

УДК 517.917

*Ю. Г. Игнатьев,¹ М. Л. Михайлов²***КОСМОЛОГИЧЕСКАЯ ЭВОЛЮЦИЯ СЛАБО ВЫРОЖДЕННОЙ НЕСИММЕТРИЧНОЙ ПЛАЗМЫ С МЕЖЧАСТИЧНЫМ ФАНТОМНЫМ СКАЛЯРНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ³**

На основе развитой ранее одним из Авторов макроскопической теории статистических систем с межчастичным скалярным взаимодействием построены и проанализированы численные модели космологической эволюции многокомпонентной бозе-эйнштейновской плазмы при наличии скалярно заряженных частиц в отсутствии симметрии между частицами и античастицами. Выявлены основные особенности космологических моделей такого класса, в частности показано возможность достаточно быстрых переходов на различные режимы космологического расширения.

Ключевые слова: релятивистская кинетика, фантомные скалярные поля, космологические модели, статистика Больцмана, слабое вырождение, несимметричная модель.

PACS: 34D08, 93C15

Введение

Одним из авторов ранее была сформулирована строгая математическая модель статистической системы скалярно заряженных частиц [1] - [4], основанная на микроскопическом описании и последующей процедуре перехода к кинетической теории. В дальнейшем теория была расширена на случай фантомных скалярных полей, обладающих отрицательной кинетической энергией [5] - [10], а также на случай отрицательных эффективных масс скалярно заряженных частиц [11]. На основе сформулированной математической модели было проведено численное моделирование однокомпонентных вырожденных Ферми - систем и зарядово симметричной бозе-эйнштейновской плазмы, состоящей только из скалярно заряженных частиц и античастиц [12] - [15]. Эти исследования выявили уникальные особенности космологических моделей, основанных на статистических системах скалярно заряженных частиц с фантомным скалярным взаимодействием. В [16] была исследована упрощенная космологическая модель, основанная на зарядово несимметричной бозе-эйнштейновской плазме скалярно заряженных частиц. В этой статье мы исследуем космологическую модель, основанную на многокомпонентной зарядово несимметричной скалярно заряженной бозе-эйнштейновской плазме с учетом безмассовых частиц, участвующих в соответствующих реакциях аннигиляции.

Нижеприведенные результаты численного моделирования подтверждают сформулированные в [15] основные закономерности динамики космологической эволюции статистической системы с межчастичным фантомным скалярным взаимодействием:

1. «В процессе космологической эволюции в таких системах обязательно возникают всплески ускорения Ω , которые можно охарактеризовать тремя параметрами: моментом времени максимума всплеска t_m , полушириной всплеска Δt и высотой h всплеска в максимуме.
2. Статистические системы фермионов с фантомным скалярным взаимодействием обнаруживают тенденцию к образованию устойчивых режимов с постоянным ускорением (этапов космологической эволюции) $\Omega = -1$ ($\kappa = 1/3$, ультрарелятивистское состояние), $\Omega = -1/2$ ($\kappa = 0$, нерелятивистское состояние) и $\Omega = 1$ ($\kappa = -1$, инфляционное, вакуумное состояние).
3. Динамические особенности статистических систем с фантомным скалярным взаимодействием слабо зависят от типа статистики систем частиц [14].
4. Четко выявляются 4 различных типа принципиально различных космологических сценариев для статистических систем частиц с фантомным скалярным взаимодействием в зависимости от параметров системы (фундаментальных констант и начальных условий):

¹E-mail: ignatev_yu@rambler.ru

²E-mail: meschgan@mail.ru

³This work was founded by the subsidy allocated to Kazan Federal University for the state assignment in the sphere of scientific activities.

- 1-й тип. Ультрарелятивистский старт → всплеск ускорения → инфляционная стадия. Этот сценарий осуществляется для случая минимального взаимодействия ($\sigma = 0 \rightarrow q = 0$) массивного скалярного поля ($m_s \neq 0$). Этому сценарию отвечают следующие характерные параметры: $t_m \sim 10^{-1} \div 10^3$; $\Delta t \sim 2$; $h \sim 10$, то есть, ранний всплеск ускорения и ранний переход на инфляционную стадию.
 - 2-й тип. Ультрарелятивистский старт → всплеск ускорения → нерелятивистская стадия. Этот сценарий осуществляется для случая неминимального взаимодействия ($\sigma \neq 0 \rightarrow q \neq 0$) и безмассового скалярного поля ($m_s = 0$). Для этого сценария характерны следующие параметры: $t_m \sim 10^6 \div 10^9$; $\Delta t \sim 10^6$; $h \sim 10$, то есть, достаточно длительный промежуточный этап сверхускорения с окончательным переходом на нерелятивистскую стадию.
 - 3-й тип. Ультрарелятивистский старт → плавный переход на нерелятивистскую стадию → небольшой всплеск ускорения → инфляционная стадия. Этот сценарий осуществляется для случая неминимального взаимодействия ($\sigma \neq 0 \rightarrow q \neq 0$) и массивного скалярного поля ($m_s \neq 0$). Для этого сценария характерны следующие параметры: $t_1 \sim 10^2$ (время смены ультрарелятивистской стадии на нерелятивистскую стадию); $\Delta \tau = 10^3 \div 10^8$ (длительность нерелятивистской стадии), $t_m \sim 10^2 \div 10^9 \div 10^9$, $h \sim 2 \div 3$, $\Delta t \sim 10^6 \div 10^8$.
 - 4-й тип. Ультрарелятивистский старт → небольшой всплеск ускорения → нерелятивистская стадия → переход на инфляционную стадию. Этот сценарий также осуществляется для случая неминимального взаимодействия ($\sigma \neq 0 \rightarrow q \neq 0$) и массивного скалярного поля ($m_s \neq 0$). Для этого сценария характерны следующие параметры: $t_m \sim 10^2 \div 10^6 \div 10^9$, $t_1 \sim 10^2 \div 10^6$ (начало нерелятивистской стадии); $\Delta \tau \sim 10^7$ (длительность нерелятивистской стадии), $h \sim 0.5$.
5. Самые большие и вместе с тем поздние всплески космологического ускорения (порядка $\Omega \sim 10^2$ и даже большие)⁴ во времена $t_m \sim 10^5 \div 10^9$ присущи космологическому сценарию 1-го типа».

В связи с этим мы будем рассматривать различные типы моделей в рамках схемы, предложенной в [14], отсылая читателя к оригинальной статье. С другой стороны, в нашей статье будут исследованы особенности космологической эволюции термодинамических параметров, в силу специфики исследований не изученные в [14]. Кроме того, будут выявлены условия возникновения гигантских всплесков ускорения $\Omega \sim 10^8 \div 10^9$, не исследованные в цитированной работе.

1. Математическая модель бoльцмановской плазмы. Уравнения переноса и законы сохранения в случае локального термодинамического равновесия

Строгими математическими следствиями кинетической теории являются уравнения переноса, в том числе закон сохранения некоторого векторного тока, соответствующего микроскопическому закону сохранения в реакциях некоторого фундаментального заряда $\hat{a}$ (если таковой закон сохранения имеется) -

$$\nabla_i \sum_a e_a n_a^i = 0, \quad (1.1)$$

а также законы сохранения энергии - импульса статистической системы:

$$\nabla_i T_{pl}^{ik} \equiv \nabla_i \sum_a T_a^{ik} = \sigma \nabla^k \Phi, \quad (1.2)$$

где n_a^i - числовой вектор, а T_a^{ik} - тензор энергии импульса a -го сорта частиц, σ - плотность скалярного заряда (см., например, в [11]):

$$n^i(x) = \frac{2S+1}{(2\pi)^3} \int_{P(x)} f(x, P) P^i \sqrt{-g} \frac{d^3 P}{P_4^+}; \quad (1.3)$$

$$T_p^{ik}(x) = \frac{2S+1}{(2\pi)^3} \int_{P(x)} f(x, P) P^i P^k \sqrt{-g} \frac{d^3 P}{P_4^+}; \quad (1.4)$$

⁴В работе [13] приводятся примеры всплесков космологического ускорения до $\Omega \sim 10^8 \div 10^{10}$.

$$\sigma = \frac{1}{2} \sum_a \frac{2S+1}{(2\pi)^3} \frac{dm_*^2}{d\Phi} \int_{P(x)} f(x, P) \sqrt{-g} \frac{d^3 P}{P_4^+}. \quad (1.5)$$

В условиях локального термодинамического равновесия (ЛТР) функция распределения $f_a(x, p)$ имеет вид:

$$f_a^0 = \frac{1}{e^{(-\mu_a + (u, p))/\theta} \pm 1}, \quad (1.6)$$

где μ_a - химический потенциал, θ - локальная температура, и статистическая система является изотропной, а ее макроскопические моменты принимают вид соответствующих моментов идеальной жидкости:

$$n_a^i = n_a u^i, \quad (1.7)$$

$$T_a^{ik} = (\mathcal{E}_a + \mathcal{P}_a) u^i u^k - \mathcal{P}_a g^{ik}, \quad (1.8)$$

где u^i - единичный времениподобный вектор динамической скорости статистической системы

$$(u, u) = 1. \quad (1.9)$$

В условиях ЛТР законы сохранения (1.1)-(1.2) сводятся к следующим уравнениям [14]:

$$(\mathcal{E}_{pl} + \mathcal{P}_{pl}) u_{,k}^i u^k = (g^{ik} - u^i u^k) (\mathcal{P}_{pl,k} + \sigma \Phi_{,k}); \quad (1.10)$$

$$\nabla_i (\mathcal{E}_{pl} + \mathcal{P}_{pl}) u^k = (\mathcal{P}_{pl,k} + \sigma \Phi_{,k}) u^k; \quad (1.11)$$

$$\nabla_k n_e u^k = 0, \quad n_e \equiv \sum_a e_a n_a. \quad (1.12)$$

Таким образом, формально на 3 макроскопические скалярные функции $\mathcal{E}, \mathcal{P}, n_e$ и 3 независимые компоненты вектора скорости u^i макроскопические законы сохранения дают 5 независимых уравнений (1.10)-(1.12). Однако, не все указанные макроскопические скаляры функционально независимы, поскольку все они определяются локально равновесными функциями распределения (1.6). При разрешенной серии условий химического равновесия, когда независимым остается лишь один химический потенциал, разрешенном уравнении массовой поверхности и заданных скалярном потенциале и масштабном факторе четыре макроскопические скаляры, $\mathcal{E}, \mathcal{P}, n_e, \sigma$, определяются двумя скалярами - некоторым химическим потенциалом μ , и локальной температурой θ [3]:

$$n_a = \frac{2S+1}{2\pi^2} m_*^3 \int_0^\infty \frac{sh^2 x ch x dx}{e^{-\gamma_a + \lambda_* ch x} \pm 1}; \quad (1.13)$$

$$\mathcal{E}_{pl} = \sum_a \frac{2S+1}{2\pi^2} m_*^4 \int_0^\infty \frac{sh^2 x ch^2 x dx}{e^{-\gamma_a + \lambda_* x} \pm 1}; \quad (1.14)$$

$$\mathcal{P}_{pl} = \sum_a \frac{2S+1}{6\pi^2} m_*^4 \int_0^\infty \frac{sh^4 x dx}{e^{-\gamma_a + \lambda_* x} \pm 1}; \quad (1.15)$$

$$\sigma = \sum_a \frac{2S+1}{2\pi^2} q(m + q_a \Phi)^3 \int_0^\infty \frac{x^2 dx}{e^{-\gamma_a + \lambda_* x} \pm 1}, \quad (1.16)$$

где

$$\lambda_* = \frac{m_*}{\theta}; \quad \gamma_a = \frac{\mu_a}{\theta}.$$

Таким образом, система уравнений (1.10)-(1.12) оказывается полностью определенной.

2. Больцмановская плазма

Рассмотрим релятивистскую плазму, состоящую из скалярно заряженных частиц и их античастиц, а также фотонов и безмассовых нейтрино. Будем полагать, что химические потенциалы частиц и античастиц малы

$$\gamma_a(t) \equiv \frac{\mu_a}{\theta} \rightarrow 0,$$

то есть, с хорошей точностью функции распределения частиц и античастиц (1.6) можно заменить на бoльцмановские функции распределения:

$$f_a^0 = e^{\frac{\mu_a - \sqrt{m_a^2 + p^2}}{\theta}}.$$

Равновесные плотности числа безмассовых частиц, фотонов и нейтрино, определяются следующим образом (см., например, [17]):

$$n_f = \frac{2\zeta(3)}{\pi^2} \theta^3 g_n, \quad (2.1)$$

где $g_n = 1$ для бозонов и $g_n = 3/4$ для нейтрино. Равновесные давление и плотность безмассовых частиц равны:

$$\mathcal{E}_0 = N \frac{\pi^2 \theta^4}{15}; \quad \mathcal{P}_0 = N \frac{\pi^2 \theta^4}{45}; \quad N = \frac{1}{2} \left[\sum_B (2S+1) + \frac{7}{8} \sum_F (2S+1) \right]. \quad (2.2)$$

Таким образом, получим из (1.13)-(1.16) с учетом рекуррентных соотношений между функциями Бесселя [18]:

$$n_{\pm} = \frac{1}{\pi^2} m_{\pm}^3 \frac{K_2(\lambda_{\pm})}{\lambda_{\pm}} e^{\gamma_{\pm}}; \quad (2.3)$$

$$\mathcal{E}_{pl} = \frac{m_+^4 e^{\gamma}}{\pi^2} \left(\frac{K_3(\lambda_+)}{\lambda_+} - \frac{K_2(\lambda_+)}{\lambda_+^2} \right) + \frac{m_-^4 e^{-\gamma}}{\pi^2} \left(\frac{K_3(\lambda_-)}{\lambda_-} - \frac{K_2(\lambda_-)}{\lambda_-^2} \right); \quad (2.4)$$

$$\mathcal{P}_{pl} = \frac{m_+^4 e^{\gamma}}{\pi^2} \frac{K_2(\lambda_+)}{\lambda_+^2} + \frac{m_-^4 e^{-\gamma}}{\pi^2} \frac{K_2(\lambda_-)}{\lambda_-^2}; \quad (2.5)$$

$$\sigma = \frac{q\theta}{\pi^2} \left((m + q\Phi) |m + q\Phi| K_1(\lambda_+) e^{\gamma} - (m - q\Phi) |m - q\Phi| K_1(\lambda_-) e^{-\gamma} \right), \quad (2.6)$$

где

$$K_{\mu}(z) = \frac{\sqrt{\pi} z^{\mu}}{2^{\mu} \Gamma(\mu + 1/2)} \int_0^{\infty} e^{-z \cosh x} \sinh^{2\mu} x dx \quad (Re(z) > 0, Re(\mu) > -1/2)$$

- функции Макдональда, $\lambda_{\pm} = m_{\pm}/\theta$, $m_{\pm} = |m \pm q\Phi|$ - эффективная масса частиц, m - голая масса частиц, q - заряд частицы, Φ - потенциал скалярного поля, $\gamma = \gamma_{\pm} \equiv \mu_{\pm}/\theta$ - приведенный химический потенциал, знак «+» соответствует частицам, «-» - античастицам, соответственно.

В данной работе рассмотрим три возможных случая безмассовых частиц: 1. фотоны, γ ; 2. фотоны и один тип нейтрино (нейтрино + антинейтрино $\nu, \bar{\nu}$); 3. фотоны и два типа нейтрино (электронные + мюонные + антинейтрино).

Плотность энергии и давление для фантомного скалярного поля равны, соответственно:

$$\mathcal{E}_s = \frac{1}{8\pi} (-\dot{\Phi}^2 + m_s^2 \Phi^2); \quad (2.7)$$

$$\mathcal{P}_s = -\frac{1}{8\pi} \left(\frac{1}{3} \dot{\Phi}^2 + m_s^2 \Phi^2 \right). \quad (2.8)$$

3. Самосогласованные уравнения для пространственно-плоской модели Фридмана

Выпишем самосогласованные уравнения пространственно-плоской космологической модели, в которой суммарная плотность энергии состоит из плотности энергии поля, плазмы и безмассовых частиц:

уравнение Эйнштейна:

$$3 \frac{\dot{a}^2}{a^2} = 8\pi (\mathcal{E}_s + \mathcal{E}_{pl} + \mathcal{E}_{\gamma\nu}); \quad (3.1)$$

уравнение массивного фантомного скалярного поля с источником:

$$\ddot{\Phi} + 3 \frac{\dot{a}}{a} \dot{\Phi} - m_s^2 \Phi = 4\pi\sigma; \quad (3.2)$$

закон сохранения энергии-импульса плазмы:

$$\dot{\mathcal{E}}_{pl} + \dot{\mathcal{E}}_{\gamma v} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\mathcal{E}_{pl} + \mathcal{E}_{\gamma v} + \mathcal{P}_{pl} + \mathcal{P}_{\gamma v}) = \sigma\dot{\Phi}; \quad (3.3)$$

закон сохранения числа скалярно заряженных частиц:

$$a^3 \Delta n = \text{Const} \Rightarrow m_+^3 \frac{K_2(\lambda_+)}{\lambda_+} e^\gamma - m_-^3 \frac{K_2(\lambda_-)}{\lambda_-} e^{-\gamma} = \frac{\text{Const}}{a^3}. \quad (3.4)$$

Таким образом, мы получили замкнутую систему обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка (3.1)-(3.3), относительно неизвестных функций: $a(t)$, $\Phi(t)$, $\dot{\Phi}(t)$, $\theta(t)$, $\gamma(t)$, для которой значение химического потенциала можно определить из (3.4). Разрешая (3.4) относительно e^γ , найдем:

$$e^\gamma = \frac{1}{2\theta(m + q\Phi)^2 K_2(\lambda_+)} \left[\delta + \sqrt{\delta^2 + 4(m^2 - q^2\Phi^2)\theta^2 K_2(\lambda_+) K_2(\lambda_-)} \right];$$

$$e^{-\gamma} = \frac{1}{2\theta(m - q\Phi)^2 K_2(\lambda_-)} \left[-\delta + \sqrt{\delta^2 + 4(m^2 - q^2\Phi^2)\theta^2 K_2(\lambda_+) K_2(\lambda_-)} \right], \quad (3.5)$$

где $\delta \equiv \frac{\text{Const}}{a^3}$.

4. Численное моделирование

4.1. Начальные условия

Для постановки задачи Коши для системы (3.1)-(3.3) необходимо задать начальные значения величин $a(t_0)$, $\Phi(t_0)$, $\dot{\Phi}(t_0)$, $\theta(t_0)$. Пользуясь инвариантностью системы дифференциальных уравнений (3.1)-(3.4) относительно преобразования масштабного фактора $a(t) \rightarrow \text{const} \cdot a(t)$, будем полагать в дальнейшем:

$$t_0 = 0, \quad a(0) = 1, \quad \dot{\Phi}(0) = 0. \quad (4.1)$$

В [15] подробно описана методика приведения окончательных результатов к космологической шкале времени, в которой $a(0) = 0$. Для определения двух оставшихся величин $\Phi(t_0)$ и $\theta(t_0)$ зададим два безразмерные параметра:

$$\eta_{pl} = \frac{\mathcal{P}_{pl} + \mathcal{P}_{\gamma v}}{\mathcal{E}_{pl} + \mathcal{E}_{\gamma v}}, \quad \eta_s = \frac{\mathcal{E}_s}{\mathcal{E}_{pl} + \mathcal{E}_{\gamma v}}. \quad (4.2)$$

Мы будем рассматривать космологические модели с ультрарелятивистским стартом. В этом случае из (4.2) в ультрарелятивистском пределе $\eta_{pl} \rightarrow 1/3$, $\lambda \ll 1$ найдем связь

$$\Phi^2 = \frac{8(180 + \pi^4)\theta^4 \eta_s}{15\pi m_s^2}. \quad (4.3)$$

Задав начальное значение температуры с учетом условий $\lambda \ll 1$ и решая это уравнение относительно Φ , получим начальное значение потенциала поля в ультрарелятивистском пределе.

В ходе космологической эволюции температура плазмы до момента времени, когда аннигиляция частиц прекратится и безмассовые компоненты станут свободными. В этом случае их температура будет меняться по известному закону $\theta \sim 1/a(t)$. Это означает, что в момент времени $\lambda_+ \geq 1$ необходимо изменить систему уравнений на другую, отличающуюся определением температуры безмассовых частиц. В результате выражения плотности энергии и давления для фотонов и нейтрино примут вид:

$$1. \quad \mathcal{E}_\gamma = \frac{\pi^2 \beta}{15a^4}, \quad \mathcal{P}_\gamma = \frac{\pi^2 \beta}{45a^4};$$

$$2. \quad \mathcal{E}_{\gamma v} = \frac{11\pi^2 \beta}{60a^4}, \quad \mathcal{P}_{\gamma v} = \frac{11\pi^2 \beta}{180a^4};$$

$$3. \mathcal{E}_{\gamma\nu} = \frac{3\pi^2\beta}{10a^4}, \quad \mathcal{P}_{\gamma\nu} = \frac{\pi^2\beta}{10a^4},$$

где $\beta = \theta(t_1)a(t_1)$, а t_1 определяется соотношением $\lambda(t_1) = 1$. Ниже мы в целях экономии места представим лишь небольшую часть результатов численного моделирования космологической эволюции скалярно заряженной бoльцмановской плазмы. Более полно результаты исследования будут представлены в специальном обзоре в журнале «Пространство, время и фундаментальные взаимодействия».

4.2. Случай безмассового фантомного скалярного поля с источником

Рассмотрим сначала безмассовое фантомное скалярное поле с источником ($q \neq 0$), полагая:

$$m = 0 \Rightarrow m_a = |q\Phi|, \quad \gamma_a \equiv 0, \quad \text{const} = 0; \quad m_s = 0.$$

В этом случае система дифференциальных уравнений (3.1)-(3.3) примет вид:

$$\begin{aligned} \ddot{\Phi} + 3\frac{\dot{a}}{a}\dot{\Phi} - 4\pi\sigma &= 0; \\ 3\frac{\dot{a}^2}{a^2} &= 8\pi(\mathcal{E}_s + \mathcal{E}_{pl} + \mathcal{E}_{\gamma\nu}); \\ \dot{\mathcal{E}}_{pl} + \dot{\mathcal{E}}_{\gamma\nu} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\mathcal{E}_{pl} + \mathcal{E}_{\gamma\nu} + \mathcal{P}_{pl} + \mathcal{P}_{\gamma\nu}) &= \sigma\dot{\Phi}. \end{aligned}$$

Тогда плотность энергия скалярного поля должна быть строго отрицательной $\mathcal{E}_s = -\dot{\Phi}^2/8\pi$. Будем решать задачу Коши со следующими начальными условиями:

$$a(0) = 1; \quad q\Phi(0) = 0.0001; \quad \dot{\Phi}(0) = 0; \quad \theta(0) = 0.01; \quad \lambda_+(0) = \lambda_-(0) = 0.01; \quad \eta_s(0) = 0; \quad \eta_{pl}(0) = 1/3.$$

На приведенных графиках представлены результаты численного моделирования космологической эволюции для этих начальных условий (Рис. 1-6): жирная черная линия - $q = 0.001$, тонкая черная линия - $q = 0.1$, средне пунктирная линия - $q = 1$, мелко пунктирная линия - $q = 10$.

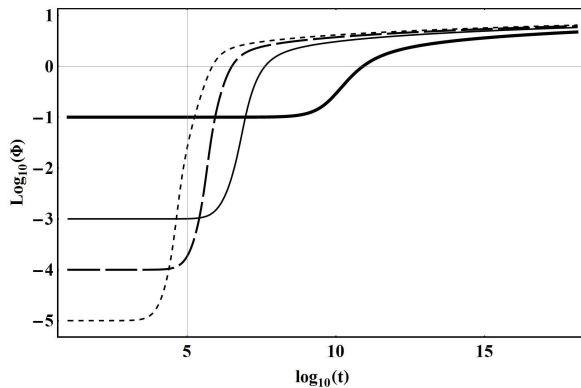


Рис. 1. Эволюция потенциала скалярного поля. По оси абсцисс отложены значения десятичного логарифма космологического времени, по оси ординат - значения десятичного логарифма Φ .

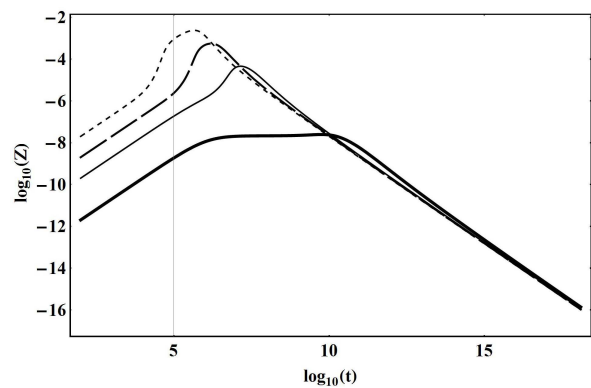


Рис. 2. Эволюция производной потенциала скалярного поля. По оси абсцисс отложены значения десятичного логарифма космологического времени, по оси ординат - значения десятичного логарифма $Z = \dot{\Phi}$.

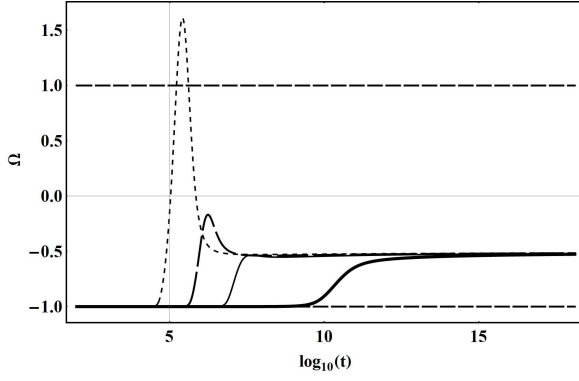


Рис. 3. Эволюция космологического ускорения $\Omega = a\ddot{a}/\dot{a}^2$.

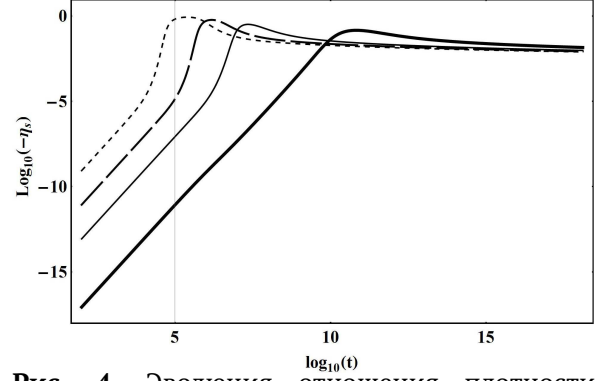


Рис. 4. Эволюция отношения плотности энергии поля к плотности энергии плазмы. По оси ординат отложены значения десятичного логарифма $-\eta_s$.

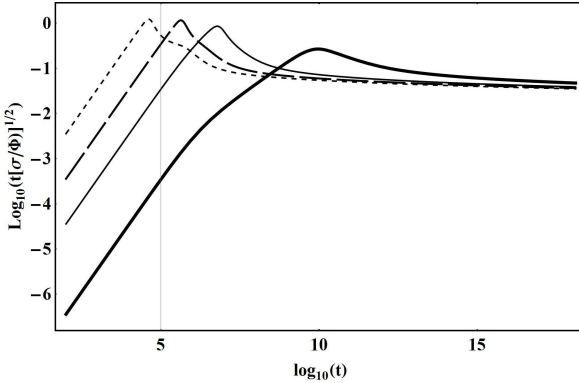


Рис. 5. Эволюция плотности скалярного заряда. По оси ординат отложены значения десятичного логарифма $t\sqrt{\sigma/\Phi}$.

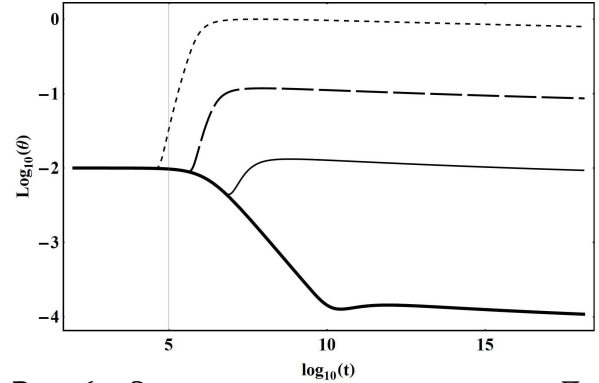


Рис. 6. Эволюция температуры плазмы. По оси ординат отложены значения десятичного логарифма температуры в планковской системе единиц.

4.3. Случай массивного фантомного скалярного поля с источником ($m \neq 0$)

Рассмотрим фантомное скалярное поле с притяжением одноименно заряженных частиц с источником в случае избытка скалярно заряженных частиц: $a^3\Delta n = 0.001$, $\gamma_a \ll 1$. В этом случае система дифференциальных уравнений (3.1)-(3.3) примет вид:

$$\begin{aligned}\ddot{\Phi} + 3\frac{\dot{a}}{a}\dot{\Phi} - m_s^2\Phi - 4\pi\sigma &= 0; \\ 3\frac{\dot{a}^2}{a^2} &= 8\pi(\mathcal{E}_s + \mathcal{E}_{pl} + \mathcal{E}_{\gamma v}); \\ \dot{\mathcal{E}}_{pl} + \dot{\mathcal{E}}_{\gamma v} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\mathcal{E}_{pl} + \mathcal{E}_{\gamma v} + \mathcal{P}_{pl} + \mathcal{P}_{\gamma v}) &= \sigma\dot{\Phi}.\end{aligned}$$

При прочих равных начальных условиях $m_{eff}(0) = 0.0003$. На приведенных графиках (Рис. 7-14) представлены некоторые результаты численного моделирования космологической эволюции системы со следующими параметрами: $m_s = 10^{-6}$, $m = 0.0001$, $\theta(0) = 10$, $\lambda_+(0) = 0.00003$, $\eta_{pl} = 1/3$. Жирная черная линия - $q = 0.001$, тонкая черная линия - $q = 0.1$, средне пунктирная линия - $q = 1$, мелко пунктирная линия - $q = 10$.

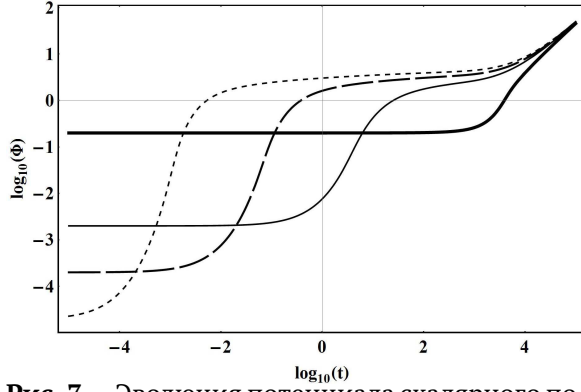


Рис. 7. Эволюция потенциала скалярного поля. По оси абсцисс отложены значения десятичного логарифма космологического времени, по оси ординат - значения десятичного логарифма Φ . Стадия линейного роста потенциала соответствует выходу на режим инфляции.

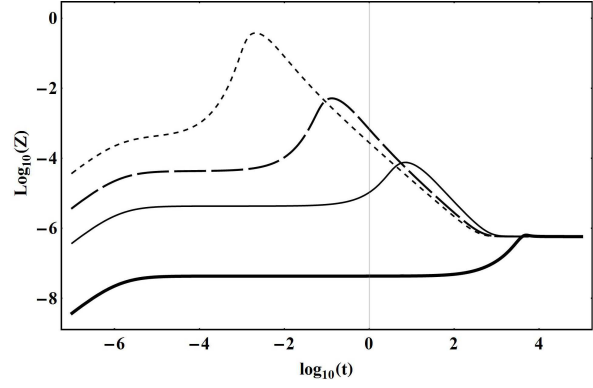


Рис. 8. Эволюция производной потенциала скалярного поля. По оси абсцисс отложены значения десятичного логарифма космологического времени, по оси ординат - значения десятичного логарифма $Z = \Phi$.

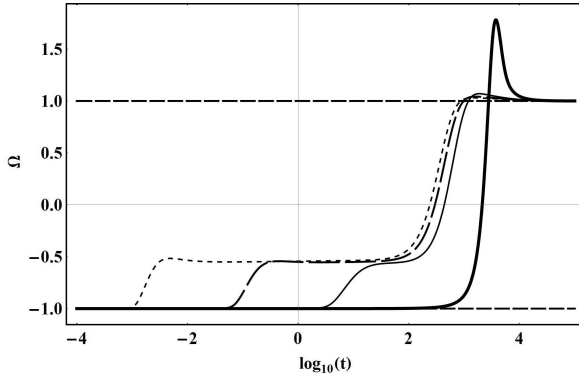


Рис. 9. Эволюция космологического ускорения $\Omega = a\ddot{a}/\dot{a}^2$.

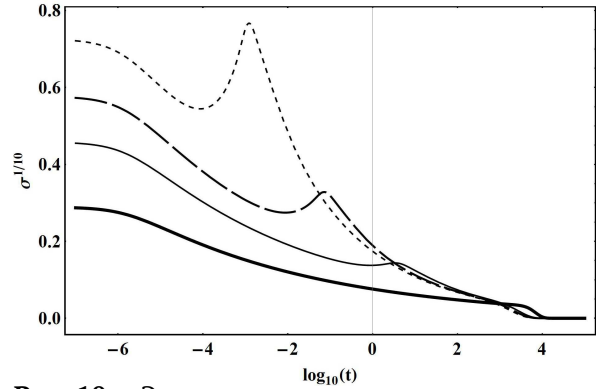


Рис. 10. Эволюция плотности скалярного заряда. По оси ординат отложены значения $\sigma^{1/10}$.

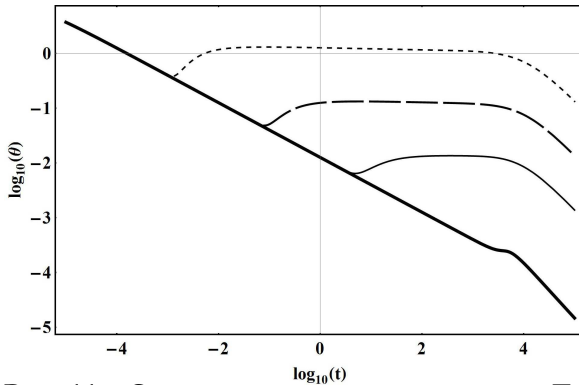


Рис. 11. Эволюция температуры плазмы. По оси ординат отложены значения десятичного логарифма температуры в планковской системе единиц.

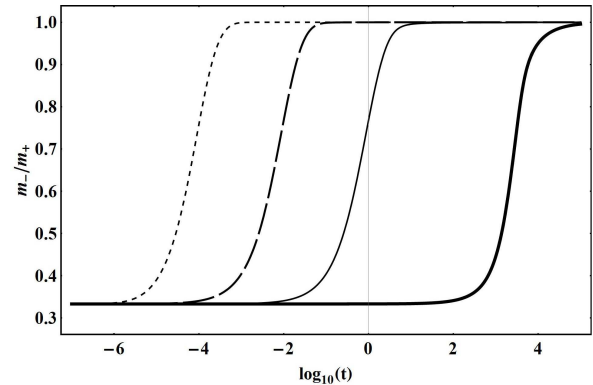


Рис. 12. Эволюция отношения эффективных масс античастиц и частиц $|m - q\Phi|/|m + q\Phi|$.

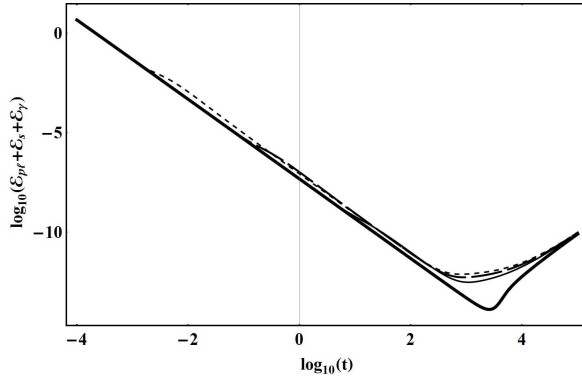


Рис. 13. Эволюция суммарной плотности энергии космологической системы. По оси ординат отложены значения десятичного логарифма плотности энергии $\mathcal{E}_{pl} + \mathcal{E}_{\gamma} + \mathcal{E}_s$ в планковской системе единиц.

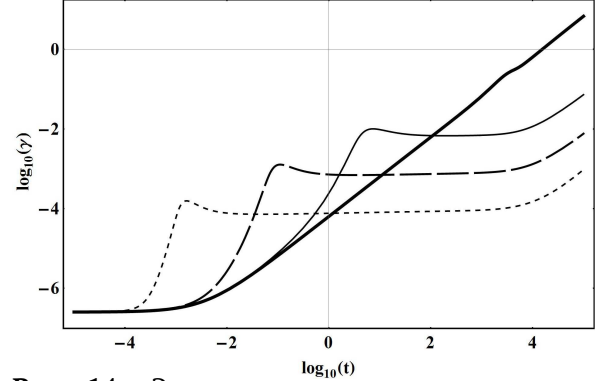


Рис. 14. Эволюция приведенного химического потенциала $\gamma = \mu_+/\theta$. Режим постоянства приведенного химического потенциала всюду сменяется режимом роста его значения, то есть, увеличением степени вырождения плазмы.

4.4. Случай с выходом на инфляционную стадию с предшествующим сверхускорением

Приведем графики космологической эволюции параметров плазмы с межчастичным фантомным взаимодействием в зависимости от величины начального значения потенциала скалярного поля, полученные в результате численного интегрирования системы уравнений со следующими параметрами: $m_s = 10^{-3}$, $m = 0$, $\theta = 0.001$, $q = 1$, $\eta_{pl}(0) = 1/3$. Жирная черная линия - $\Phi = 10^{-5}$, $\lambda(0) = 10^{-1}$, тонкая черная линия - $\Phi = 10^{-8}$, $\lambda(0) = 10^{-4}$, средне пунктирная линия - $\Phi = 10^{-10}$, $\lambda(0) = 10^{-6}$, мелко пунктирная линия - $\Phi = 10^{-15}$, $\lambda(0) = 10^{-11}$.

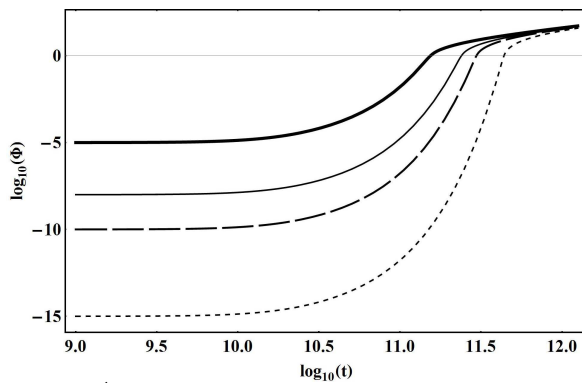


Рис. 15. Эволюция потенциала скалярного поля. По оси абсцисс отложены значения десятичного логарифма космологического времени, по оси ординат - значения десятичного логарифма Φ .

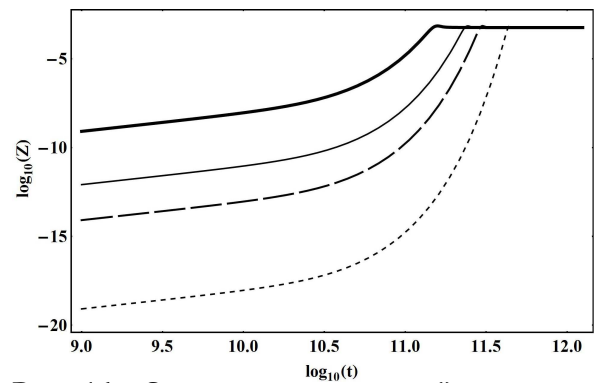


Рис. 16. Эволюция производной потенциала скалярного поля. По оси абсцисс отложены значения десятичного логарифма космологического времени, по оси ординат - значения десятичного логарифма $Z = \dot{\Phi}$.

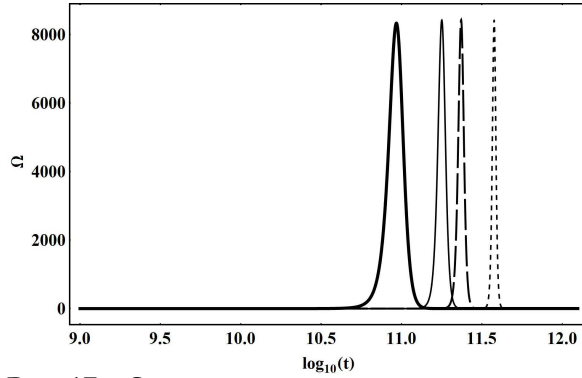


Рис. 17. Эволюция космологического ускорения $\Omega = a\ddot{a}/\dot{a}^2$.

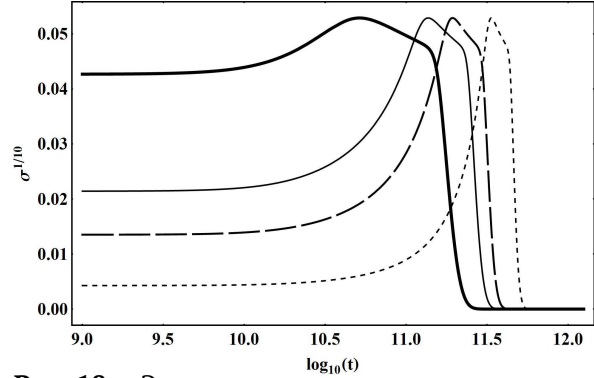


Рис. 18. Эволюция плотности скалярного заряда. По оси ординат отложены значения $\sigma^{1/10}$.

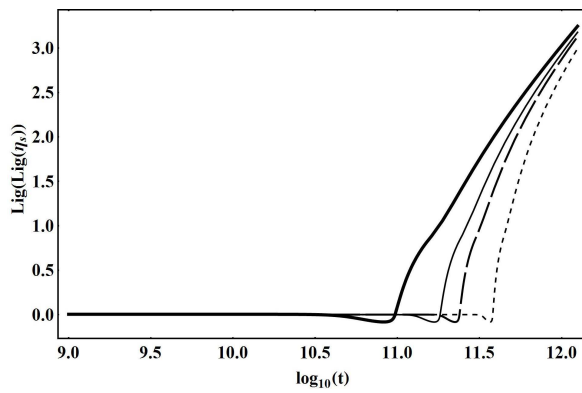


Рис. 19. Эволюция логарифма η_s , где $\eta_s = \mathcal{E}_s/\mathcal{E}_{pl}$. По оси ординат отложены значения $\text{Lig}(\text{Lig}(\eta_s))$.

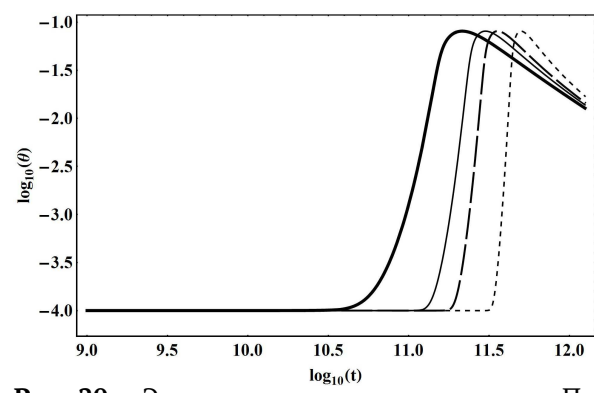


Рис. 20. Эволюция температуры плазмы. По оси ординат отложены значения десятичного логарифма температуры в планковской системе единиц.

4.5. Случай эволюции симметричной плазмы с этапом роста температуры

Численное моделирование выявило следующие характерные особенности бoльцмановской системы с межчастичным фантомным скалярным взаимодействием. Во-первых, характерной особенностью системы является то, что температура плазмы разогревается в ходе эволюции системы. И здесь возможны несколько сценариев. 1) Температура убывает до определённого значения, потом начинает возрастать и (для несимметричной плазмы держится в некоторых пределах, пока идет аннигиляция частиц и античастиц), после температура снова начинает убывать. 2) Отличие второго сценария от первого только в том, что нет первой стадии, а дальше по тому же сценарию. 3) В ходе эволюции температура продолжает убывать без каких-либо скачков. При этом характерным является и то, что момент разогрева плазмы совпадает со сверхускорением, то есть $\Omega > 1$, которая достигает порядков $10^3 \div 10^7$. Приведем графики численного моделирования системы со следующими параметрами: $m = 0$, $m_s = 10^{-4}$, $\lambda = 0.00141421$. Жирная черная линия - $q = 0.001$, тонкая черная линия - $q = 0.1$, средне пунктирная линия - $q = 1$, мелко пунктирная линия - $q = 10$.

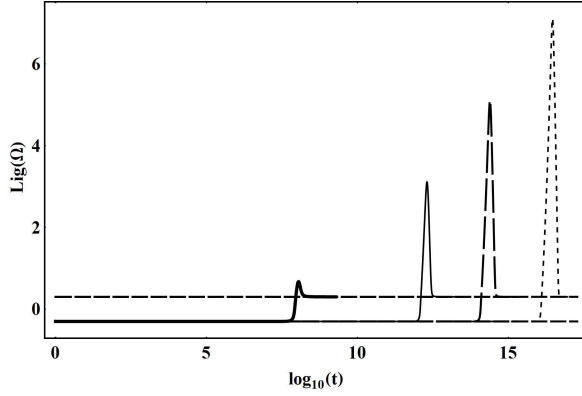


Рис. 21. Эволюция космологического ускорения $\Omega = a\ddot{a}/\dot{a}^2$.

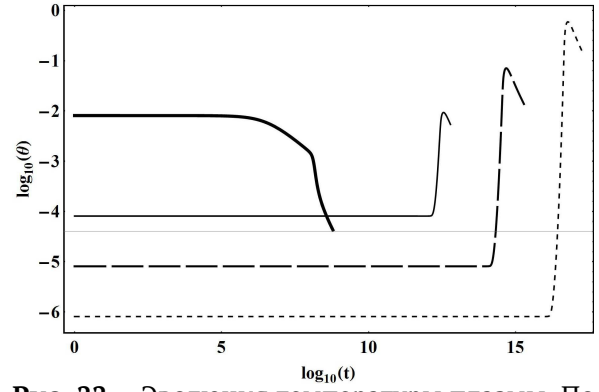


Рис. 22. Эволюция температуры плазмы. По оси ординат отложены значения десятичного логарифма температуры в планковской системе единиц.

4.6. Случай с промежуточной нерелятивистской стадией

Рассмотрим симметричную плазму, $\Delta n_0 = 0$, и зависимость эволюции от начального значения потенциала поля Φ . Численное моделирование выявило характерную особенность, заключающуюся в промежуточном выходе системы на нерелятивистскую стадию и с последующим выходом на инфляционное расширение (Рис. 23-26). Приведем графики численного моделирования системы со следующими параметрами: $m_s = 10^{-8}$, $m = 0$, $\theta = 0.001$, $q = 5$, $\eta_{pl} = 1/3$. Жирная черная линия - $\Phi = 10^{-4}$, тонкая черная линия - $\Phi = 10^{-8}$, средне пунктирная линия - $\Phi = 10^{-12}$, мелко пунктирная линия - $\Phi = 10^{-15}$.

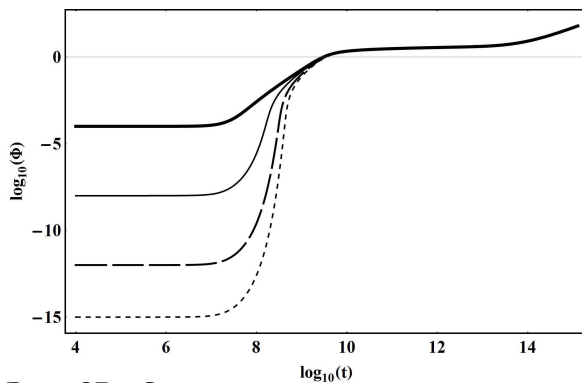


Рис. 23. Эволюция потенциала скалярного поля. По оси абсцисс отложены значения десятичного логарифма космологического времени, по оси ординат - значения десятичного логарифма Φ .

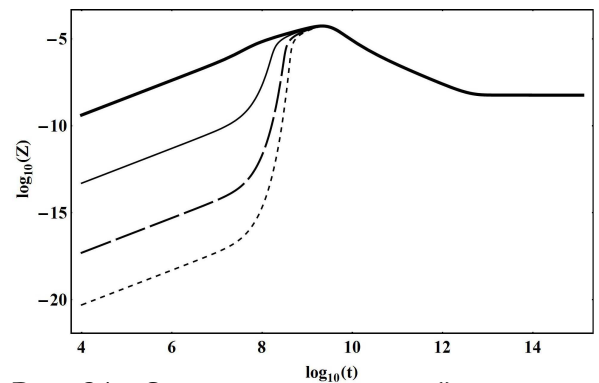


Рис. 24. Эволюция производной потенциала скалярного поля. По оси абсцисс отложены значения десятичного логарифма космологического времени, по оси ординат - значения десятичного логарифма $Z = \dot{\Phi}$.

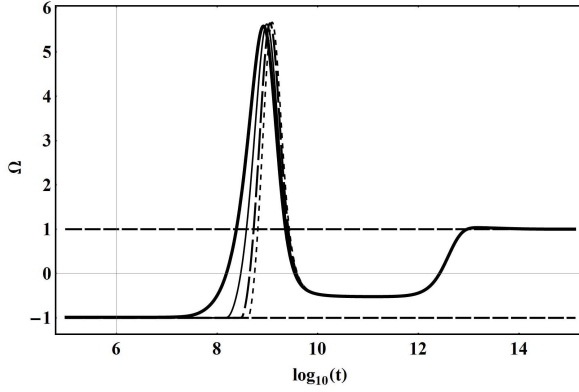


Рис. 25. Эволюция космологического ускорения $\Omega = a\ddot{a}/\dot{a}^2$.

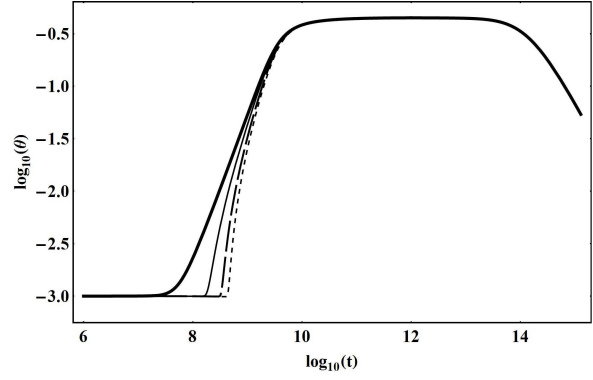


Рис. 26. Эволюция температуры плазмы. По оси ординат отложены значения десятичного логарифма температуры в планковской системе единиц.

Графики численного моделирования системы со следующими параметрами: $m_s = 10^{-8}$, $m = 0$, $\theta = 1$, $q = 1$, $\eta_{pl} = 1/3$. Жирная черная линия - $\Phi = 10^{-4}$, тонкая черная линия - $\Phi = 10^{-8}$, средне пунктирная линия - $\Phi = 10^{-14}$, мелко пунктирная линия - $\Phi = 10^{-20}$.

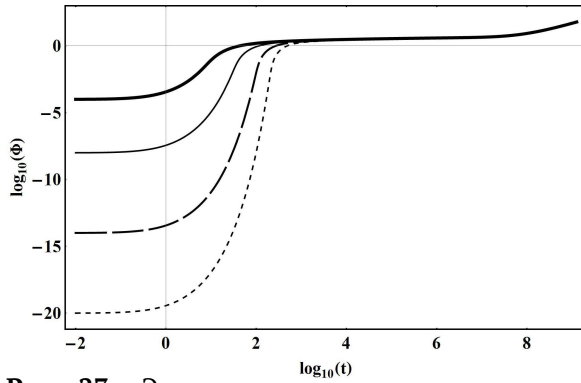


Рис. 27. Эволюция потенциала скалярного поля. По оси абсцисс отложены значения десятичного логарифма космологического времени, по оси ординат - значения десятичного логарифма Φ .

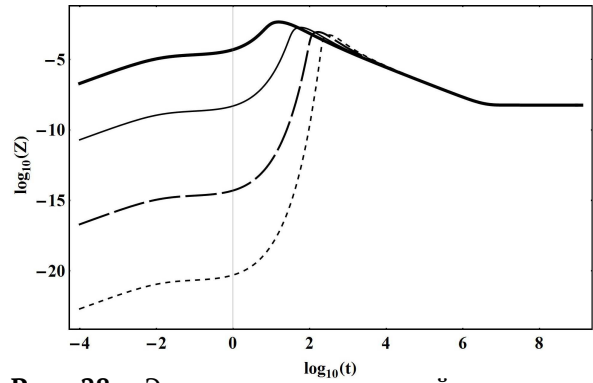


Рис. 28. Эволюция производной потенциала скалярного поля. По оси абсцисс отложены значения десятичного логарифма космологического времени, по оси ординат - значения десятичного логарифма $Z = \dot{\Phi}$.

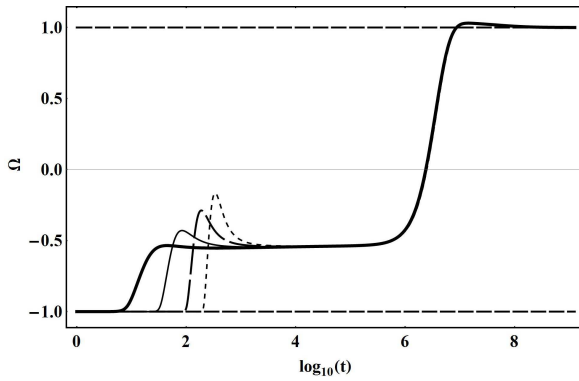


Рис. 29. Эволюция космологического ускорения $\Omega = a\ddot{a}/\dot{a}^2$.

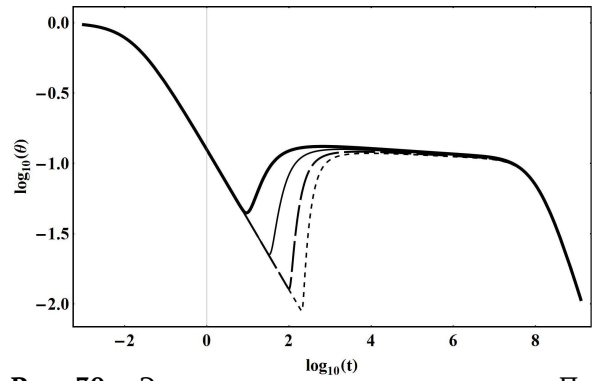


Рис. 30. Эволюция температуры плазмы. По оси ординат отложены значения десятичного логарифма температуры в планковской системе единиц.

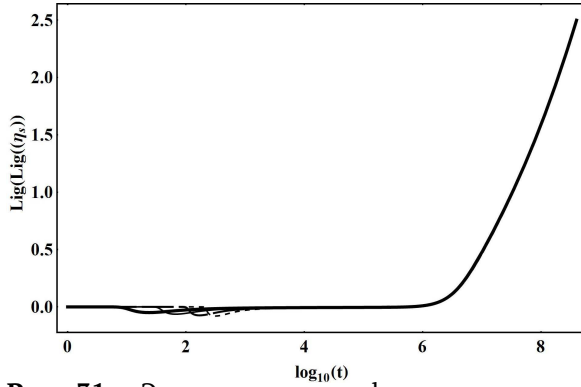


Рис. 31. Эволюция логарифма η_s , где $\eta_s = \mathcal{E}_s/\mathcal{E}_{pl}$. По оси ординат отложены значения $\text{Log}(\text{Log}(\eta_s))$.

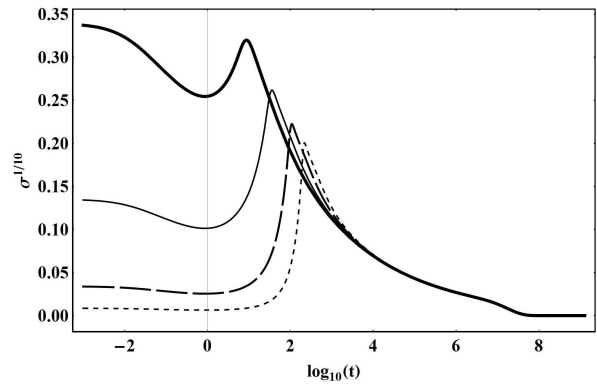


Рис. 32. Эволюция плотности скалярного заряда. По оси ординат отложены значения $\sigma^{1/10}$.

4.7. Случай с нерелятивистской стадией для несимметричной плазмы

Рассмотрим несимметричную плазму, $\Delta n_0 \neq 0$, и зависимость эволюции от заряда частиц q . Численное моделирование выявило характерные особенности: 1) плазма остается с большой степенью точности невырожденной, $\gamma \ll 1$, что соответствует больцмановскому распределению, и формулам используемых в расчётах; 2) с выходом на стадию инфляционного расширения плазма начинает вырождаться, то есть $\gamma \geq 1$ (Рис. 33-34). Приведем графики численного моделирования системы со следующими параметрами: $m_s = 10^{-6}$, $m = 0.0001$, $\theta = 1$, $\lambda = 0.0011$, $\eta_{pl} = 1/3$. Жирная черная линия - $q = 10^{-3}$, тонкая черная линия - $q = 0.1$, средне пунктирная линия - $q = 1$, мелко пунктирная линия - $q = 10$.

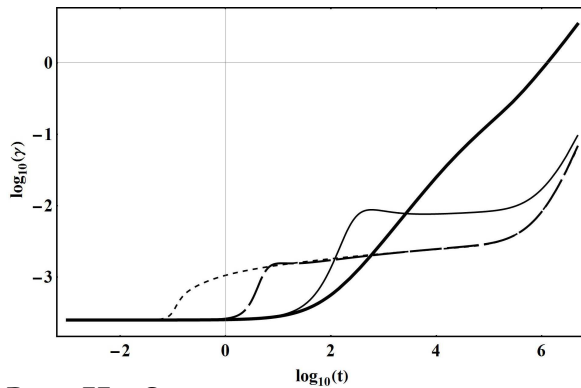


Рис. 33. Эволюция приведенного химического потенциала $\gamma = \mu_+/\theta$. По оси ординат отложены значения десятичного логарифма $\log_{10}(\gamma)$.

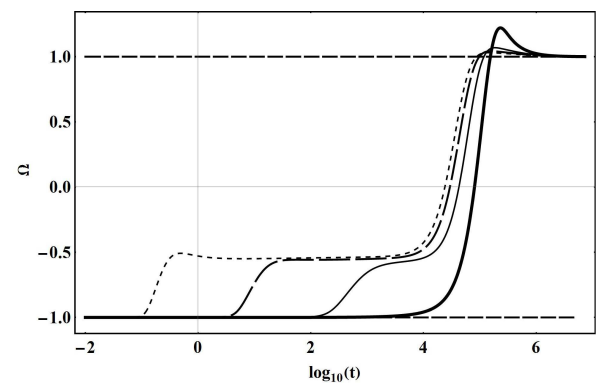


Рис. 34. Эволюция космологического ускорения $\Omega = a\ddot{a}/\dot{a}^2$.

Заключение

Таким образом, проведенное исследование, во-первых, подтвердило основные закономерности космологической эволюции статистической системы с межчастичным фантомным скалярным взаимодействием, в частности, результаты работы [15], в которой были выявлены 4 режима космологической эволюции ферми - системы с межчастичным фантомным скалярным взаимодействием. Кроме того, показано, что степень вырожденности таких систем растет на заключительных стадиях эволюции. Кроме того, обнаружены режимы существенного разогрева плазмы во времена $10^5 \rightarrow 10^{15} t_{pl}$, что может привести к множественному рождению элементарных частиц в тепловом равновесии. Режим постоянства приведенного химического потенциала всюду сменяется режимом роста его значения, то есть, увеличением степени вырождения плазмы.

В заключении Авторы выражают благодарность членам ВС (MW) - семинара по релятивистской кинетике и космологии Казанского федерального университета за полезное обсуждение работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ignat'ev Yu.G. Relativistic kinetic theory and conformal transformations // Sov. Phys. J. 1982. Vol. 25. № 4. P. 372-375.
2. Ignat'ev Yu.G. Relativistic canonical formalism and the invariant single-particle distribution function in the general theory of relativity // Sov. Phys. J. 1983. Vol. 26. № 8. P. 686-690.
3. Ignat'ev Yu.G. Relativistic kinetic equations for inelastically interacting particles in a gravitational field // Sov. Phys. J. 1983. Vol. 26. № 12. P. 690-694.
4. Ignat'ev Yu.G. Conservation laws and thermodynamic equilibrium in the general relativistic kinetic theory of inelastically interacting particles // Sov. Phys. J. 1983. Vol. 26. № 12. P. 1068-1072.
5. Ignat'ev Yu.G. Cosmological evolution of plasma with scalar interparticle interaction. I. Canonical formulation of classical scalar interaction // Russ. Phys. J. 2012. Vol. 55. № 2. P. 166-172.
6. Ignatiev Yu.G. Cosmological evolution of the degenerated plasma with interparticle scalar interaction. II. Formulation of mathematical model // Russ. Phys. J. 2012. Vol. 55. № 5. P. 550-560.
7. Ignatyev Yu.G. Cosmological evolution of the plasma with interparticle scalar interaction. III. Model with attraction of like-charged scalar particles // Russ. Phys. J. 2012. Vol. 55. № 11. P. 1345-1350.
8. Игнат'ев Ю.Г. Неминимальные макроскопические модели скалярного поля, основанные на микроскопической динамике // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2014. Вып. 1. С. 47-69.
9. Ignatyev Yu.G., Ignatyev D.Yu. Statistical system with a phantom scalar interaction in the Gravitation Theory. I. The Microscopic Dynamic // Grav. and Cosmol. 2014. Vol. 20. № 4. P. 299-303.
10. Ignatyev Yu.G., Agathonov A.A., Ignatyev D.Yu. Statistical systems with phantom scalar interaction in Gravitation Theory. II. Macroscopic Equations and Cosmological Models // Grav. and Cosmol. 2014. Vol. 20. № 4. P. 304-308.
11. Ignatyev Yu.G. Nonminimal Macroscopic Models of a Scalar Field Based on Microscopic Dynamics: Extension of the Theory to Negative Masses // Grav. and Cosmol. 2015. Vol. 21. № 4. P. 296-308.
12. Ignatyev Yu.G., Agathonov A.A. Numerical Models of Cosmological Evolution of a Degenerate Fermi-System of Scalar Charged Particles // Grav. and Cosmol. 2015. Vol. 21. № 2. P. 105-112.
13. Ignat'ev Yu.G., Mikhailov M.L. Cosmological Evolution of a Boltzmann Plasma with Interparticle Phantom Scalar Interaction. I. Symmetric Cases // Russ. Phys. J. 2015. Vol. 57. P. 1743-1752.
14. Ignat'ev Yu., Agathonov A., Mikhailov M., Ignatyev D. Cosmological evolution of statistical system of scalar charged particles // Astroph. Space Sci. 2015. Vol. 357:61.
15. Ignat'ev Yu., Agathonov A., Ignatyev D. Statistical Cosmological Fermion Systems With Interparticle Phantom Scalar Interaction // arXiv:1608.05020 [gr-qc], 2016. URL: <https://arxiv.org/pdf/1608.05020v1.pdf>
16. Игнат'ев Ю.Г., Михайлов М.Л. Космологическая эволюция несимметричной бoльцмановской плазмы с межчастичным классическим скалярным взаимодействием. I. Фазовые переходы: упрощенная модель // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2015. Вып. 1. С. 75-90.
17. Игнат'ев Ю.Г. Неравновесные кинетические модели Вселенной. I. Условия локального термодинамического равновесия // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2012. Вып. 1. С. 79-98.
18. Лебедев Н.Н. Специальные функции и их приложения. М-Л: ГИФМЛ, 1963. 360 с.

Игнат'ев Юрий Геннадьевич, д. ф.-м. н., профессор, кафедра высшей математики и математического моделирования, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского, Казанский федеральный университет, 420008, Россия, г. Казань, ул. Кремлевская, 35А.
E-mail: ignatev_yu@rambler.ru

Михайлов Михаил Леонидович, ассистент, кафедра анализа данных и исследования операций, Институт вычислительной математики и информационных технологий, Казанский федеральный университет, 420008, Россия, г. Казань, ул. Кремлевская, 35А.
E-mail: meschgan@mail.ru

Yu. G. Ignat'ev, M. L. Mikhailov

The cosmological evolution of weakly degenerate asymmetric plasma phantom scalar interparticle interaction

Keywords: relativistic kinetics, phantom scalar fields, cosmological models, Boltzmann statistics, weak degeneration, asymmetrical model.

PACS: 34D08, 93C15

On the basis of the previously developed one of the authors of the macroscopic theory of statistical systems with interparticle interaction scalar constructed and analyzed by numerical models of cosmological evolution of a multicomponent plasma Boltzmann in the presence of scalar charged particles in the absence of symmetry between particles and antiparticles. The basic features of cosmological models in this class, in particular, shows the possibility of sufficiently fast transitions to different modes of cosmological expansion.

REFERENCES

1. Ignat'ev Yu.G. Relativistic kinetic theory and conformal transformations, *Sov. Phys. J.*, 1982, vol. 25, no. 4, pp. 372-375.
2. Ignat'ev Yu.G. Relativistic canonical formalism and the invariant single-particle distribution function in the general theory of relativity, *Sov. Phys. J.*, 1983, vol. 26, no. 8, pp. 686-690.
3. Ignat'ev Yu.G. Relativistic kinetic equations for inelastically interacting particles in a gravitational field, *Sov. Phys. J.*, 1983, vol. 26, no. 12, pp. 690-694.
4. Ignat'ev Yu.G. Conservation laws and thermodynamic equilibrium in the general relativistic kinetic theory of inelastically interacting particles, *Sov. Phys. J.*, 1983, vol. 26, no. 12, pp. 1068-1072.
5. Ignat'ev Yu.G. Cosmological evolution of plasma with scalar interparticle interaction. I. Canonical formulation of classical scalar interaction, *Russ. Phys. J.*, 2012, vol. 55, no. 2, pp. 166-172.
6. Ignatiev Yu.G. Cosmological evolution of the degenerated plasma with interparticle scalar interaction. II. Formulation of mathematical model, *Russ. Phys. J.*, 2012, vol. 55, no. 5, pp. 550-560.
7. Ignatyev Yu.G. Cosmological evolution of the plasma with interparticle scalar interaction. III. Model with attraction of like-charged scalar particles, *Russ. Phys. J.*, 2012, vol. 55, no. 11, pp. 1345-1350.
8. Ignat'ev Yu.G. Nonminimal Macroscopic Models of a Scalar Field Based on Microscopic Dynamics, *Space, Time and Found. Interact.*, 2014, no. 1, pp. 47-69.
9. Ignatyev Yu.G., Ignatyev D.Yu. Statistical system with a phantom scalar interaction in the Gravitation Theory. I. The Microscopic Dynamic, *Grav. and Cosmol.*, 2014, vol. 20, no. 4, pp. 299-303.
10. Ignatyev Yu.G., Agathonov A.A., Ignatyev D.Yu. Statistical systems with phantom scalar interaction in Gravitation Theory. II. Macroscopic Equations and Cosmological Models, *Grav. and Cosmol.*, 2014, vol. 20, no. 4, pp. 304-308.
11. Ignatyev Yu.G. Nonminimal Macroscopic Models of a Scalar Field Based on Microscopic Dynamics: Extension of the Theory to Negative Masses, *Grav. and Cosmol.*, 2015, vol. 21, no. 4, pp. 296-308.
12. Ignatyev Yu.G., Agathonov A. A. Numerical Models of Cosmological Evolution of a Degenerate Fermi-System of Scalar Charged Particles, *Grav. and Cosmol.*, 2015, vol. 21, no. 2, pp. 105-112.
13. Ignat'ev Yu.G., Mikhailov M.L. Cosmological Evolution of a Boltzmann Plasma with Interparticle Phantom Scalar Interaction. I. Symmetric Cases, *Russ. Phys. J.*, 2015, vol. 57, pp. 1743-1752.
14. Ignat'ev Yu.G., Agathonov A.A., Mikhailov M.L., Ignatyev D.Yu. Cosmological evolution of statistical system of scalar charged particles, *Astroph. Space Sci.*, 2015, vol. 357:61.
15. Ignat'ev Yu., Agathonov A., Ignatyev D. Statistical Cosmological Fermion Systems With Interparticle Phantom Scalar Interaction, *arXiv:1608.05020 [gr-qc]*, 2016. <https://arxiv.org/pdf/1608.05020v1.pdf>
16. Ignat'ev Yu.G., Mikhailov M.L. Cosmological evolution of asymmetric Boltzmann plasma and interparticle classical scalar interaction. I. Phase transitions: a simplified model, *Space, Time and Found. Interact.*, 2015, no. 1, pp. 75-90.

17. Ignat'ev Yu.G. Non-equilibrium kinetic model of the universe. I. Terms and conditions of local thermodynamic equilibrium, *Space, Time and Found. Interact.*, 2012, no. 1, pp. 79-98.
18. Lebedev N.N. *Special'nye funktsii i ih prilozheniya* (Special Functions and Its Applications), Moscow: GIFML, 1963, 360 p.

Received 12.09.2016

Ignat'ev Yuri Gennadievich, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Lobachevsky Institut of Mathematics and Mechanics, Kazan Federal University, ul. Kremlyovskaya, 35, Kazan, 420008, Russia.
E-mail: ignatev_yu@rambler.ru

Mikhailov Mikhail Leonidovich, assistant, Institute of Computational Mathematics and Information Technologies, Kazan Federal University, ul. Kremlyovskaya, 35, Kazan, 420008, Russia.
E-mail: meschgan@mail.ru