УДК 53.01; 53.02; 539

Ю. С. Владимиров[1]

РЕЛЯЦИОННЫЕ ОСНОВАНИЯ ТЕОРИИ ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ И ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

Сформулирована одна из важнейших проблем фундаментальной физики XXI века – вывод классических пространственно-временных отношений из понятий и закономерностей физики микромира. Указан путь решения этой проблемы в рамках реляционного подхода к природе пространства-времени, намеченного в работах Г. Лейбница, Э. Маха, Я.И. Френкеля, Р. Фейнмана и других авторов. Показано, что это можно сделать на основе математического аппарата бинарных систем комплексных отношений. Приведены основные понятия этой теории и дана их физическая интерпретация. Продемонстрировано, что большинство понятий общепринятой геометрии и физики выводимо из теории бинарных систем комплексных отношений минимальных рангов.

Ключевые слова: пространство-время, реляционная парадигма, бинарные системы комплексных отношений, спиноры, финслеровы спиноры, частицы, геометрия.

PACS: 03.65.Ca.; 03.65.Fd.; 03.65.Ta

1. Обоснование реляционного подхода к теории пространства-времени

Многолетние попытки построить квантовую теорию гравитации, т. е. совместить принципы общей теории относительности и квантовой теории [1], привели автора к твердому убеждению: решение этой задачи возможно лишь при решении еще более глубокой проблемы – вывода классических пространственно-временных представлений из неких более элементарных физических факторов и закономерностей микромира вместо традиционного принятия априорно заданного классического пространства-времени, на фоне которого строятся физические теории. На настоятельную необходимость решения данной проблемы обращали внимание Л.И. Мандельштам [2], Дж.Ф. Чью [3], Е. Циммерман [4], П.К. Рашевский [5], Р. Пенроуз [6], Б. Грин [7] и ряд других авторов. Однако долгое время не было ясно, как приступить к ее решению. В настоящее время созрели необходимые условия для решения этой проблемы.

Назначение данной статьи – показать, что в реляционной теории, построенной на основе математического аппарата бинарных систем комплексных отношений, не опирающейся на известные классические представления, содержатся в зародыше основные понятия классической и квантовой физики, такие как геометрия 4-мерного пространства Минковского, пространство Лобачевского, понятия спиноров и биспиноров и многое другое.

1.1. Реляционное миропонимание в физической картине мира

Анализ оснований общепринятых представлений о природе пространства-времени и физических взаимодействий показал, что в настоящее время следует различать три главные (метафизические) парадигмы [8], в рамках которых ведутся исследования в области фундаментальной физики: теоретико-полевую, геометрическую и реляционную. В них по-разному трактуется природа пространства-времени и смысл физических взаимодействий.

В **теоретико-полевой парадигме**, ныне доминирующей, пространство-время имеет априорный самостоятельный характер фона, на котором строится все содержание физики: записываются дифференциальные уравнения, лагранжианы, гамильтонианы, вводятся вариационные принципы и т. д. Этот путь исследований встретился с рядом известных трудностей, в частности, связанных с расходимостями.

В **геометрической парадигме**, основу которой составляет общая теория относительности и ее естественные геометрические обобщения, как писал Дж. Уилер, "пространство-время не есть *арена* для физики, это *вся классическая физика*"[9, с. 333]. В этом подходе физические взаимодействия трактуются через компоненты 4-мерного (гравитация) или многомерного метрического тензора.

[1]E-mail: yusvlad@rambler.ru

Этот путь исследований позволил предсказать и объяснить не столь широкий, как ожидалось, круг эффектов в масштабах Солнечной и других звездных систем и вместе с тем привел к необходимости принятия ряда сомнительных гипотез относительно глобальных свойств Вселенной.

В **реляционной парадигме**, основы которой были заложены в трудах Г. Лейбница, Э. Маха и других мыслителей (см. [10]), пространство-время не является самостоятельной априорной категорией, а выступает как абстракция от системы отношений между материальными объектами и событиями. Через отношения трактуются и физические взаимодействия. Этот подход к геометрии и физике оказался наименее развитым.

Сформулированную задачу невозможно решить ни в рамках теоретико-полевой, ни в рамках геометрической парадигмы, поскольку в теоретико-полевой парадигме для определения ключевого в ней понятия поля уже необходим пространственно-временной континуум. В геометрической парадигме речь идет лишь об изменениях свойств уже имеющегося пространственно-временного многообразия: метрических, топологических или коэффициентов связности. *Приступить к решению сформулированной фундаментальной задачи возможно лишь в рамках реляционной метафизической парадигмы.*

Напомним, что идеи реляционного подхода развивались в XX веке в трудах А. Фоккера [11], Я.И. Френкеля [12], Р. Фейнмана [13], Ф. Хойла, Дж. Нарликара [14] и ряда других авторов. Особо подчеркнем, что реляционный подход к мирозданию имеет две составляющие: 1) реляционное понимание природы пространства-времени и 2) описание физических взаимодействий на основе концепции дальнодействия. К сожалению, в работах названных авторов практически игнорировалась первая составляющая, из-за чего сам выбор концепции дальнодействия и получаемые из этого следствия выглядели недостаточно убедительными для сторонников концепции близкодействия.

Для развития последовательной реляционной теории необходимо было подобрать соответствующий ей математический аппарат. Напомним, что аналогичные задачи решались в начале XX века при построении общей теории относительности и квантовой механики. В данном случае необходимо было заменить пространственно-временной континуум содержательной теорией отношений между материальными объектами и событиями.

1.2. Реляционная трактовка геометрий

Отношение в геометрии – это не что иное, как *метрика (расстояния, интервалы)*. Однако в современном изложении геометрии, как правило, исходят из координатной системы в многообразиях той или иной размерности, а затем через разности координат двух точек задаются расстояния (метрика). Но возможен и другой ход рассуждений: можно начинать с расстояний, – парных отношений между точками, – а затем уже из них получать координаты и все другие геометрические понятия. Упоминание о таком подходе к геометрии имеется у Э. Маха: "Интересную попытку обосновать евклидову и неевклидову геометрию на одном понятии расстояния мы находим у Ж. Де Тилли (1880 г.) [15, с. 380]. О самом Махе А. Эйнштейн писал: "Мах был единственным, кто серьезно думал об исключении понятия пространства, которое он пытался заменить представлением о всей сумме расстояний между всеми материальными точками"[16, с.749]. Элементы реляционного подхода к геометрии прослеживаются также в работах Ф. Клейна (1849-1925). Значительно позднее в этом же духе была написана книга К.М. Блюменталя "Теория и применение геометрии расстояний"(1953) [17].

С некоторыми фрагментами переформулировки геометрии в терминах расстояний встречается каждый школьник. Известно определение площади треугольника через половину произведения основания на высоту. Но можно определить его площадь исключительно через расстояния (отношения) между его вершинами. Пусть его вершины обозначаются буквами i, j, k, а расстояния между ними (длины сторон) есть l_{ik}, l_{ij}, l_{jk}. Тогда квадрат площади треугольника S^2_{ikj} находится по формуле Герона:

$$S^2_{ikj} = \frac{1}{16}(l_{ik} + l_{ij} + l_{rj})(l_{ik} + l_{ij} - l_{kj})(l_{ik} - l_{ij} + l_{kj})(-l_{ik} + l_{ij} + l_{kj}). \quad (1.1)$$

Это выражение можно переписать с помощью *определителя Кэли–Менгера* для трех точек (вершин треугольника),

$$16S^2_{ikj} = - \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & l^2_{ik} & l^2_{ij} \\ 1 & l^2_{ki} & 0 & l^2_{kj} \\ 1 & l^2_{ji} & l^2_{jk} & 0 \end{vmatrix}. \quad (1.2)$$

Очевидно, что обращение в нуль определителя (1.2) означает, что три точки лежат на одной прямой.

Аналогичным образом через определитель Кэли–Менгера на четырех точках находится квадрат 3-мерного объема, а на 5 точках – квадрат 4-мерного объема и т. д. Эти определители можно использовать для задания признака принадлежности элементов геометрии той или иной размерности. Очевидно, что обращение этих определителей в нуль означает, что соответствующие им точки лежат в одной плоскости, в 3-мерном евклидовом пространстве и т. д.

На базе таких и ряда других определителей можно в реляционном виде переформулировать содержание известных геометрий. При этом важную роль играют миноры этих определителей. Через них можно ввести общепринятые координаты, углы и другие важные понятия.

Можно даже утверждать, что обобщения формулы Герона лежат в основе всей реляционной перестройки геометрии и физики так же, как обобщения теоремы Пифагора лежат в основе общей теории относительности и всей геометрической парадигмы.

На роль определителей Кэли-Менгера в геометрии обращали внимание А. Эйнштейн, Дж. Синг [18] и другие авторы. В частности, С. Вайнберг в своей работе "Гравитация и космология"[19] предлагал с помощью определителя Кэли-Менгера на четырех точках определять наличие кривизны земной поверхности.

Развитие этих соображений можно усмотреть в созданной в конце 60 годов Ю.И. Кулаковым так называемой теории физических структур [20, 21]. Ее математический аппарат фактически представляет собой универсальную алгебраическую теорию систем отношений. Ключевым понятием в ней является отношение, а главную роль играет *закон системы отношений*, означающий наличие некого алгебраического соотношения, т. е. некой равной нулю функции, аргументами которой являются парные числовые отношения между r элементами некоторого множества. Постулируется, что имеет место *фундаментальная симметрия*, означающая, что закон системы отношений выполняется для любой выборки из r элементов рассматриваемого множества. Число элементов r, содержащихся в законе, называется *рангом*. Наличие закона, фундаментальной симметрии и ряда некоторых вспомогательных соображений позволяет записать систему функционально-дифференциальных уравнений и найти совокупность возможных законов для каждого конкретного ранга r. Равенство нулю определителя, записанного в (1.2) можно считать законом систем вещественных отношений ранга (2), соответствующего 1-мерной геометрии.

Теорию систем отношений на одном множестве элементов можно проиллюстрировать с помощью рисунка 1, где в множестве $\mathcal{M}$ равноправных элементов выделено r элементов, обведенных рамкой, для которых ищется закон. Этот набор может быть заменен на любой другой набор из r элементов.

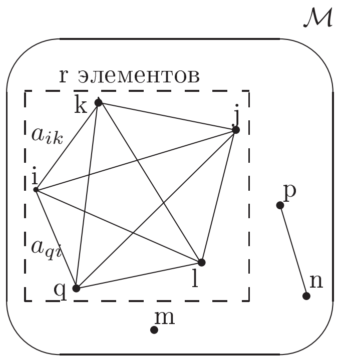

Рис. 1. Унарная теория отношений (на одном множестве элементов)

В работах Ю.И. Кулакова [22], Г.Г. Михайличенко [23, 24] и В.Х. Льва [25] было показано, что известные классические геометрии с симметриями можно трактовать как проявления унарных (на одном множестве элементов) систем вещественных отношений определенных рангов r. При этом понятие ранга заменяет общепринятую в геометрии размерность n, которая связана с ним соотношением $n = r-2$. В частности, 3-мерные геометрии Евклида, Лобачевского или Римана (пространств постоянной кривизны) можно трактовать как проявления унарных систем вещественных отношений ранга $r = 5$. В них законы записываются в виде равенства нулю определителей типа Кэли-Менгера или Грама, построенных из парных отношений между пятью элементами. Четырехмерной геометрии Минковского соответствует унарная система вещественных отношений ранга шесть, где в качестве отношений между элементами (точками-событиями) выступают квадраты интервалов, а сам закон записывается в виде равного нулю определителя Кэли-Менгера для 6 произвольных событий.

1.3. Концепция дальнодействия

При реляционном понимании природы классического пространства-времени теряют силу общепринятые методы описания взаимодействий на базе концепции близкодействия, поскольку теперь отсутствует пространственно-временной фон, по которому могут распространяться поля переносчиков взаимодействий. Необходимо использовать концепцию дальнодействия, основания которой были заложены в работах по теории прямого межчастичного электромагнитного взаимодействия Фоккера–Фейнмана. Напомним, в них используется принцип Фоккера, в котором взаимодействие описывается лишь через характеристики взаимодействующих частиц.

Теория прямого межчастичного взаимодействия активно развивалась в XX веке в работах ряда авторов, однако, она строилась на фоне априорно заданного пространства-времени, и тем самым теория фактически имела эклектический характер. Это приводило к трудностям в обосновании и в защите концепции дальнодействия. Именно по этой причине активные сторонники теории прямого межчастичного взаимодействия – Я.И. Френкель, Р. Фейнман и некоторые другие – вынуждены были отступить под напором успешно развивавшейся квантовой теории поля, опиравшейся на концепцию близкодействия.

Следует отметить, что теория физических структур, в том числе и ее математический аппарат, в свое время не получила должного признания по ряду причин. Среди них, во-первых, было то, что она могла представлять интерес лишь для сторонников реляционного подхода, каковых во второй половине XX века было мало, во-вторых, эта теория применялась ее автором для реляционной переформулировки лишь ряда закономерностей классической физики, которые считались не актуальными, лежащими в глубоком тылу развития теоретической физики. Были и причины субъективного характера.

Тем не менее важность разрабатываемой Кулаковым теории была оценена И.Е. Таммом, который писал: "В рамках теории физических структур по-новому осмысливается проблема единства мира, – у современных ученых еще силен искус решения этой проблемы в субстанциалистическом духе. Однако не исчерпал ли себя этот подход? С точки зрения теории физических структур более перспективно искать не исходную "первоматериюа исходные "первоструктуры – такая переформулировка проблемы единства мира представляется нам несравненно более преимущественной и в логическом, и в естественно-научном отношении"(1970 г.) [26].

1.4. Пространство-время и физика микромира

Ряд исследователей обращал внимание на то, что в физике микромира теряют силу классические пространственно-временные представления. В частности, Д.И. Блохинцев посвятил этому вопросу книгу "Пространство-время в микромире"[27]. В связи с этим ставился вопрос о замене классического пространства-времени (геометрии) на некую иную систему представлений. Какую?

Однако ставилась и иная, еще более глубокая задача – вывода классических пространственно-временных представлений из закономерностей физики микромира. Так, один из создателей квантовой теории Луи де Бройль писал: "Понятия пространства и времени взяты из нашего повседневного опыта и справедливы лишь для явлений большого масштаба. Нужно было бы заменить их другими понятиями, играющими фундаментальную роль в микропроцессах, которые бы асимптотически переходили при переходе от элементарных процессов к наблюдаемым явлениям обычного масштаба в привычные понятия пространства и времени. Стоит ли говорить, что это очень трудная задача?"[28, с. 187].

Аналогичную точку зрения высказывал Л.И. Мандельштам в своих "Лекциях по квантовой механике"(30-е годы): "Всякая атомистическая теория, в том числе и квантовая, ставит себе в основном задачу объяснить наблюдаемые закономерности в макромире искомыми закономерностями в микромире. Почему такое сведение нас удовлетворяет, почему мы его называем объяснением процессов макромира, – это другой вопрос. На нем я останавливаться здесь не могу. Скажу только, что, по моему мнению, для такой точки зрения веские основания привести можно. Но как бы то ни было, а из этой формулировки задачи мы должны исходить"[2]. Позднее об этой задаче писали и другие авторы [10].

Луи де Бройль и другие авторы отмечали сложность данной задачи. Например, М.Б. Менский писал: "Теперь мы оказываемся перед лицом самого трудного и интригующего вопроса: как появляются классические черты у исходно квантового мира. В известном смысле, в наше время это очень простой вопрос. С другой точки зрения – он труден и все еще не решен и даже может оказаться вообще неразрешимым"[29, с. 197].

Вряд ли возможно решение данной проблемы в рамках общепринятой теоретико-полевой парадигмы, – необходимо опереться на менее известную реляционную парадигму. Нельзя сказать, что не было работ в этом направлении. Напомним, Р. Фейнман развил свою формулировку квантовой теории (метод континуального интегрирования по путям) именно с целью решения проблем физики микромира в рамках концепции дальнодействия [30, 31]. Однако это делалось на фоне готового классического пространства-времени, что существенно сужало направление поиска и в конце концов привело Фейнмана к разочарованию.

И тут как нельзя кстати оказался второй важный результат, полученный в работах Кулакова и его группы [20-25]: по тем же правилам, что и реляционная переформулировка классической геометрии была построена теория вещественных отношений на двух множествах элементов – теория бинарных систем отношений – означающая открытие класса новых (бинарных) геометрий. В наших работах [32 - 35] было показано, что именно эти бинарные геометрии наиболее подходящи для описания физики микромира, если их, во-первых, комлексифицировать и, во-вторых, должным образом интерпретировать и применить для описания закономерностей физики микромира.

В наших работах было показано, что простейшая (невырожденная) бинарная система комплексных отношений (БСКО) ранга (3,3) приводит к появлению 2-компонентных спиноров. В ней выделяется класс преобразований SL(2,C), что позволяет приступить к обоснованию как размерности, так и сигнатуры классического пространства-времени и ряда закономерностей квантовой механики.

В данной статье изложены ключевые положения теории БСКО, необходимые для перестройки оснований физического мироздания на базе собственной системы понятий и закономерностей, присущих физике микромира, без использования классических пространственно- временных представлений. Последние возникают лишь как их следствие (или как их предельный случай) из более первичных новых (комплексных бинарных) понятий.

2. Бинарная предгеометрия микромира

Общепринятые геометрические представления и соответствующие им в реляционном подходе унарные (на одном множестве элементов-точек) пространственно-временные отношения по своей сути статичны – в них отсутствует идея развития. Эволюция вводится дополнительным постулатом последовательного рассмотрения состояний систем на 3-мерных пространственно-подобных сечениях вдоль координаты времени.

В излагаемом ниже реляционном подходе, нацеленном на вывод классических пространственно-временных представлений, устраняется этот недостаток, – для описания процессов *вводится не одно, а два множества элементов* и при этом полагается, что одно множество элементов соответствует исходным, а второе множество – последующим состояниям систем. Тогда понятие эволюции оказывается заложенным в самое основание новой геометрии (предгеометрии) и всей физики. Такую теорию предлагается назвать теорией бинарных (на двух множествах элементов) систем отношений. Она фактически соответствует принципам S-матричного подхода в квантовой теории.

2.1. Основные понятия бинарных систем комплексных отношений

Изложим основные понятия теории бинарных систем комплексных отношений [32 - 34].

1. **Два множества элементов.** Теория бинарных систем отношений строится на двух множествах элементов, соответствующих двум соседним состояниям эволюционирующих систем $\mathcal{M}$ и $\mathcal{N}$ (см. рис.2). Будем обозначать элементы первого множества латинскими буквами $(i, j, k, ...)$, а элементы второго множества – греческими $(\alpha, \beta, \gamma, \dots)$. Полагается, что между элементами противоположных множеств i из множества $\mathcal{M}$ и элементами μ из второго множества $\mathcal{N}$ определены парные отношения $u_{i\mu}$.

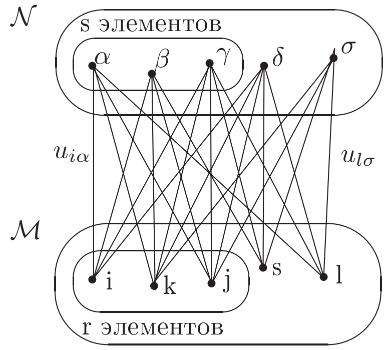

Рис. 2. Бинарная система отношений (структура) ранга (r,s)

Все возможные парные отношения между имеющимися элементами образуют мировые *матрицы отношений*. Парные отношения, в отличие от вещественных (метрических) отношений в общепринятых геометриях, в предлагаемой теории описываются *комплексными числами*, поскольку в микромире теряет смысл аксиома Архимеда, определяющая понятия "больше – меньше".

Естественен вопрос: что такое элемент? На него можно дать ответ в духе аксиоматического метода рассуждений в математике: элемент – это некий примитив, исходное понятие, не поддающееся определению через другие более элементарные понятия. Его смысл можно усмотреть лишь из построенной на его основе теории.

Однако на поставленный вопрос можно ответить и иначе, физически (точнее, метафизически): элемент – это одно из проявлений частицы, например, в виде левой и правой компонент или цветовой составляющей в хромодинамике. При этом, забегая вперед, отметим, что в общем случае предлагается характеризовать частицы тремя элементами, между которыми имеются некие симметрии.

2. Будем рассматривать бинарную теорию отношений, в которой два множества элементов в некотором смысле выступают равноправно, что

можно понимать как своеобразную обратимость прообраза времени на самом элементарном уровне. (В дальнейшем будут указаны истоки выделенности направления времени.)

3. **Закон бинарных систем отношений.** Как и в случае унарного описания мира, бинарная мировая матрица обладает нулевым детерминантом, однако будем полагать, что имеется выделенное число – симметричный *ранг* (r, r), начиная с которого и выше миноры равны нулю.

Равенство нулю миноров данного критического порядка r назовем **законом бинарного мира или бинарных систем комплексных отношений**. В рассматриваемых здесь случаях достаточно использовать следующий вид законов:

$$\Phi_{(r,r)} = \begin{vmatrix} u_{i\alpha} & u_{i\beta} & u_{i\gamma} & \cdots \\ u_{k\alpha} & u_{k\beta} & u_{k\gamma} & \cdots \\ u_{j\alpha} & u_{j\beta} & u_{j\gamma} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{vmatrix} = 0. \tag{2.1}$$

Это одно из четырех решений функционально-дифференциальных уравнений для бинарных систем, найденных в работах Г.Г. Михайличенко [24].

4. В теории систем отношений, как унарной, так и бинарной, всегда присутствуют три подмножества: 1) рассматриваемые элементы, 2) базисные элементы системы отношений, 3) все прочие элементы окружающего мира (частицы), с которыми может произойти взаимодействие. К этому следует добавить 4) множество систем отношений, соответствующих процессам в прошлом. В названной выше мировой матрице отношений фактически обозначены элементы первых трех подмножеств, а совокупность существующих мировых матриц составляет четвертое множество.

5. **Базис системы отношений.** Особо следует остановиться на базисных элементах (наборах эталонных элементов) системы отношений. Они ответственны за возникновение характеристик всех небазисных элементов. Элементы описываются $r-1$ параметрами, которые определяются отношениями к $r-1$ эталонным элементам противоположных множеств. Два набора из $r-1$ эталонных элементов составляют *базис* БСКО.

6. **Парные отношения.** Легко убедиться, что закон (2.1) выполняется, если парные отношения записываются через параметры элементов следующим образом

$$u_{i\alpha} = \sum_{l=1}^{r-1} i^l \alpha^l. \tag{2.2}$$

Существенно подчеркнуть, что развиваемая таким образом теория (**бинарная геометрофизика**) опирается исключительно на систему собственных понятий, т. е. не нуждается в привлечении таких посторонних факторов, как классические пространственно-временные представления.

7. **Переходы между базисами.** В общепринятой классической теории важную роль играет понятие системы отсчета и группа преобразований координат, характеризующая переход от одной системы отсчета к другой. В данной теории роль тела отсчета играет система эталонных элементов (элементарный базис). Можно показать, что *в бинарной геометрофизике переходы от одного элементарного базиса к другому описываются следующими линейными преобразованиями параметров элементов двух множеств*:

$$i'^s = C^s_r i^r, \tag{2.3}$$

где C^s_r – коэффициенты, определяющие класс используемых бинарных систем отношений (эталонных элементов).

8. Как и в специальной теории относительности, в бинарной геометрофизике выделяется класс линейных преобразований, соответствующий переходам между привилегированными элементарными базисами. Они характеризуются специальными условиями.

2.2. Двойственный характер бинарных систем отношений

1. Как уже подчеркивалось, параметры элементов каждого из двух множеств определяются отношениями к элементам (базису) противоположных множеств. Исходя из этого, возникает любопытная ситуация: в любом из состояний элементы можно трактовать, исходя из отношений к элементам последующего множества или к элементам предыдущего множества, что означает раздвоение параметров на две тройки (см. рис. 3). На этом рисунке слева изображена последовательность трех состояний системы, соответствующая учету двух звеньев элементарных процессов. Возникающая в среднем состоянии двойственность в интерпретации параметров элементов фактически означает раздвоение процессов, описываемых бинарными системами отношений. Это пояснено правой частью рисунка.

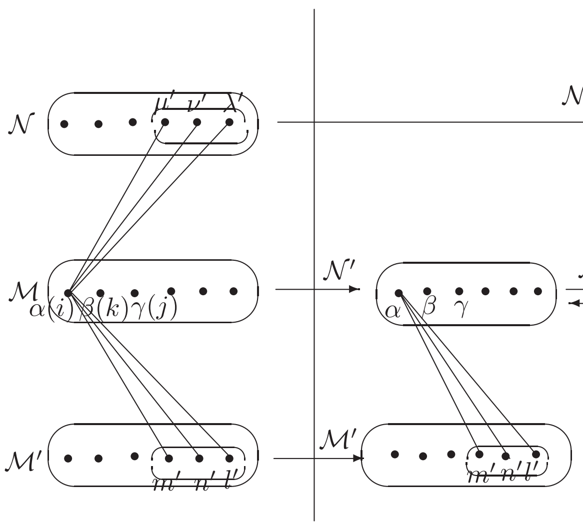

Рис. 3. Два типа отношений элементов каждого множества: к эталонным элементам следующего или предшествующего множеств

2. Свяжем двойственность задания параметров с расслоенностью классического пространства на базу (координатное пространство) и слой (импульсное пространство или пространство скоростей). При этом следует учесть, что наши классические представления о местоположении объектов

(об их координатах) обусловлены событиями в прошлом, – мы воспринимаем окружающие объекты по приему испущенного ими или отраженного от них света. По этой причине естественно считать параметры, обусловленные отношениями в прошлом, прообразом координатного пространства (базы), а параметры, обусловленные отношениями к элементам следующего (будущего) множества, – прообразом пространства скоростей (импульсов).

3. Изложенное выше означает, во-первых, раздвоение бинарных систем комплексных отношений на два класса: координатный и импульсный, во-вторых, указывает на необходимость определения связи между двумя системами отношений. Как будет показано ниже, последняя задача решается на основе БСКО ранга (2,2), завязывающей параметры двух систем отношений. В-третьих, отметим, что вскрывшиеся две возможности фактически лежат в основе квантовомеханического принципа неопределенностей.

2.3. Фундаментальные и базовые отношения

1. В теории БСКО важную роль играют отличные от нуля миноры максимального порядка в законе БСКО ранга (r,r), т. е. отличные от нуля определители порядка $(r-1)$. Они названы *фундаментальными* $(r-1)\times(r-1)$*-отношениями* и для них принято специальное обозначение в виде двух этажей из символов двух типов элементов первого и второго множеств, заключенных в квадратные скобки.

$$\begin{bmatrix} \alpha\,\beta\cdots \\ i\ \ k\cdots \end{bmatrix} \equiv \begin{vmatrix} u_{i\alpha} & u_{i\beta} & \cdots \\ u_{k\alpha} & u_{k\beta} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{vmatrix}. \tag{2.4}$$

В частности, в данной теории существенную роль играет фундаментальное $(r-1)\times(r-1)$-отношение, образованное из элементов базиса.

2. Фундаментальные $r\times r$-отношения обладают свойствами расщепления на произведение выражений исключительно из параметров одного множества на аналогичное выражение из параметров другого множества. Так, для фундаментального $(r-1)\times(r-1)$-отношения имеем

$$\begin{bmatrix} \alpha\,\beta\cdots \\ i\ \ k\cdots \end{bmatrix} \equiv \begin{vmatrix} u_{i\alpha} & u_{i\beta} & \cdots \\ u_{k\alpha} & u_{k\beta} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} i^1 & k^1 & \cdots \\ i^2 & k^2 & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \alpha^1 & \beta^1 & \cdots \\ \alpha^2 & \beta^2 & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{vmatrix}. \tag{2.5}$$

3. В развиваемой теории физические взаимодействия описываются посредством еще одного особого вида в общем случае отличных от нуля определителей, записываемых для r элементов из каждого из двух множеств, называемых *базовыми* $r\times r$*-отношениями*. Они строятся из окаймленных единицами определителей, характеризующих закон (2.1):

$$\begin{Bmatrix} \alpha\,\beta\cdots \\ i\ \ k\cdots \end{Bmatrix} \equiv \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & \cdots \\ 1 & u_{i\alpha} & u_{i\beta} & \cdots \\ 1 & u_{k\alpha} & u_{k\beta} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{vmatrix}. \tag{2.6}$$

4. Базовое $r\times r$-отношение также, как и (2.5), обладает свойством расщепления на произведение двух определителей, образованных параметрами элементов лишь одного множества:

$$\begin{Bmatrix} \alpha\,\beta\cdots \\ i\ \ k\cdots \end{Bmatrix} \equiv \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & \cdots \\ 1 & u_{i\alpha} & u_{i\beta} & \cdots \\ 1 & u_{k\alpha} & u_{k\beta} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & \cdots \\ i^1 & k^1 & \cdots \\ i^2 & k^2 & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 1 & 1 & \cdots \\ \alpha^1 & \beta^1 & \cdots \\ \alpha^2 & \beta^2 & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{vmatrix}. \tag{2.7}$$

5. В излагаемой здесь реляционной теории в качестве прообраза амплитуды вероятности перехода элементарной системы, состоящей из r элементов, из одного состояния в другое выступает базовое $r\times r$-отношение. Поскольку оно, по определению, является комплексным, для получения физически интерпретируемых вещественных понятий его нужно умножить на комплексно сопряженное выражение. Результат такого умножения на комплексно сопряженное выражение будет состоять из произведения четырех множителей: 1) определителя из параметров элементов исходного множества, 2) определителя из комплексно сопряженных им параметров элементов исходного множества, 3) определителя из параметров элементов второго множества, 4) определителя из комплексно сопряженных им параметров элементов второго множества.

Имеются три возможности выбора парных комбинаций из составляющих определителей:

1) из элементов исходного начального состояния и элементов конечного состояния;

2) из элементов исходного начального состояния и комплексно сопряженных элементов конечного состояния;

3) из элементов исходного начального состояния и комплексно сопряженных ему же элементов (начального состояния).

В современной квантовой теории поля фактически используются вторая и третья возможности, что соответствует тому, что элементы сопряженных множеств преобразуются через комплексно сопряженные коэффициенты преобразований.

2.4. Виртуальные бинарные системы и унарные геометрии

Обратим особое внимание на третью из указанных возможностей, которая позволяет использовать общепринятые геометрические понятия для описания начальных и конечных состояний частиц (импульсов или координат).

Продемонстрируем, как это осуществляется.

1. Для каждого состояния вводится второе множество элементов, характеризуемых комплексно сопряженными параметрами, т. е. фактически наряду с исходной БСКО задаются две фиктивные БСКО такого же ранга. Очевидно, что при преобразованиях (2.3) фиктивные элементы преобразуются по закону

$$i'^s = C^s_r i^r; \quad \rightarrow \quad \overset{*}{i}\,'^s = \overset{*}{C}\,^s_r \,\overset{*}{i}\,^r, \tag{2.8}$$

где коэффициенты преобразований $\overset{*}{C}\,^s_r$ в фиктивных множествах комплексно сопряжены коэффициентам C^s_r в исходных множествах.

2. От элеменов двух сопряженных множеств, описывающих одно и то же состояние системы (начальное или конечное) можно перейти к унарным геометриям, причем, как правило, несколькими способами Это достигается соответствующей "сшивкой"пар (или большего числа) избранных элементов двух сопряженных множеств в элементы одного нового (унарного) множества. При этом отношения между элементами нового множества (новой унарной системой отношений) определяются через отношения между элементами в фиктивных БСКО. В итоге получаются две унарные геометрии с соответствующими законами для новых вещественных отношений. Таковым может быть, например, пространство 4-мерных векторов, интерпретируемых через скорости или импульсы взаимодействующих частиц.

3. Принципиальная сторона подобного перехода пояснена на рисунке 4, где две пары элементов сопряженных множеств одного и того же состояния сшиваются в один новый элемент унарной геометрии.

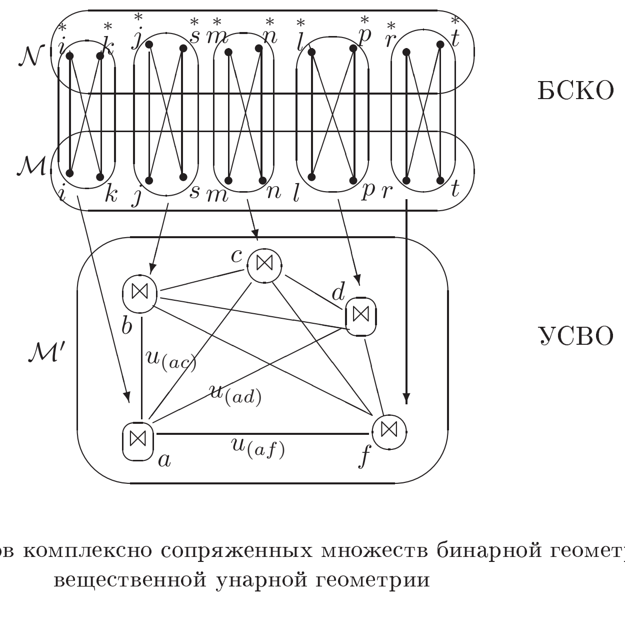

Рис. 4. Переход от элементов комплексно сопряженных множеств бинарной геометрии к элементам вещественной унарной геометрии

В верхней части рисунка изображены четверки сопряженных элементов из двух множеств (исходного и комплексно сопряженного), а в нижней части – сопоставленные с ними элементы одного нового (унарного) множества $\mathcal{M}'$. Здесь четверки элементов фиктивной БСКО обозначены двумя значками соответствующих элементов одного (первого) множества $\mathcal{M}$, а элементы нового множества $\mathcal{M}'$ – латинскими буквами, согласно:

$$(ik) \to a; \quad (js) \to b; \quad (mn) \to c; \quad (lp) \to d; \quad (rt) \to f. \tag{2.9}$$

В дальнейшем такие переходы от состояний виртуальной БСКО к унарным геометриям рассмотрены более подробно. При этом подобные "сшивки"будут рассматриваться для одной, двух или трех пар элементов из двух противоположных множеств.

4. Учитывая, что из базового $r \times r$-отношения получаются две пары соответствующих друг другу множеств – основных и привязанных к ним фиктивных – изложенную выше процедуру можно осуществить два раза – для начального и для конечного состояний. Эти процедуры проиллюстрирована на рисунке 5. Состояния в унарных геометриях можно трактовать как классические начальные и конечные состояния, что широко используется в общепринятой формулировке теории S-матриц.

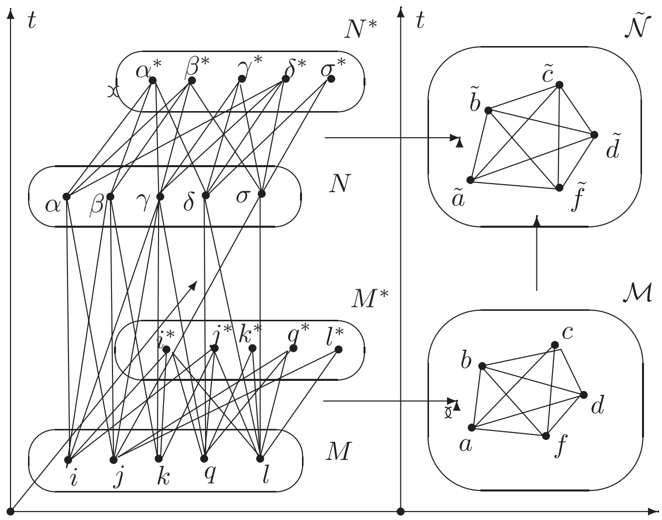

Рис. 5. Блок-схема соотношения бинарных систем комплексных отношений (БСКО) и соответствующих им унарных систем вещественных отношений (УСВО)

Следует особо подчеркнуть, что введение виртуальных БСКО и соответствующих им унарных геометрий относится к каждой из двух составляющих исходной БСКО, причем в них могут осуществляться переходы к разным видам унарных геометрий.

3. Бинарная система комплексных отношений ранга (3,3)

Исходя из общих соображений, свидетельствующих в пользу фундаментального характера БСКО ранга (4,4), следовало бы начинать изложение именно с ее теории. Однако более естественное восприятие предлагаемого материала достигается при предварительном рассмотрении БСКО ранга (3,3), являющейся, с одной стороны, ее подсистемой, а, с другой стороны, представляющей другую составную часть процесса, – определяемую возможными процессами в будущем (прообраз пространства скоростей).

3.1. Основные понятия БСКО ранга (3,3)

1. Согласно общей теории бинарных систем отношений, **закон БСКО ранга (3,3)** имеет вид

$$\Phi = \begin{vmatrix} u_{i\alpha} & u_{i\mu} & u_{i\nu} \\ u_{m\alpha} & u_{m\mu} & u_{m\nu} \\ u_{n\alpha} & u_{n\mu} & u_{n\nu} \end{vmatrix} = 0. \tag{3.1}$$

Элементы этой системы отношений характеризуются парами комплексных параметров, например, i характеризуется параметрами i^1, i^2, а α – параметрами α^1, α^2.

2. **Базис и парные отношения.** Как уже отмечалось, параметры элементов можно выразить через их отношения к некой системе эталонных (базисных) элементов в противоположных множествах (см. рис. 6).

В данном случае пусть базис системы отношений задается двумя элементами m и n множества $\mathcal{M}$ и двумя элементами μ и ν множества $\mathcal{N}$. Они выполняют роль, аналогичную роли тела отсчета в классической теории относительности.

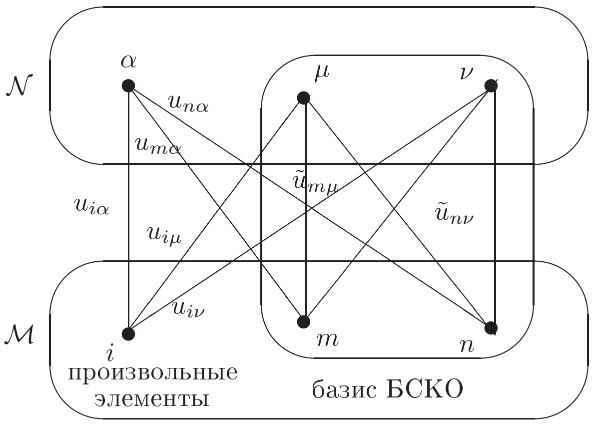

Рис. 6. Задание параметров пары элементов i и α через их отношения к эталонным элементам

В каноническом базисе парные отношения представляются в виде

$$u_{i\alpha} = i^1\alpha^1 + i^2\alpha^2. \tag{3.2}$$

3. **Фундаментальное** 2×2**-отношение** между произвольными двумя парами элементов: i, k, α, β описывается минором определителя в законе (3.1). Как уже отмечалось, оно представляется в виде

$$\begin{bmatrix} \alpha\beta \\ ik \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} u_{i\alpha} & u_{i\beta} \\ u_{k\alpha} & u_{k\beta} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} i^1 & k^1 \\ i^2 & k^2 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \alpha^1 & \beta^1 \\ \alpha^2 & \beta^2 \end{vmatrix}, \tag{3.3}$$

т. е. записывается через произведение двух определителей, образованных из параметров элементов отдельных множеств.

Отдельные определители справа можно понимать как антисимметричные метрики в каждом из двух множеств БСКО, например,

$$b(i,k) = \begin{vmatrix} i^1 & k^1 \\ i^2 & k^2 \end{vmatrix} = i^1k^2 - i^2k^1. \tag{3.4}$$

4. **Группа преобразований SL(2,C).** Рассмотрим линейные преобразования параметров элементов в каждом множестве такие, которые оставляют инвариантными отдельные определители справа в (3.3). В частности, для элементов множества $\mathcal{M}$ при произвольных линейных преобразованиях (2.3) определитель (метрика (3.4)) остается инвариантным, если коэффициенты преобразования удовлетворяют условию

$$C_1^1C_2^2 - C_2^1C_1^2 = 1. \tag{3.5}$$

Это два условия на 8 вещественных коэффициентов, составляющих C_r^s. Линейные преобразования (2.3) с условием (3.5) составляют *унимодулярную (6-параметрическую) группу* $SL(2,C)$. (Следует подчеркнуть, что в теории с дискретным множеством элементов правильнее утверждать, что названные преобразования лишь принадлежат группе $SL(2,C)$.)

5. **Двухкомпонентные спиноры.** Из изложенного следует, что элементы БСКО ранга (3,3), характеризуемые парами комплексных параметров, являются векторами 2-мерного комплексного пространства, в котором определены линейные преобразования (2.3), относительно которых остается инвариантной антисимметричная квадратичная форма (3.4). Но это не что иное как общепринятое определение 2-компонентных спиноров. Следовательно, *теория БСКО ранга (3,3) автоматически приводит к понятию 2-компонентных спиноров.*

3.2. Реляционное обоснование биспинорного описания частиц

Рассмотрим основные следствия из описания частиц (массивных лептонов) в виде специфической совокупности пар элементов БСКО ранга (3,3).

1. Упрощенная (идеализированная) модель массивной частицы в каждом из множеств описывается наборами из четверок комплексных чисел (компонент спиноров) вида:

$$B_{(2)}(ik) \to \begin{pmatrix} i^1 & k^1 \\ i^2 & k^2 \end{pmatrix}; \qquad B_{(2)}(\alpha\beta) \to \begin{pmatrix} \alpha^1 & \beta^1 \\ \alpha^2 & \beta^2 \end{pmatrix}. \tag{3.6}$$

2. От данной матричной записи (3.6) можно перейти к общепринятому в теоретической физике описанию фермионных частиц через 4-компонентные биспинорные столбцы и строки. Этот переход осуществляется с помощью следующих трех условий:

1) как в 4-компонентном столбце, так и в строке должны симметрично присутствовать параметры двух сопряженных $<$по вертикали$>$ пар элементов;

2) как столбец, так и строка должны равноправно содержать элементы из начального и конечного состояний;

3) порядок расположения параметров в столбце и строке должен быть связан с трансформационными свойствами параметров, что означает, если i^s является контравариантным спинором, то для элемента β должен браться ковариантный спинор.

Следовательно, массивную частицу можно охарактеризовать следующими 4-компонентными величинами:

$$\Psi = \begin{pmatrix} i^1 \\ i^2 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i^1 \\ i^2 \\ \beta^2 \\ -\beta^1 \end{pmatrix}; \quad \Psi^\dagger = (\alpha^1, \alpha^2, k_1, k_2) = (\alpha^1, \alpha^2, k^2, -k^1). \tag{3.7}$$

Здесь использовано известная в спинорной алгебре связь ковариантных и контравариантных компонент спиноров, например, $i_1 = i^2$, $i_2 = -i^1$.

3. В соответствии с введенным описанием частиц вводятся два вида гамма-матриц:

$$\gamma_0 = -\begin{pmatrix} 0 & I_2 \\ I_2 & 0 \end{pmatrix}; \quad \gamma_5 = -i\begin{pmatrix} I_2 & 0 \\ 0 & -I_2 \end{pmatrix}, \tag{3.8}$$

таких, чтобы посредством матричного умножения строки на столбец с их участием получалась сумма и разность двух инвариантов. Первая из введенных матриц времени-подобна ($\gamma_0^2 = +I_4$), а вторая является пространственно-подобной ($\gamma_5^2 = -I_4$), где I_2 и I_4 единичные матрицы. В дальнейшем будет использоваться следующее стандартное обозначение $\overline{\Psi} = \Psi^\dagger\gamma_0 = -(k^2, -k^1, \alpha^1, \alpha^2)$.

4. С помощью матриц γ_5 можно ввести общепринятые понятия левых (e_L) и правых (e_R) компонент массивной частицы (например, электрона):

$$e_L \equiv \frac{1}{2}(I + i\gamma_5)\Psi = \begin{pmatrix} i^1 \\ i^2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad e_R \equiv \frac{1}{2}(I - i\gamma_5)\Psi = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix}; \tag{3.9}$$

$$\overline{e}_L \equiv \frac{1}{2}\overline{\Psi}(I - i\gamma_5) = (0, 0, \alpha^1, \alpha^2); \quad \overline{e}_R \equiv \frac{1}{2}\overline{\Psi}(I + i\gamma_5) = -(k_1, k_2, 0, 0). \tag{3.10}$$

3.3. Четырехмерные векторы

Выше было показано, что для каждого из двух множеств элементов БСКО ранга (r,r) можно определить фиктивное множество элементов с комплексно сопряженными параметрами, которые при преобразованиях элементов (2.3) преобразуются через комплексно сопряженные коэффициенты: $\overset{*}{i}{}'^s = C^{*s}_r \overset{*}{i}{}^r$. Каждое из двух таких пар множеств элементов с комплексно сопряженными параметрами и соответствующими отношениями образует виртуальную БСКО такого же ранга. Продемонстрируем, как от виртуальной БСКО ранга (3,3) можно перейти к унарной системе вещественных отношений (геометрии) ранга (5).

1. Для двух пар сопряженных элементов $(i, \overset{*}{i})$ и $(k, \overset{*}{k})$ определим компоненты смешанного спинтензора второго ранга: $B^{s\dot r}_{(2)} = i^s \overset{*}{i}{}^{\dot r} + k^s \overset{*}{k}{}^{\dot r}$, где индекс (2) означает определение величины для двух пар элементов. (Заметим, что спинтензор можно определить и для одной пары сопряженных элементов.) Любую из этих матриц $B^{s\dot r}$ для *сопряженных элементов* можно представить в следующих видах:

$$\begin{pmatrix} B^{1\dot 1} & B^{1\dot 2} \\ B^{2\dot 2} & B^{2\dot 2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u^0_{(2)} + u^3_{(2)} & u^1_{(2)} - iu^2_{(2)} \\ u^1_{(2)} + iu^2_{(2)} & u^0_{(2)} - u^3_{(2)} \end{pmatrix} = u^0_{(2)} I_2 + \sum_{l=1}^{3} u^l_{(2)} \sigma_l, \tag{3.11}$$

где σ_l – матрицы Паули, а $u^0_{(2)}$, $u^1_{(2)}$, $u^2_{(2)}$, $u^3_{(2)}$ — четверка вещественных чисел, следующим образом выражающаяся через компоненты спиноров:

$$\begin{aligned} u^0_{(2)}(ik) &= \tfrac{1}{2}\left(i^1 \overset{*}{i}{}^1 + i^2 \overset{*}{i}{}^2 + k^1 \overset{*}{k}{}^1 + k^2 \overset{*}{k}{}^2\right); \\ u^1_{(2)}(ik) &= \tfrac{1}{2}\left(i^1 \overset{*}{i}{}^2 + i^2 \overset{*}{i}{}^1 + k^1 \overset{*}{k}{}^2 + k^2 \overset{*}{k}{}^1\right); \\ u^2_{(2)}(ik) &= \tfrac{i}{2}\left(i^1 \overset{*}{i}{}^2 - i^2 \overset{*}{i}{}^1 + k^1 \overset{*}{k}{}^2 - k^2 \overset{*}{k}{}^1\right); \\ u^3_{(2)}(ik) &= \tfrac{1}{2}\left(i^1 \overset{*}{i}{}^1 - i^2 \overset{*}{i}{}^2 + k^1 \overset{*}{k}{}^1 - k^2 \overset{*}{k}{}^2\right). \end{aligned} \tag{3.12}$$

2. Зная закон линейных преобразований параметров элементов, легко показать, что построенные из них квадратичные комбинации (3.12) тоже будут преобразовываться линейным образом $u'^{\mu} = L^{\mu}_{\cdot\alpha} u^{\alpha}$, где 16 коэффициентов $L^{\mu}_{\cdot\alpha}$ являются вещественными.

3. Очевидно, что все $L^{\mu}_{\cdot\alpha}$, как и C^s_r для группы $SL(2, C)$, определяются 6 независимыми вещественными параметрами. Преобразования с коэффициентами $L^{\mu}_{\cdot\alpha}$ образуют 6-параметрическую *ортогональную группу* $O(1, 3)$, которую принято называть *векторным представлением группы* $SL(2, C)$. Теперь имеются все основания называть величины u^{μ} компонентами 4-мерных векторов.

4. После введения виртуальных БСКО ранга (3,3) можно определить новые 4-компонентные биспинорные столбцы и строки по образу и подобию определенных в (3.7) с тем отличием, что вместо параметров элементов α и β будут стоять комплексно сопряженные значения параметров соответствующих им элементов i и k. Используя так введенные биспиноры, компоненты (3.12) можно переписать в более компактном виде:

$$u^{\mu}_{(2)} = \frac{1}{2}\overline{\Psi}\gamma^{\mu}\Psi, \tag{3.13}$$

где введены еще три пространственно-подобные гамма-матрицы Дирака, стандартным образом строящиеся из матриц Паули σ^i.

Совокупность четырех матриц Дирака удовлетворяет известным соотношениям $\gamma_\mu\gamma_\nu + \gamma_\nu\gamma_\mu = 2\eta_{\mu\nu} I_4$.

5. Построение компонент 4-мерных векторов из бинарных комбинаций спиноров означает переход от элементов виртуальной БСКО ранга (3,3) к унарной геометрии. Легко показать, что в унарной геометрии квадрат 4-вектора u^{μ} представляется в следующих видах:

$$\eta_{\mu\nu} u^{\mu} u^{\nu} = \begin{bmatrix} i^* k^* \\ i \; k \end{bmatrix} = (i^1 k^2 - i^2 k^1)(\overset{*}{i}{}^1 \overset{*}{k}{}^2 - \overset{*}{i}{}^2 \overset{*}{k}{}^1) = (u^0)^2 - (u^1)^2 - (u^2)^2 - (u^3)^2, \tag{3.14}$$

т. е. записывается в квадратичной форме, соответствующей 4-мерному пространству с сигнатурой $(+ - - -)$. В этом выражении $\eta_{\mu\nu}$ – метрический тензор пространства Минковского. Заметим, что если 4-вектор u^{μ} строить на одной паре сопряженных элементов, то его квадрат будет тождественно равен нулю, т. е. такой вектор является *изотропным*.

6. В новой унарной геометрии вводятся вещественные парные отношения между элементами унарной системы через комплексные парные отношения исходной БСКО ранга (3,3) следующим образом:

$$u^{\mu}(ik)u_{\mu}(js) = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} i^* k^* \\ i \; k \end{bmatrix} \bigotimes \begin{bmatrix} j^* s^* \\ j \; s \end{bmatrix} \equiv \frac{1}{2}\left(\begin{bmatrix} i^* j^* \\ i \; j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i^* s^* \\ i \; s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k^* j^* \\ k \; j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k^* s^* \\ k \; s \end{bmatrix}\right). \tag{3.15}$$

Очевидно, что для случая одного и того же элемента (вектора u^μ) из этого выражения получается квадрат элемента (3.14).

7. Уже сам факт введения 4-мерных векторов означает, что в любой комбинации из пяти таких 4-мерных векторов, по крайней мере, один из них является линейно зависимым от остальных. Это обстоятельство отображается тем, что определитель Грама, построенный на произвольных пяти векторах, обращается в нуль:

$$\begin{vmatrix} u^2_{(a)} & u^\mu_{(a)}u_{(b)\mu} & u^\mu_{(a)}u_{(c)\mu} & u^\mu_{(a)}u_{(d)\mu} & u^\mu_{(a)}u_{(e)\mu} \\ u^\mu_{(b)}u_{(a)\mu} & u^2_{(b)} & u^\mu_{(b)}u_{(c)\mu} & u^\mu_{(b)}u_{(d)\mu} & u^\mu_{(b)}u_{(e)\mu} \\ u^\mu_{(c)}u_{(a)\mu} & u^\mu_{(c)}u_{(b)\mu} & u^2_{(c)} & u^\mu_{(c)}u_{(d)\mu} & u^\mu_{(c)}u_{(e)\mu} \\ u^\mu_{(d)}u_{(a)\mu} & u^\mu_{(d)}u_{(b)\mu} & u^\mu_{(d)}u_{(c)\mu} & u^2_{(d)} & u^\mu_{(d)}u_{(e)\mu} \\ u^\mu_{(e)}u_{(a)\mu} & u^\mu_{(e)}u_{(b)\mu} & u^\mu_{(e)}u_{(c)\mu} & u^\mu_{(e)}u_{(d)\mu} & u^2_{(e)} \end{vmatrix} = 0. \tag{3.16}$$

Здесь векторы, полученные из соответствующих спиноров, обозначены латинскими индексами: a, b, c, d, e.

Равенство нулю определителя Грама для пяти векторов (3.16) можно трактовать как наличие закона для унарной системы вещественных отношений (УСВО) ранга (5), – одного из десяти законов, найденных в группе Ю.И. Кулакова и Г.Г. Михайличенко, исходя из разработанной ими теории систем вещественных отношений на одном множестве элементов (в так называемой теории физических структур). Система отношений с таким законом соответствует 3-мерной геометрии Лобачевского.

3.4. Определение частицы и прообраз уравнений Дирака

Естественно полагать, что элементарные частицы (лептоны) образованы не произвольными парами элементов в каждом из двух множеств, а парами, удовлетворяющими специальным условиям.

1. Анализ показывает, что в рамках теории БСКО для каждой частицы целесообразно определить **собственную систему отношений**, определяемую следующими условиями:

1) парные отношения между начальным и конечным состояниями виртуальной БСКО ранга (3,3) для двух элементов одинаковы,

2) парные отношения между разными элементами равны нулю. Последнее можно трактовать как "слитность"пар элементов, образующих частицу в собственной системе отношений.

Сформулированные условия означают:

$$u_{ii^*} = u_{kk^*} = \tilde{e}; \qquad u_{ik^*} = u_{ki^*} = 0. \tag{3.17}$$

2. Будем обозначать параметры частицы в собственной системе отношений значком (o) снизу. Из (3.17) следует, что все эти параметры можно выразить через два из них. Выберем в качестве ключевых параметры $i^1_{(o)}$ и $i^2_{(o)}$. Используя свойства вещественности инвариантов, легко получить условия связи на параметры элементов:

$$k^2_{(o)} = \pm \overset{*}{i}{}^1{}_{(o)}; \quad k^1_{(o)} = \mp \overset{*}{i}{}^2{}_{(o)}. \tag{3.18}$$

3. Используя введенные условия, находим, что в собственной системе отношений

$$\tilde{u}^0_{(o)} = \frac{1}{2}\overline{\Psi}_{(o)}\gamma^0\Psi_{(o)} = i^1_{(o)}\overset{*}{i}{}^1{}_{(o)} + i^2_{(o)}\overset{*}{i}{}^2{}_{(o)} = \tilde{e}; \quad \tilde{u}^i_{(o)} = \frac{1}{2}\overline{\Psi}_{(o)}\gamma^i\Psi_{(o)} = 0, \tag{3.19}$$

т. е. для частицы любой из двух возможностей отлична от нуля только времени-подобная компонента. Это оправдывает аналогию с понятия собственной системы отношений с термин собственной системы отсчета.

4. При заданных условиях спинорный инвариант может принимать вещественные значения двух противоположных знаков:

$$Im\left(i^1k^2 - i^2k^1\right) = 0 \rightarrow i^1k^2 - i^2k^1 = \pm\tilde{e}, \tag{3.20}$$

что можно связать с наличием двух типов частиц (двух возможных зарядов).

5. Расписав параметры левой компоненты частицы через вещественные числа: $i^1 = x_1 + iy_1$ и $i^2 = x_2 + iy_2$, приходим к выражению

$$i^1k^2 - i^2k^1 = x_1^2 + x_2^2 + y_1^2 + y_2^2 = \tilde{e}, \tag{3.21}$$

означающему, что частицы (лептоны) характеризуются точкой на 3-мерной гиперсфере в 4-мерном (абстрактном) евклидовом пространстве.

6. Обратим внимание на тот факт, что группа преобразований SL(2,C) содержит в себе подгруппу преобразований SU(2), при которых сохраняются условия (3.17). Естественно поставить вопрос о видоизменении этих свойств при более общих преобразованиях, дополняющих группу SU(2) до полной группы SL(2,C). Такие преобразования называются бустами. Они не образуют группу и описываются эрмитовыми матрицами. При преобразованиях бустов компоненты биспинора, определенного в (3.7), изменяются по закону

$$\begin{pmatrix} i'^1 \\ i'^2 \\ \overset{*}{k}{}'_1 \\ \overset{*}{k}{}'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_0+b_3 & b_1-ib_2 & 0 & 0 \\ b_1+ib_2 & b_0-b_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_0-b_3 & -b_1+ib_2 \\ 0 & 0 & -b_1-ib_2 & b_0+b_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i^1 \\ i^2 \\ \overset{*}{k}{}_1 \\ \overset{*}{k}{}_2 \end{pmatrix}, \tag{3.22}$$

где параметры b_μ преобразований спинорных компонент связаны с параметрами u^μ группы Лоренца в пространстве скоростей следующим образом:

$$u_0 = 2b_0^2 - 1; \quad u_i = 2b_0 b_i. \tag{3.23}$$

Легко убедиться, что компоненты u_μ обладают свойством $u_0^2 - u_1^2 - u_2^2 - u_3^2 = 1$.

7. В несобственных системах отношений условия связи параметров двух элементов в частице, выписанные в (3.18), изменятся. Перепишем их в ковариантной форме:

$$\overset{*}{k}{}_{\dot r} = K_{\dot r s} i^s = \begin{pmatrix} K_{\dot 1 1} & K_{\dot 1 2} \\ K_{\dot 2 1} & K_{\dot 2 2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i^1 \\ i^2 \end{pmatrix}; \quad i^s = K^{s\dot r} \overset{*}{k}{}_{\dot r} = \begin{pmatrix} K^{1\dot 1} & K^{1\dot 2} \\ K^{2\dot 1} & K^{2\dot 2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overset{*}{k}{}_{\dot 1} \\ \overset{*}{k}{}_{\dot 2} \end{pmatrix}. \tag{3.24}$$

Используя закон преобразований (3.22) для новых компонент через старые (в собственной системе отношений), следует найти комплексные компоненты матрицы $K_{\dot r s}$ и $K^{s\dot r}$.

8. Решая получающиеся уравнения, находим решения, которые можно представить в 4-компонентном виде через матрицы Дирака:

$$u_\mu \begin{pmatrix} 0 & \sigma^\mu_{(+)} \\ \sigma^\mu_{(-)} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{pmatrix} = 0 \to \quad (\gamma^\mu u_\mu + 1)\,\Psi = 0. \tag{3.25}$$

Заметим, что использование второй возможной связи двух элементов, образующих античастицу, приводит к тому же уравнению но со знаком минус перед вторым слагаемым.

9. В полученное выражение можно ввести массу покоя m_0 элементарной частицы, формально умножая (3.25) на коэффициент $m_0 c$:

$$(\gamma^\mu p_\mu + m_0 c)\,\Psi = 0, \tag{3.26}$$

где введено общепринятое обозначение для импульса $p_\mu \equiv m_0 c u_\mu$. Здесь c имеет смысл скорости света. В итоге формально получаем алгебраический аналог уравнения Дирака в импульсном пространстве.

5. Умножив (3.25) слева на матрицу $\gamma^\mu u_\mu - 1$, получаем

$$(\eta^{\mu\nu} u_\mu u_\nu - 1)\,\Psi = 0 \to \left(\begin{bmatrix} i^* k^* \\ i\ k \end{bmatrix} - 1 \right) \Psi = 0, \tag{3.27}$$

что с точностью до постоянного коэффициента соответствует *уравнению Клейна–Фока* в импульсном пространстве, или, что эквивалентно, известному релятивистскому соотношению между компонентами 4-скорости (4-импульса) частицы.

4. Заключение

В заключение подчеркнем, что изложенный здесь материал открывает путь к решению проблемы вывода понятий классического пространства-времени из более элементарных понятий, самым непосредственным образом соответствующим свойствам физики микромира. Первые результаты, полученные на этом направлении исследований, достаточно убедительно свидетельствуют о том, что нет необходимости продолжать рассматривать классическое пространство-время как априорную самостоятельную сущность, – оно выводимо из закономерностей, описываемых бинарными системами комплексных отношений минимальных рангов (3,3), (4,4) и (2,2). Последние будут изложеныв следующей нашей публикации.

I. Уже на данном этапе развития данной теории предлагаются **ответы на ряд принципиально важных вопросов о свойствах физического мироздания**.

1. Прежде всего, показано, что истоком расслоенности классического пространства на базу (координатное пространство- время) и слой (пространство скоростей) является бинарный характер систем отношений в физике микромира.

2. Размерность четыре и сигнатура $(+ - - -)$ пространственно- временного многообразия диктуются фундаментальным характером бинарной системы комплексных отношений минимального невырожденного ранга (3,3) в двух составляющих исходной БСКО. Фактически это можно считать решением той фундаментальной проблемы, которую ставил Э. Мах и над которой размышляли А. Эддингтон, А. Эйнштейн и ряд других мыслителей.

3. В рамках БСКО ранга (3,3) содержатся основания унарной геометрии Лобачевского, которой описывается пространство скоростей.

4. Той же БСКО ранга (3,3) обосновывается квадратичный характер мероопределения. Обобщения этой БСКО на системы отношений более высокого ранга приводят к унарным финслеровым геометриям с кубичным и более высокой степени мероопределением. Таким образом, как по рангу БСКО, так и по возможным размерностям и степеням мероопределения, в классической физике реализуется простейший вариант.

5. Теория БСКО того же минимального невырожденного ранга (3,3) позволяет ответить на вопрос, почему элементарные частицы описываются спинорами, а не более привычными, с точки зрения классических представлений, скалярами или векторами.

6. Полученные результаты в рамках бинарных систем комплексных отношений достаточно убедительно демонстрируют тот факт, что исходные закономерности мироздания адекватно описываются именно комплексными числами, а не вещественными, через которые излагаются классическая геометрия и физика.

7. Как будет показано в последующих наших публикациях, геометрия классического пространства-времени самым непосредственным образом обусловлена электромагнитными взаимодействиями. Те системы из элементарных частиц, где доминирующими являются слабые или сильные взаимодействия, характеризуются геометриями (или их прообразами) с существенно иными свойствами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Владимиров Ю.С. Квантовая теория гравитации. // Сб. "Эйнштейновский сборник. 1972". - М.: Наука, 1974, с. 280-340.
2. Мандельштам Л.И. Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике. - М.: Наука, 1972.
3. Chew G.F. The dubious role of the space-time continuum in microscopic physics // Science Progress. 1963. Vol. LI, No. 204, p. 529-539.
4. Zimmerman E.J. The macroscopic nature of space-time // Amer. J. Phys., 1962, vol. 30, p. 97-105.
5. Рашевский П.К. Риманова геометрия и тензорный анализ. - М.: Наука, 1967.
6. Пенроуз Р. Структура пространства-времени. - М.: Мир, 1972.
7. Грин Б. Элегантная Вселенная. Суперструны, скрытые размерности и поиски окончательной теории. - М.: Едиториал УРСС, 2004.
8. Владимиров Ю.С. Метафизика. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2009.
9. Уилер Дж. Гравитация, нейтрино и Вселенная. - М.: Изд-во иностр. литературы, 1962.
10. Владимиров Ю.С. Природа пространства-времени. Антология идей. - М.: ЛЕНАНД, 2015.

11. Fokker A.D. Ein invarianter Variationssatz fur die Bewegung mehrerer elektricher Massenteilchen. - Z. Phys. 1929, Bd.58, S. 386-393.

12. Френкель Я.И. Природа электрического тока (Беседы-диспут в Ленинградском политехническом институте). - М.- Л.: Изд-во Всесоюзного электротехнического общества, 1930.

13. Wheeler J.A., Feynman R.P. Interaction with the absorber as the mechanism of rediation. // Rev. Mod. Phys., 1945, vol. 17, p. 157-181.

14. Hoyle F., Narlikar J.V. Action at a distance in physics and cosmology - San Francisco: W.N. Freeman and Comp., 1974.

15. Мах Э. Познание и заблуждение. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний. 2003.

16. Эйнштейн А.Относительность и проблема пространства. // Собрание научных трудов. Т.2. - М.: Наука, 1966, с. 749.

17. Blumental L.M. Theory and application of distance geometry. - Oxford, 1953.

18. Синг Дж.Л.Общая теория относительности. - М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1963.

19. Вейнберг С.Гравитация и космология. Принципы и приложения общей теории относительности. - М.: Мир, 1975.

20. Кулаков Ю.И. Геометрия пространств постоянной кривизны как частный случай теории физических структур // Доклады АН СССР, 1970, т. 193, № 5, с. 985-987.

21. Кулаков Ю.И. О новом виде симметрии, лежащей в основании физических теорий феноменологического типа // Доклады АН СССР, 1971, т. 201, № 3, с. 570-572.

22. Кулаков Ю.И. Теория физических структур. - М.: 2004.

23. Михайличенко Г.Г. Решение функциональных уравнений в теории физических структур // Доклады АН СССР, 1972, т. 206, № 5, с. 1056-1058.

24. Михайличенко Г.Г. Математический аппарат теории физических структур. - Горно-Алтайск: Изд-во Горно-Алтайского университета, 1997.

25. Лев В.Х. Бинарная физическая структура ранга (3,3) // Вычислительные системы, № 101. - Новосибирск: Изд-во Института математики Сиб. АН СССР, 1984, с. 91-113.

26. Кулаков Ю.И., Владимиров Ю.С., Карнаухов А.В. Введение в теорию физических структур и бинарную геометрофизику. - М.: Изд-во “Архимед”, 1991.

27. Блохинцев Д.И. Пространство и время в микромире. - М.: Наука, 1970.

28. Де Бройль Л. Революция в физике. - М.: Госатомиздат, 1963.

29. Менский М.Б. Квантовые измерения и декогенерация. - М.: Физматлит, 2001.

30. Фейнман Р. Пространственно-временной подход к нерелятивистской квантовой механике. // Сб. "Вопросы причинности в квантовой механике”. - М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1955, с. 167-207.

31. Фейнман Р., Хибс А. Квантовая механика и интегралы по траекториям. - М.: Мир, 1968.

32. Владимиров Ю.С.Реляционная теория пространства-времени и взаимодействий. Часть 1. (Теория систем отношений).- М.: Изд-во Моск. университета, 1996.

33. Владимиров Ю.С. Реляционная теория пространства-времени и взаимодействий. Часть 2. (Теория физических взаимодействий). - М.: Изд-во Моск. университета, 1998.

34. Владимиров Ю.С. Физика дальнодействия. Часть 1. Природа пространства-времени. - М.: Книжный дом “ЛИБРОКОМ”, 2012.

35. Vladimirov Yu.S. Binary Geometrophysics: Space-Time, Gravitation. // Gravitation and Cosmology. Vol. 1, N.3, p. 184-190.

36. Van Dantzig D. On the relation between geometry and physics and concept of space-time. // Funfzig Jahre Relativitatstheory. Konferenz Bern, Basel. 1955, Bd. 1, S. 569.

Поступила в редакцию 01.12.2015

Владимиров Юрий Сергеевич – доктор физ.-мат. наук, профессор; Московский Государственный Университет им. М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра теоретической физики. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2
E-mail: yusvlad@rambler.ru

Yu. S. Vladimirov
Relational foundation of space-time theory and interactions

Keywords: space-time, relational paradigm, binary systems of complex relations, spinor, finsler spinors, particles, geometry.

PACS: 03.65.Ca.; 03.65.Fd.; 03.65.Ta

The formulated a most important problem of the fundamental physics of 21th century – output of classical space-time relations from independent system concepts is inherent in microcosm. The proposed solution to the problem on basis of the relational approach to the nature of space-time, which pointed by G. Leibniz, E. Mach, Ya.I. Frenkel, R. Feynman and several other authors. It is shown that it can be done on basis of mathematical apparatus of the binary systems of complex relations. The article presents basic concepts of the theory and its physical interpretation. It is demonstrated that the majority of well-known concepts of geometry and physics is taken out from the theory of binary system of complex relations of minimal ranks.

Received 01.12.2015

Vladimirov Yury Sergeevich, Professor, Department of Physics, Lomonosov State University, Moscow, Russia.
E-mail: yusvlad@rambler.ru