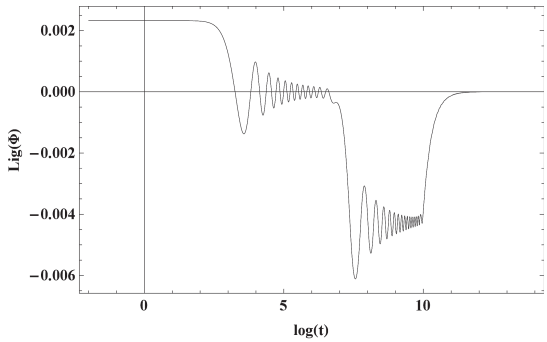

Рис. 16. Зависимость эволюции потенциала поля $\mathrm{Lig}(\Phi)$ от величины скалярного заряда: $q = 0.1$.

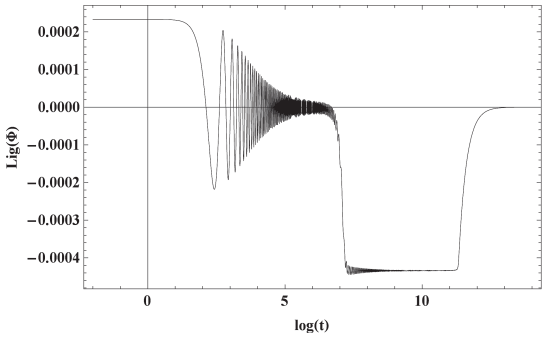

Рис. 17. Зависимость эволюции потенциала поля $\mathrm{Lig}(\Phi)$ от величины скалярного заряда: $q = 1$.

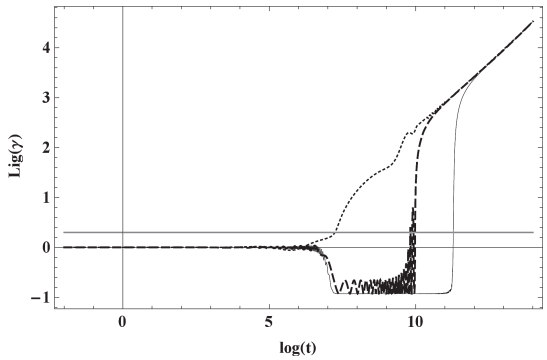

Рис. 18. Зависимость эволюции приведённого химического потенциала, $\mathrm{Lig}(\gamma)$ от величины скалярного заряда: $q = 0.01; 0.1; 1$.

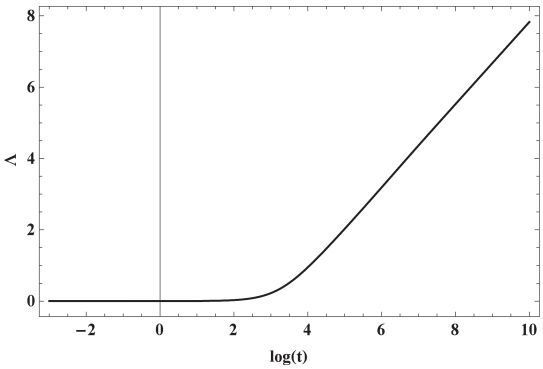

Рис. 19. Зависимость эволюции масштабной функции $\Lambda(t)$ от величины скалярного заряда: $q = 0.01; 0.1; 1; 10$.

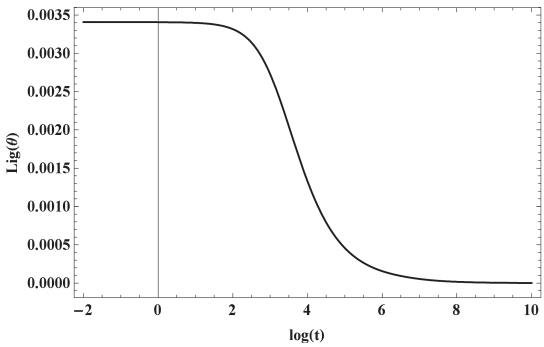

Рис. 20. Зависимость эволюции температуры плазмы θ от величины скалярного заряда: $q = 0.01; 0.1; 1; 10$.

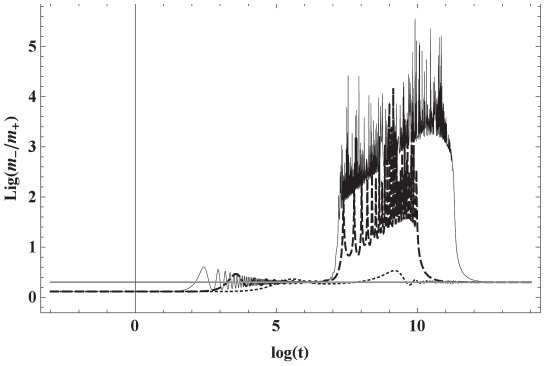

Рис. 21. Зависимость эволюции отношения масс античастиц к частицам $\mathrm{Lig}(m_-/m_+)$ от величины скалярного заряда: $q = 0.01; 0.1; 1$.

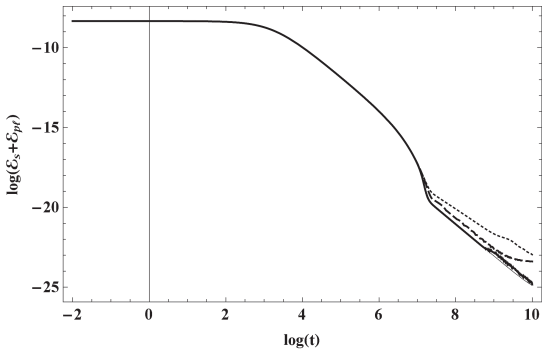

Рис. 22. Зависимость эволюции логарифма полной плотности энергии $\log(\mathcal{E}_s + \mathcal{E}_{pl})$ от величины скалярного заряда: $q = 0.01; 0.1; 1; 10$.

Заключение

Работа выполнена за счет средств субсидии, выделенной в рамках государственной поддержки Казанского (Приволжского) федерального университета в целях повышения его конкурентоспособности среди ведущих мировых научно-образовательных центров.

Авторы благодарны членам семинара ВС – семинара по ультрарелятивиствой кинетики и космологии за полезные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Игнатьев Ю.Г. Релятивистская кинетическая теория и конформные преобразования // Известия вузов, Физика. - 1982. - № 4. – С. 92-93; Yu. G. Ignat'ev. Relativistic kinetic theory and conformal transformations. // Soviet Physics Journal, 25, 372-375, (1982).

2. Игнатьев Ю.Г. Релятивистский канонический формализм и инвариантная одночастичная функция распределения // Известия вузов, Физика. - 26, No 8. – 1983. – С. 15-19; Yu. G. Ignat'ev. Relativistic canonical formalism and the invariant single-particle distribution function in the general theory of relativity. // Soviet Physics Journal, 26, 686-690, (1983).

3. Игнатьев Ю.Г. Релятивистские кинетические уравнения для неупруго взаимодействующих частиц в гравитационном поле // Известия ВУЗов, Физика, 26. №.8, 1983. с. 19-23; Yu. G. Ignat'ev. Relativistic kinetic equations for inelastically interacting particles in a gravitational field // Soviet Physics Journal, August 1983, Volume 26, Issue 8, pp 690-694.

4. Игнатьев Ю.Г. Законы сохранения и термодинамическое равновесие в общерелятивистской кинетической теории неупруго взаимодействующих частиц // Известия ВУЗов, Физика, 26. №.12, 1983. с. 9-14; Yu. G. Ignat'ev. Conservation laws and thermodynamic equilibrium in the general relativistic kinetic theory of inelastically interacting particles // Soviet Physics Journal, August 1983, Volume 26, Issue 8, pp 1068-1072.

5. Игнатьев Ю.Г., Кузеев Р.Р.. Термодинамическое равновесие самогравитирующей плазмы со скалярным взаимодействием // Украинский физический журнал, Т. 29, №. 7, 1984. – с. 1021 – 1025.

6. Yu.G. Ignatyev (Ignat'ev) and R.F. Miftakhov. Statistical systems of particles with scalar interaction in cosmology // Gravitation and Cosmology, Vol. 12 (2006), No 2-3, 179–185.

7. Yu.G. Ignatyev (Ignat'ev) and R.F. Miftakhov. Cosmological Evolutions of a Completely Degenerate Fermi System with Scalar Interactions Between Particles // Gravitation and Cosmology, 2011, Vol. 17, No. 2, pp. 190–193.

8. Игнатьев Ю.Г. Космологическая эволюция плазмы с межчастичным скалярным взаимодействием. I. Каноническая формулировка классического скалярного взаимодействия. // Известия Вузов, Физика, т. 55 №2. 2012. – с. 36 – 40; Yu. G. Ignat'ev Cosmological evolution of plasma with scalar interparticle interaction. I. Canonical formulation of classical scalar interaction. // Russian Physics Journal. – Volume 55, Number 2 (2012), 166-172.

9. Игнатьев Ю.Г. Космологическая эволюция плазмы с межчастичным скалярным взаимодействием. II. Формулировка математической модели. // Известия Вузов, Физика, т. 55 №5. 2012. – с. 71 – 78; Yu. G. Ignatiev Cosmological evolution of the degenerated plasma with interparticle scalar interaction. II. Formulation of mathematical model. // Russian Physics Journal. – Volume 55, Number 5 (2012), 550-560; arXiv:1307.2472 [gr-qc] 9 Jule 2013.

10. Игнатьев Ю.Г. Космологическая эволюция плазмы с межчастичным скалярным взаимодействием. III. Модель с притяжением одноименно заряженных скалярных частиц. // Известия Вузов, Физика, т. 55 №11. 2012. – с. 94 – 97; Yu. G. Ignatyev (Ignat'ev). Cosmological evolution of the plasma with interparticle scalar interaction. III. model with attraction of like-charged scalar particles. // Russian Physics Journal, Vol. 55, No. 11, April, 2013, p. 1345-1350; arXiv:1307.2509[gr-qc] 9 Jule 2013.

11. Yu.G. Ignatyev and D.Yu. Ignatyev Statistical Systems with Phantom Scalar Interaction in Gravitation Theory. I. Microscopic Dynamics // Gravitation and Cosmology, 2014, Vol. 20, No. 4, pp. 299–303; arXiv:1408.3404v1 [gr-qc].

12. Yu. G. Ignatyev, A. A. Agathonov and D. Yu. Ignatyev. Statistical Systems with Phantom Scalar Interaction in Gravitation Theory. II. Macroscopic Equations and Cosmological Models. // Gravitation and Cosmology, 2014, Vol. 20, No. 4, pp. 304–308; arXiv:1408.3419v1 [gr-qc].

13. Игнатьев Ю.Г. Неминимиальные макроскопические модели скалярного поля, основанные на микроскопической динамике. // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. – Вып. 1 – 2014. – с. 47-69.

14. Игнатьев Ю.Г. Неминимальные макроскопические модели скалярного поля, основанные на микроскопической динамике. III. Расширение теории на отрицательные массы. // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. – Вып. 1 – 2015. – с. 5-23.

15. Yu.G. Ignatyev (Ignat'ev). Nonminimal macroscopic models of a scalar field based on microscopic dynamics: extension of the theory for negative masses. // Gravitation and Cosmology, 2014, Vol. 21, No. 4 (in print); arXiv:1504.02768v1 [gr-qc]; arXiv:1504.03649v1 [gr-qc].

16. Игнатьев Ю.Г., Агафонов А.А., Игнатьев Д.Ю., Михайлов М.Л. Неминимальные макроскопические модели скалярного поля, основанные на микроскопической динамике. II. Космологическая эволюция плазмы с межчастичным фантомным взаимодействием. // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. – Вып. 3 – 2014. – с. 16-31.

17. Игнатьев Ю.Г., Михайлов М.Л. Космологическая эволюция больцмановской плазмы с межчастичным фантомным скалярным взаимодействием. I. Симметричные случаи. // Известия Вузов, Физика, 57, № 12, – 2014. – с. 112-119; Yu. G. Ignat'ev, M. L. Mikhailov. Cosmological Evolution of a Boltzmann Plasma with Interparticle Phantom Scalar Interaction. I. Symmetric Cases. // Russian Physics Journal, Volume 57, Issue 12. – 2015 – pp. 1743-1752.

18. Yu. G. Ignatyev and A. A. Agathonov. Numerical Models of Cosmological Evolution of a Degenerate Fermi-System of Scalar Charged Particles // Gravitation and Cosmology, 2015, Vol. 21, No. 2, pp. 105–112; arXiv:1408.4738v1 [gr-qc].

19. Yurii Ignat'ev, Alexander Agathonov, Mikhail Mikhailov and Dmitry Ignatyev. Cosmological evolution of statistical system of scalar charged particles. // Astrophys Space Sci (2015) 357:61; arXiv:1411.6244v1 [gr-qc].

20. Черников Н.А. Релятивистское распределение Максвелла - Больцмана и интегральная форма законов распределения // Докл. Акад. наук СССР, 144 (1962) – с. 544 – 547.

21. Лебедев Н.Н. Специальные функции и их приложения. – М: ГИФМЛ, 1963 – 360 с.

22. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. М: Наука. - 1964. – 568 с.

Поступила в редакцию 17.06.2014

Игнатьев Юрий Геннадьевич, д. ф.-м. н., профессор, кафедра высшей математики и математического моделирования, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского, Казанский федеральный университет, 420008, Россия, г. Казань,ул. Кремлевская, 35А.
E-mail: ignatev_yu@rambler.ru

Михайлов Михаил Леонидович, инженер, кафедра высшей математики и математического моделирования, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского, Казанский федеральный университет, 420008, Россия, г. Казань,ул. Кремлевская, 35А.
E-mail: meschgan@mail.ru

Yu. G. Ignat'ev, M. L. Mikhailov

The cosmological evolution of asymmetric Boltzmann plasma interparticle classical scalar interaction. I. Phase transitions: a simplified model.

Keywords: Relativistic kinetics, classical scalar fields,cosmological models, Boltzmann statistics, weak degeneration, asymmetrical model

PACS: 04.20.Cv, 98.80.Cq, 96.50.S 52.27.Ny

On the basis of the previously developed one of the Authors of the kinetic theory of macroscopic description of the plasma with the interparticle interaction of scalar the dynamic statistical models asymmetric weakly-degenerate plasma with classical scalar interparticle interaction constructed. Constructed and analyzed numerical model of cosmological evolution, illustrating the phase transitions in the system of scalar charged particles with an effective change in their rest-mass. It is sis shown that during the cosmological evolution the degree of degeneracy of fermions increases.

REFERENCES

1. Yu. G. Ignat'ev. Relativistic kinetic theory and conformal transformations. *Soviet Physics Journal*, 25, 372-375, (1982).

2. Yu. G. Ignat'ev. Relativistic canonical formalism and the invariant single-particle distribution function in the general theory of relativity. *Soviet Physics Journal*, 26, 686-690, (1983).

3. Yu. G. Ignat'ev. Relativistic kinetic equations for inelastically interacting particles in a gravitational field. *Soviet Physics Journal*, August 1983, Volume 26, Issue 8, pp 690-694.

4. Yu. G. Ignat'ev. Conservation laws and thermodynamic equilibrium in the general relativistic kinetic theory of inelastically interacting particles. *Soviet Physics Journal*, August 1983, Volume 26, Issue 8, pp 1068-1072.

5. Yu. G. Ignat'ev, R.R. Kuzeev. Thermodynamic equilibrium of the self-graviting plasma with scalar interaction. *Ukr. Phys. J.*, 29, No. 7, 1984, 1021 – 1025.

6. Yu.G. Ignatyev (Ignat'ev) and R.F. Miftakhov. Statistical systems of particles with scalar interaction in cosmology. *Gravitation and Cosmology*, Vol. 12 (2006), No 2-3, 179–185.

7. Yu.G. Ignatyev (Ignat'ev) and R.F. Miftakhov. Cosmological Evolutions of a Completely Degenerate Fermi System with Scalar Interactions Between Particles. *Gravitation and Cosmology*, 2011, Vol. 17, No. 2, pp. 190–193.

8. Yu. G. Ignat'ev. Cosmological evolution of plasma with scalar interparticle interaction. I. Canonical formulation of classical scalar interaction.*Russian Physics Journal*, – Volume 55, Number 2 (2012), 166-172.

9. Yu. G. Ignatiev (Ignat'ev). Cosmological evolution of the degenerated plasma with interparticle scalar interaction. II. Formulation of mathematical model. *Russian Physics Journal*, – Volume 55, Number 5 (2012), 550-560; arXiv:1307.2472 [gr-qc] 9 Jule 2013.

10. Yu. G. Ignatyev (Ignat'ev). Cosmological evolution of the plasma with interparticle scalar interaction. III. model with attraction of like-charged scalar particles. *Russian Physics Journal*, Vol. 55, No. 11, April, 2013, p. 1345-1350; arXiv:1307.2509[gr-qc] 9 Jule 2013.

11. Yu.G. Ignatyev (Ignat'ev) and D.Yu. Ignatyev Statistical Systems with Phantom Scalar Interaction in Gravitation Theory. I. Microscopic Dynamics. *Gravitation and Cosmology*, 2014, Vol. 20, No. 4, pp. 299–303; arXiv:1408.3404v1 [gr-qc].

12. Yu. G. Ignatyev (Ignat'ev), A. A. Agathonov and D. Yu. Ignatyev. Statistical Systems with Phantom Scalar Interaction in Gravitation Theory. II. Macroscopic Equations and Cosmological Models. *Gravitation and Cosmology*, 2014, Vol. 20, No. 4, pp. 304–308; arXiv:1408.3419v1 [gr-qc].

13. Yu. G. Ignat'ev. Nonminimal macroscopic models of a scalar field based on microscopic dynamics. I. *Space, Time and Foundamental Interactions*, No 1, 2014. – p. 47-69.

14. Yu. G. Ignat'ev. Nonminimal macroscopic models of a scalar field based on microscopic dynamics. III. *Space, Time and Foundamental Interactions*, No 1, 2015. – p. 5-23.

15. Yu.G. Ignatyev (Ignat'ev). Nonminimal macroscopic models of a scalar field based on microscopic dynamics: extension of the theory for negative masses. *Gravitation and Cosmology*, 2014, Vol. 21, No. 4 (in print); arXiv:1504.02768v1 [gr-qc]; arXiv:1504.03649v1 [gr-qc].

16. Yu.G. Ignat'ev, A.A. Agathonov, D.Yu. Ignatyev, M.L. Mikhailov. Nonminimal macroscopic models of a scalar field based on microscopic dynamics. II. *Space, Time and Foundamental Interactions*, No 3, 2014. – p. 16-31. Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. – Вып. 3 – 2014. – с. 16-31.

17. Yu. G. Ignat'ev, M. L. Mikhailov. Cosmological Evolution of a Boltzmann Plasma with Interparticle Phantom Scalar Interaction. I. Symmetric Cases. *Russian Physics Journal*, Volume 57, Issue 12. – 2015 – pp. 1743-1752.

18. Yu. G. Ignatyev and A. A. Agathonov. Numerical Models of Cosmological Evolution of a Degenerate Fermi-System of Scalar Charged Particles *Gravitation and Cosmology*, 2015, Vol. 21, No. 2, pp. 105–112; arXiv:1408.4738v1 [gr-qc].

19. Yurii Ignat'ev, Alexander Agathonov, Mikhail Mikhailov and Dmitry Ignatyev. Cosmological evolution of statistical system of scalar charged particles. *Astrophys Space Sci* (2015) 357:61; arXiv:1411.6244v1 [gr-qc].

20. N.A. Chernikov. Relativistic Maxwell - Boltzman and integral form of Distributions Laws. *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 144 (1962) – p. 544 – 547.

21. N.N. Lebedev. *Special Functions and Its Applications*. Moscow, GIFML, 1963.

22. L.D. Landau and E.M. Lifshitc. *Statistical Physics*. Moscow, Nauka, 1964.

Received 17.06.2014

Ignat'ev Yurii Gennadievich, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Lobachevsky Institut of Mathematics and Mechanics , Kazan Phederal University, ul. Kremlyovskaya, 35, Kazan, 420008, Russia.
E-mail: ignatev_yu@rambler.ru

Mikhailov Mikhail Leonidovich, engineer, Lobachevsky Institut of Mathematics and Mechanics , Kazan Phederal University, ul. Kremlyovskaya, 35, Kazan, 420008, Russia.
E-mail: meschgan@mail.ru