

УДК 5530.12+531.51+517.944+519.713+514.774

*Ю. Г. Игнатьев,¹ А. А. Агафонов²***КАЧЕСТВЕННЫЙ И ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ, ОСНОВАННОЙ НА ФАНТОМНОМ СКАЛЯРНОМ ПОЛЕ С САМОДЕЙСТВИЕМ³**

На основе качественного анализа системы дифференциальных уравнений космологической модели, основанной на фантомном скалярном поле, исследовано асимптотическое поведение таких моделей и показано, что в отличие от моделей с классическим скалярным полем, такие модели имеют устойчивые асимптотические решения с постоянным значением потенциала как в бесконечном прошлом, так и в бесконечном будущем. Построены численные модели космологической эволюции модели с фантомным скалярным полем.

Ключевые слова: космологическая модель, фантомное скалярное поле, качественный анализ, асимптотическое поведение, численное моделирование, численная гравитация.

PACS: 04.20.Cv, 98.80.Cq, 96.50.S 52.27.Ny

Введение

Ранее была сформулирована космологическая модель, основанная на статистических системах скалярно заряженных частиц с межчастичным фантомным скалярным взаимодействием, обладающего отрицательной кинетической энергией поля [1] - [8]. На основе сформулированной математической модели было проведено численное моделирование как вырожденных вырожденных Ферми - систем, так и зарядово симметричной бозе-газа плазмы, состоящей из скалярно заряженных частиц и античастиц [9] - [12]. Эти исследования выявили уникальные особенности космологических моделей, основанных на статистических системах скалярно заряженных частиц с фантомным скалярным взаимодействием. Однако, поскольку основные результаты были получены методами численного моделирования, на основе их затруднительно описать асимптотические свойства соответствующих космологических моделей. В [13]-[14] комбинированным применением методов качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений и их численного интегрирования были исследованы асимптотические свойства стандартной космологической модели, основанной на классическом массивном скалярном поле. В частности, в этих работах было показано, что система уравнений Эйнштейна - Клейна-Гордона для однородной пространственно плоской космологической модели имеет одну особую точку, соответствующую нулевым значениям потенциала скалярного поля и его производной, причем указанная особая точка может являться либо притягивающим центром, либо притягивающим фокусом, либо притягивающим седлом. Кроме того, был обнаружен микроскопический колебательный характер инвариантного космологического ускорения при приближении к особой точке со средним значением, соответствующим нерелятивистскому уравнению состояния. В этой статье мы проведем аналогичное исследование для «стандартной» космологической модели, основанной на фантомных полях. В этой модели, в отличие от рассмотренных в статьях [1] - [12], мы не будем учитывать вклад обычной материи, то есть, будем рассматривать свободные фантомные поля без источника.

1. Основные соотношения для космологической модели с фантомным скалярным полем*1.1. Уравнения свободного скалярного фантомного поля с самодействием*

Функция Лагранжа фантомного скалярного поля с массой m и самодействием имеет вид [3]:

$$L = -\frac{1}{8\pi} \left(g^{ik} \Phi_{,i} \Phi_{,k} + m^2 \Phi^2 + \frac{\alpha}{2} \Phi^4 \right), \quad (1.1)$$

¹E-mail: ignatev_yu@rambler.ru

²E-mail: a.a.agathonov@gmail.com

³This work was founded by the subsidy allocated to Kazan Federal University for the state assignment in the sphere of scientific activities.

где α - константа самодействия. Тензор энергии - импульса относительно этой функции

$$T^{ik} = \frac{1}{8\pi} \left(-2\Phi^{,i}\Phi^{,k} + g^{ik}\Phi_{,j}\Phi^{,j} + g^{ik}m^2\Phi^2 + g^{ik}\frac{\alpha}{2}\Phi^4 \right) \quad (1.2)$$

имеет отрицательный кинетический член. Равенство нулю ковариантной дивергенции этого тензора приводит к уравнению свободного фантомного скалярного поля:

$$\square\Phi - m_*^2\Phi = 0, \quad (1.3)$$

где

$$m_*^2 = m^2 + \alpha\Phi^2 \quad (1.4)$$

- эффективная масса скалярного бозона. Уравнение (1.3) отличается от уравнения Клейна-Гордона наличием кубической нелинейности и отрицательным знаком массивного члена.

Выпишем также уравнения Эйнштейна с космологическим членом $\Lambda > 0$ ⁴

$$R^{ik} - \frac{1}{2}Rg^{ik} = \Lambda g^{ik} + 8\pi T^{ik}. \quad (1.5)$$

1.2. Самосогласованные уравнения для пространственно - плоской модели Фридмана

Выпишем самосогласованные уравнения пространственно - плоской космологической модели

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2) \quad (1.6)$$

- уравнение Эйнштейна

$$3\frac{\dot{a}^2}{a^2} = -\dot{\Phi}^2 + m^2\Phi^2 + \frac{\alpha}{2}\Phi^4 + \Lambda \quad (1.7)$$

и уравнение массивного фантомного скалярного поля с кубической нелинейностью⁵:

$$\ddot{\Phi} + 3\frac{\dot{a}}{a}\dot{\Phi} - m_*^2\Phi = 0. \quad (1.8)$$

При этом тензор энергии - импульса (1.2) имеет структуру тензора энергии - импульса изотропной жидкости с плотностью энергии и давлением:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{1}{8\pi} \left(-\dot{\Phi}^2 + m^2\Phi^2 + \frac{\alpha}{2}\Phi^4 \right); \\ p &= -\frac{1}{8\pi} \left(\dot{\Phi}^2 + m^2\Phi^2 + \frac{\alpha}{2}\Phi^4 \right), \end{aligned} \quad (1.9)$$

так что:

$$\varepsilon + p = -\frac{\dot{\Phi}^2}{4\pi}.$$

1.3. Кинематические инварианты

В дальнейшем нам также понадобятся значения двух кинематических инвариантов Вселенной Фридмана:

$$H(t) = \frac{\dot{a}}{a} \geq 0; \quad \Omega(t) = \frac{a\ddot{a}}{\dot{a}^2} \equiv 1 + \frac{\dot{H}}{H^2} \quad (1.10)$$

- постоянная Хаббла и инвариантное космологическое ускорение.

⁴Мы используем планковскую систему единиц: $G = c = \hbar = 1$.

⁵Здесь и в дальнейшем $\dot{f} \equiv df/dt$.

2. Качественный анализ

2.1. Приведение системы уравнений к нормальному виду

Пользуясь тем, что постоянную Хаббла можно выразить из уравнения Эйнштейна (1.7) через функции Φ , $\dot{\Phi}$, переходя к безразмерному комптоновскому времени:

$$mt = \tau; \quad (m \neq 0)$$

и проводя стандартную замену переменных $\Phi' = Z(t)$, приведем уравнение поля (1.8) к виду нормальной автономной системы обыкновенных дифференциальных уравнений на плоскости $\{\Phi, Z\}$:

$$\Phi' = Z; \quad Z' = -\sqrt{3}\sqrt{\Lambda_m - Z^2 + \Phi^2 + \frac{\alpha_m}{2}\Phi^4 Z + \Phi + \alpha_m\Phi^3}, \quad (2.1)$$

где $f' \equiv df/d\tau$ и введены обозначения:

$$\Lambda_m \equiv \frac{\Lambda}{m^2}; \quad \alpha_m \equiv \frac{\alpha}{m^2}.$$

При этом:

$$H = m \frac{a'}{a} \equiv mh; \quad \Omega = \frac{aa''}{a'^2} \equiv 1 + \frac{h'}{h^2}. \quad (2.2)$$

Таким образом, имеем автономную двумерную динамическую систему на фазовой плоскости $\{\Phi, Z\}$. Для приведения её к стандартным обозначениям качественной теории дифференциальных уравнений (см., например, [15]) положим:

$$\Phi = x; \quad Z = y; \quad P(x, y) = y; \quad Q(x, y) = -\sqrt{3}\sqrt{\Lambda_m - y^2 + x^2 + \frac{\alpha_m}{2}x^4 y + x + \alpha_m x^3}. \quad (2.3)$$

Соответствующая нормальная система уравнений в стандартных обозначениях имеет вид:

$$x' = P(x, y); \quad y' = Q(x, y). \quad (2.4)$$

Для того, чтобы система дифференциальных уравнений (2.1) (или (14)) имела вещественное решение, необходимо выполнение неравенства:

$$\Lambda_m - y^2 + x^2 + \frac{\alpha_m}{2}x^4 \geq 0. \quad (2.5)$$

2.2. Особые точки динамической системы

Особые точки динамической системы определяются уравнениями (см., например, [15]):

$$M: \quad P(x, y) = 0; \quad Q(x, y) = 0. \quad (2.6)$$

Очевидно, что при любых значениях α_m и $\Lambda_m \geq 0$ система алгебраических уравнений (2.5), как и в работах [13]-[14] имеет одно тривиальное решение

$$x = 0; \quad y = 0 \Rightarrow M_0(0, 0). \quad (2.7)$$

В случае $\alpha_m < 0$ кроме того, возможны и нетривиальные симметричные решения:

$$x = x_{\pm} = \pm \frac{1}{\sqrt{-\alpha_m}}; \quad y = 0 \Rightarrow M_{\pm}(x_{\pm}, 0). \quad (2.8)$$

Подставляя решения (2.8) в условие (2.5), получим необходимое условие вещественности решений в особых точках (2.7) и (2.8):

$$(17) \rightarrow \Lambda_m \geq 0; \quad (18) \rightarrow \Lambda_m - \frac{1}{2\alpha_m} \geq 0. \quad (2.9)$$

Второе из этих условий всегда выполняется вследствие первого из них при $\alpha_m < 0$.

2.3. Характеристическое уравнение и качественный анализ в случае вблизи нулевой особой точки

Вычислим производные функций (2.3) в нулевой особой точке (2.6) при $\Lambda_m > 0$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial x} \Big|_{M_0} &= 0; & \frac{\partial P}{\partial y} \Big|_{M_0} &= 1; \\ \frac{\partial Q}{\partial x} \Big|_{M_0} &= 1; & \frac{\partial Q}{\partial y} \Big|_{M_0} &= -\sqrt{3\Lambda_m}. \end{aligned}$$

Таким образом, получаем характеристическое уравнение (см. [15]):

$$\begin{vmatrix} -\lambda & 1 \\ 1 & -\lambda - \sqrt{3\Lambda_m} \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \lambda_{\pm} = -\frac{\sqrt{3\Lambda_m}}{2} \pm \frac{\sqrt{3\Lambda_m + 4}}{2},$$

так что:

$$\lambda_+ \lambda_- = -1 \tag{2.10}$$

- оба собственных значения вещественны и имеют противоположные знаки. Нетрудно видеть, что собственные векторы λ - матрицы ортогональны:

$$\mathbf{u}_{\pm} = (\lambda_{\pm}, 1) \Rightarrow (\mathbf{u}_+, \mathbf{u}_-) = 0. \tag{2.11}$$

Таким образом, согласно качественной теории динамических систем на плоскости (см., например, [15]) исследуемая нами динамическая система (2.1) в случае $\Lambda_m > 0$ всегда имеет седловую особую точку (2.6), которая является неустойчивой при любом направлении времени. В случае $\alpha > 0$ эта точка является единственной особой точкой динамической системы. Нулевая особая точка имеет 4 ортогональные сепаратрисы, которые соответствуют исключительным фазовым траекториям, входящим при $t \rightarrow \pm\infty$ в эту точку по направлениям собственных векторов (2.11) (Рис.1). Это означает, во-первых, что при $t \rightarrow \pm\infty$ во всех случаях, кроме исключительных, фазовые траектории не входят в особую точку, то есть, вблизи этой точки либо $\Phi \neq 0$, либо $Z \neq 0$. При этом

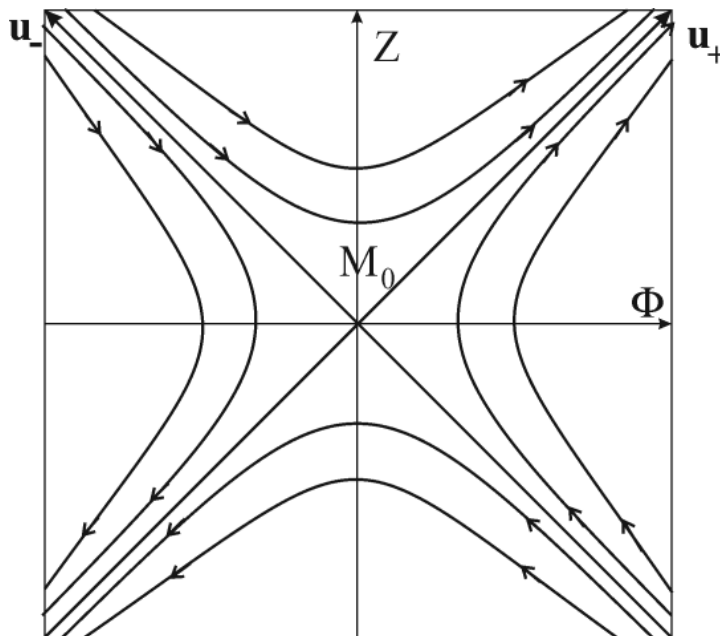


Рис. 1. Фазовый портрет системы (2.1) при $\alpha > 0$. Неустойчивое седло.

видно, что вся фазовая плоскость разделена на 4 квадранта, причем в левом и правом (симметричном) квадрантах всюду $|\Phi| > |Z|$, а в верхнем и нижнем (симметричном) квадрантах всюду $|\Phi| < |Z|$. Таким образом, при приближении неисключительных фазовых траекторий к особой точке либо а). $Z \rightarrow 0$; $\Phi \rightarrow \Phi_0 \neq 0$, либо б). $\Phi \rightarrow 0$; $Z \rightarrow Z_0 \neq 0$.

2.4. Численное моделирование для $\alpha = 0$

Численное моделирование динамической системы проводилось в прикладном математическом пакете Maple. На представленных ниже рисунках показаны некоторые результаты численного интегрирования уравнений (2.1) методом Розенброка, демонстрирующие наиболее характерные особенности динамики космологической системы (Рис. 2 - 4).

На представленных фазовых портретах динамической системы (2.1), полученных численным интегрированием, можно проследить основные особенности космологической эволюции. На раннем этапе наблюдается быстрый рост производной потенциала $\Phi' = Z$, затем возникает длительный участок эволюции, на котором $Z \approx \text{Const}$ и значение скалярного потенциала растет линейно со временем.

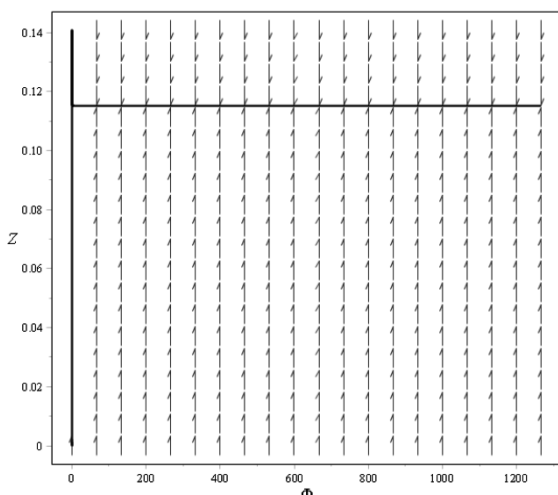


Рис. 2. Крупномасштабная картина фазового портрета системы (2.1) для случая $\alpha = 0$; $\Lambda_m = 0.0001$; $\Phi(-1000) = 0.001$; $Z(-1000) = 0$; $t = -1000 \div 10000$.

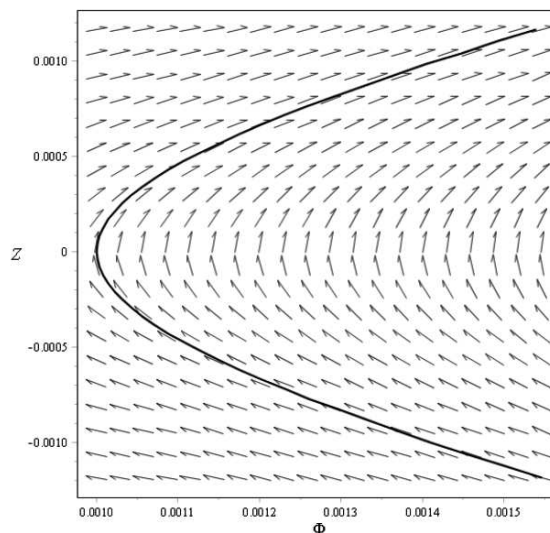


Рис. 3. Начальный участок фазового портрета системы (2.1) для случая $\alpha = 0$; $\Lambda_m = 0.0001$; $\Phi(-1000) = 0.001$; $Z(-1000) = 0$; $t = -1001 \div -999$.

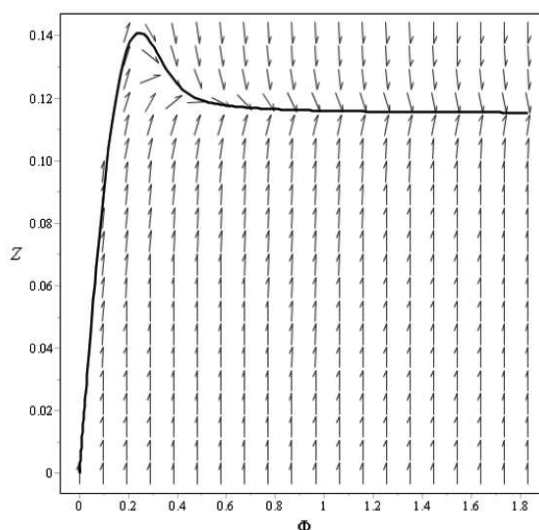


Рис. 4. Всплеск производной на начальном участке фазового портрета системы (2.1) для случая $\alpha = 0$; $\Lambda_m = 0.0001$; $\Phi(-1000) = 0.001$; $Z(-1000) = 0$; $t = -1000 \div -980$.

Таким образом, представленные на рисунках 2 - 4 численно реализуют одну из фазовых траекторий, показанных на качественной диаграмме (Рис. 1), а именно, - траекторию в правом секторе диаграммы.

2.5. Характеристическое уравнение и качественный анализ в случае $\alpha_m < 0$

Производные функций (2.3) в особых точках (2.8) при $\Lambda_m > 0$ равны:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial x} \Big|_{M_{\pm}} &= 0; & \frac{\partial P}{\partial y} \Big|_{M_{\pm}} &= 1; \\ \frac{\partial Q}{\partial x} \Big|_{M_{\pm}} &= -2; & \frac{\partial P}{\partial y} \Big|_{M_{\pm}} &= -\sqrt{3} \sqrt{\Lambda_m - \frac{1}{2\alpha_m}}. \end{aligned}$$

Характеристические уравнения для обеих особых точек совпадают и собственные точки имеют один тип (см. [15]):

$$\begin{vmatrix} -\lambda & 1 \\ 1 & -\lambda - \sqrt{3} \sqrt{\Lambda_m - \frac{1}{2\alpha_m}} \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \lambda_{\pm} = -\frac{\sqrt{3} \sqrt{\Lambda_m - \frac{1}{2\alpha_m}}}{2} \pm \frac{\sqrt{3} \sqrt{\Lambda_m - \frac{1}{2\alpha_m} - \frac{8}{3}}}{2}. \quad (2.12)$$

Вследствие (2.10) подкоренное выражение в первом члене (2.13) строго больше нуля, поэтому возможны три случая:

- 1) $\Lambda_m - 1/2\alpha_m - 8/3 > 0$ - тогда оба собственных значения вещественны и отрицательны. В этом случае решение содержит *два симметричных притягивающих (устойчивых) невырожденных узла*. Все фазовые траектории в окрестности таких особых точек при $t \rightarrow \infty$ входят в эти точки и кроме двух исключительных касаются собственного вектора минимальной длины. Собственные векторы снова определяются формулой (2.11), в которую необходимо подставить соответствующие собственные значения из (2.13). Нетрудно показать, что таким собственным вектором минимальной длины является \mathbf{u}_+ (Рис. 5).
- 2) $\Lambda_m - 1/2\alpha_m - 8/3 = 0$ - тогда оба собственных значения отрицательны и равны. В этом случае решение содержит *два симметричных вырожденных узла*. Фазовый портрет практически совпадает с портретом на рисунке 5.
- 3) $\Lambda_m - 1/2\alpha_m - 8/3 < 0$ - тогда оба собственных значения комплексно сопряженные, причем их действительные части отрицательны. В этом случае решение содержит *два симметричных притягивающих фокуса* (Рис. 6).

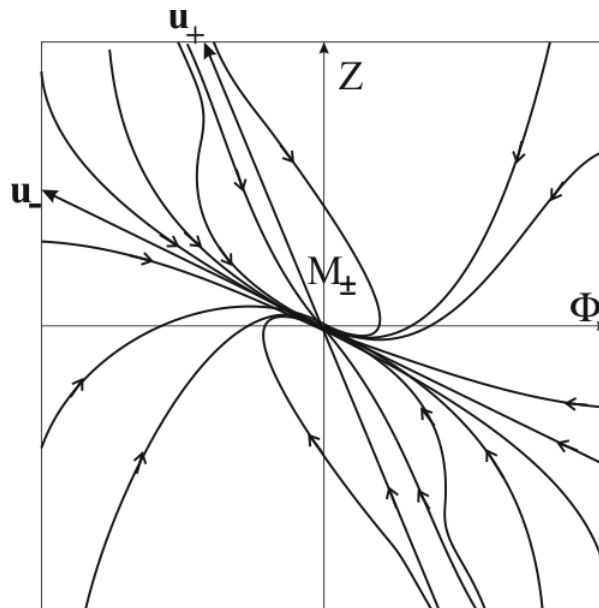


Рис. 5. Фазовый портрет системы (2.1) при $\alpha < 0$; $\Lambda_m - 1/2\alpha_m - 8/3 > 0$. Один из симметричных притягивающих устойчивых симметричных узлов.

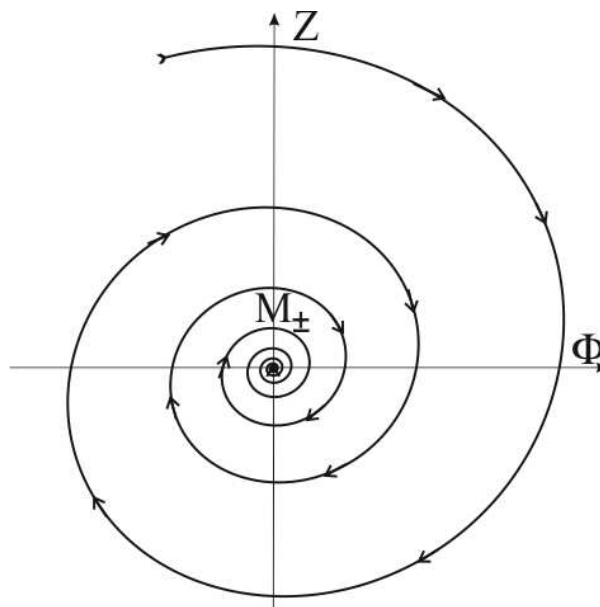


Рис. 6. Фазовый портрет системы (2.1) при $\alpha < 0$; $\Lambda_m - 1/2\alpha_m - 8/3 < 0$. Один из симметричных притягивающих устойчивых фокусов $\text{Re}(\lambda) < 0$ - вращение по часовой стрелке.

2.6. Численное моделирование для $\alpha < 0$

Численное моделирование динамической системы проводилось в прикладном математическом пакете Mathematica. На представленных ниже рисунках 7 - 12 показаны некоторые результаты численного уравнений (2.1), демонстрирующие наиболее характерные особенности динамики космологической системы.

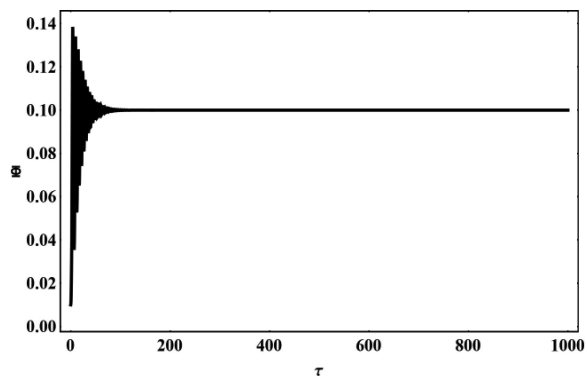


Рис. 7. Космологическая эволюция потенциала $\Phi(\tau)$ при $\alpha_m = -100$; $\Lambda_m = 0.00001$; $\Lambda_m - 1/2\alpha_m - 8/3 = -2.661656667$; $\Phi(0) = 0.01$, $Z(0) = 0$.

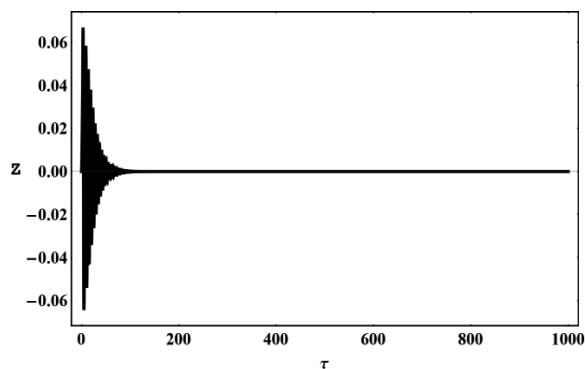


Рис. 8. Космологическая эволюция производной потенциала $Z(\tau)$ для того же случая.

Заключение

Нетрудно видеть, что система (2.1) инвариантна относительно преобразования

$$\Phi \rightarrow -\Phi; Z \rightarrow -Z, \quad (2.13)$$

то есть, по отношению отражения от нулевой особой точки, но не инвариантна по отношению отражения от координатных осей. Кроме того видно, в что моменты времени $t = \pm\infty$ переменные $|\Phi(\pm\infty)| \rightarrow \infty$; $|Z(\pm\infty)| \rightarrow \infty$, то есть, в этой модели бесконечные значения скалярного потенциала и его производной достигаются, как в бесконечном прошлом, так и в бесконечном будущем. При этом фазовые траектории стремятся к сепаратрисам: $Z = \pm\Phi$, то есть, $\Phi \sim e^{\pm t}$.

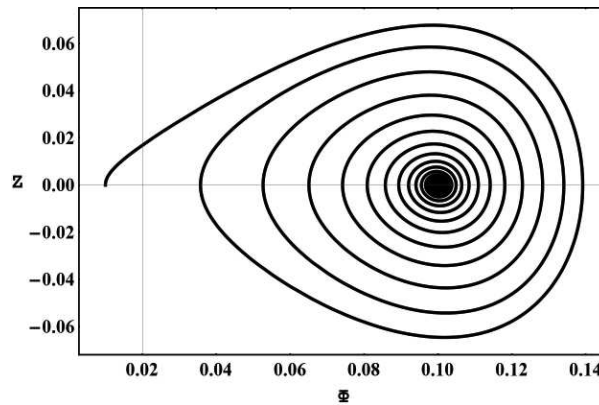


Рис. 9. Участок фазового портрета системы (2.1) для того же случая. Правый притягивающий устойчивый фокус $\text{Re}(\lambda) > 0$ - вращение против часовой стрелки. Фокус соответствует значению $\Phi \approx 0.1$; $\tau = 0 \div 1000$.

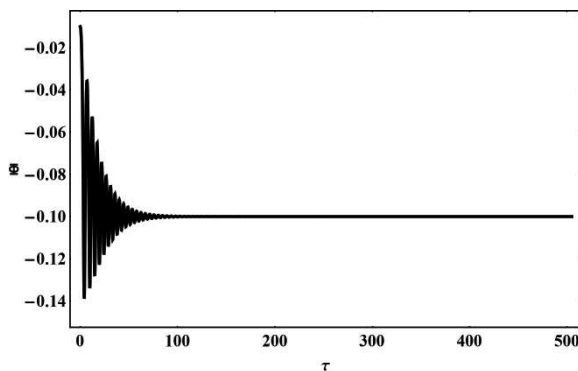


Рис. 10. Космологическая эволюция потенциала $\Phi(\tau)$ при $\alpha_m = -100$; $\Lambda_m = 0.00001$; $\Lambda_m - 1/2\alpha_m - 8/3 = -2.661656667$; $\Phi(0) = -0.01$, $Z(0) = 0$.

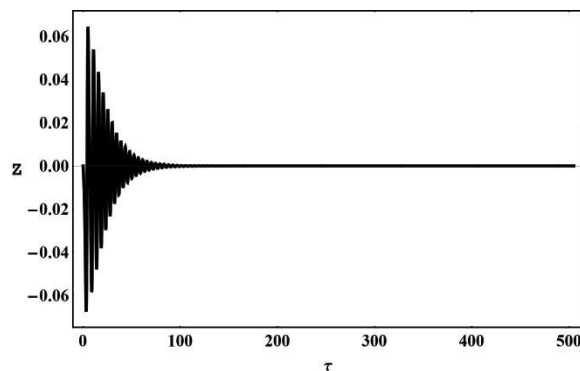


Рис. 11. Космологическая эволюция производной потенциала $Z(\tau)$ для того же случая.

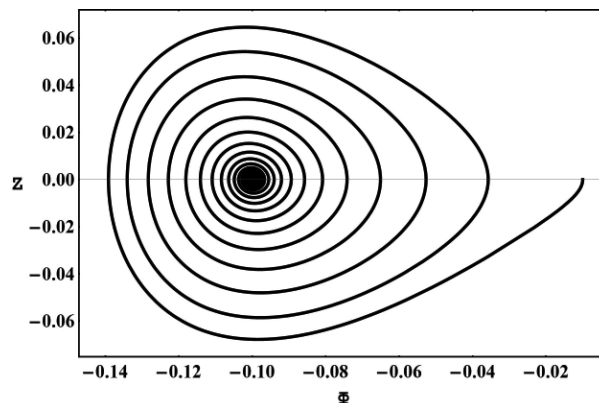


Рис. 12. Участок фазового портрета системы (2.1) для того же случая. Левый притягивающий устойчивый фокус $\text{Re}(\lambda) > 0$ - вращение по часовой стрелке. Фокус соответствует значению $\Phi \approx -0.1$; $\tau = 0 \div 1000$.

Поэтому при $\alpha > 0$ в бесконечном прошлом и бесконечном будущем $H = \text{Const} \Rightarrow \Omega = 1$, то есть, как в бесконечном прошлом, так и в бесконечном будущем Вселенная находится на стадии инфляции.

В случае отрицательной константы взаимодействия в наиболее интересном случае существования двух симметричных фокусов решение уравнений космологической модели стремится к инфляционному в бесконечном будущем, причем в отличие от стандартной модели с классическим скалярным полем $\Phi(+\infty) = \Phi_\infty \neq 0$ и $\Phi(+\infty) \neq \Phi(-\infty)$. В этом случае поздняя инфляция может поддерживаться как космологической постоянной, так и поздним скалярным полем, что

открывает новые возможности для манипуляции космологическими моделями в целях подгонки их к наблюдательным данным.

В заключении Авторы выражают благодарность членам ВС (MW) — семинара по релятивистской кинетике и космологии Казанского федерального университета за полезное обсуждение работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ignat'ev Yu.G. Cosmological evolution of plasma with scalar interparticle interaction. I. Canonical formulation of classical scalar interaction // Russ. Phys. J. 2012. Vol. 55. № 2. P. 166-172.
2. Ignatiev Yu.G. Cosmological evolution of the degenerated plasma with interparticle scalar interaction. II. Formulation of mathematical model // Russ. Phys. J. 2012. Vol. 55. № 5. P. 550-560.
3. Ignatyev Yu.G. Cosmological evolution of the plasma with interparticle scalar interaction. III. Model with attraction of like-charged scalar particles // Russ. Phys. J. 2012. Vol. 55. № 11. P. 1345-1350.
4. Игнат'ев Ю.Г. Неминимальные макроскопические модели скалярного поля, основанные на микроскопической динамике // Пространство, время, и фундаментальные взаимодействия. 2014. № 1. С. 47-69.
5. Ignatyev Yu.G., Ignatyev D.Yu. Statistical system with a phantom scalar interaction in the Gravitation Theory. I. The Microscopic Dynamic // Grav. and Cosmol. 2014. Vol. 20. № 4. P. 299-303.
6. Ignatyev Yu.G. Nonminimal Macroscopic Models of a Scalar Field Based on Microscopic Dynamics: Extension of the Theory to Negative Masses // Grav. and Cosmol. 2015. Vol. 21. № 4. P. 296-308.
7. Ignatyev Yu.G., Agathonov A.A. Numerical Models of Cosmological Evolution of a Degenerate Fermi-System of Scalar Charged Particles // Grav. and Cosmol. 2015. Vol. 21. № 2. P. 105-112.
8. Игнат'ев Ю.Г. Неравновесные кинетические модели вселенной I. Условия локального термодинамического равновесия // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2012. № 1. С. 79-98.
9. Ignatyev Yu.G., Agathonov A.A., Ignatyev D.Yu. Statistical systems with phantom scalar interaction in Gravitation Theory. II. Macroscopic Equations and Cosmological Models // Grav. and Cosmol. 2014. Vol. 20. № 4. P. 304-308. URL: <https://arxiv.org/pdf/1608.05020v1.pdf>
10. Ignat'ev Yu.G., Mikhailov M.L. Cosmological Evolution of a Boltzmann Plasma with Interparticle Phantom Scalar Interaction. I. Symmetric Cases // Russ. Phys. J. 2015. Vol. 57. P. 1743-1752.
11. Ignat'ev Yu., Agathonov A., Mikhailov M., Ignatyev D. Cosmological evolution of statistical system of scalar charged particles // Astroph. Space Sci. 2015. Vol. 357:61.
12. Игнат'ев Ю.Г., Михайлов М.Л. Космологическая эволюция несимметричной бальцмановской плазмы с межчастичным классическим скалярным взаимодействием. I. Фазовые переходы: упрощенная модель // Пространство, время, и фундаментальные взаимодействия. 2015. № 4. С. 75-90.
13. Ignat'ev Yu. Qualitative Analysis and Numerical Simulation of Equations of the Standard Cosmological Model // arXiv:1609.00745 [gr-qc], 2016. URL: <https://arxiv.org/pdf/1609.00745v1.pdf>
14. Игнат'ев Ю.Г. Стандартная космологическая модель: математический, качественный и численный анализ // Пространство, время, и фундаментальные взаимодействия. 2016. № 3. С. 16-36.
15. Богоявленский О.И. Методы качественной теории динамических систем в астрофизике и газовой динамике. М.: Наука, 1980. 320 с.

Поступила в редакцию 30.09.2016

Игнат'ев Юрий Геннадьевич, д. ф.-м. н., профессор, кафедра высшей математики и математического моделирования, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского, Казанский федеральный университет, 420008, Россия, г. Казань, ул. Кремлевская, 35А.

E-mail: ignatev_yu@rambler.ru

Агафонов Александр Алексеевич, к. ф.-м. н., доцент, кафедра высшей математики и математического моделирования, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского, Казанский федеральный университет, 420008, Россия, г. Казань, ул. Кремлевская, 35А.

E-mail: a.a.agathonov@gmail.com

Yu. G. Ignat'ev, A. A. Agathonov

The qualitative and numerical analysis of the cosmological model based on phantom scalar field with self interaction

Keywords: cosmological model, phantom scalar field, quality analysis, asymptotic behavior, numerical simulation, numerical gravitation.

PACS: 04.20.Cv, 98.80.Cq, 96.50.S 52.27.Ny

Based on a qualitative analysis of the system of differential equations a cosmological model based on phantom scalar field, the asymptotic behavior of such models and shows that in contrast to the models with a classical scalar field, such models are asymptotically stable solutions with a constant value of the potential in the infinite past, and in the infinite future. The numerical models of cosmological evolution models with phantom scalar field.

REFERENCES

1. Ignat'ev Yu.G. Cosmological evolution of plasma with scalar interparticle interaction. I. Canonical formulation of classical scalar interaction, *Russ. Phys. J.*, 2012, vol. 55, no. 2, pp. 166-172.
2. Ignatiev Yu.G. Cosmological evolution of the degenerated plasma with interparticle scalar interaction. II. Formulation of mathematical model, *Russ. Phys. J.*, 2012, vol. 55, no. 5, pp. 550-560.
3. Ignatyev Yu.G. Cosmological evolution of the plasma with interparticle scalar interaction. III. Model with attraction of like-charged scalar particles, *Russ. Phys. J.*, 2012, vol. 55, no. 11, pp. 1345-1350.
4. Ignat'ev Yu.G. Nonminimal macroscopic models of a scalar field based on microscopic dynamics, *Space, Time and Found. Interact.*, 2014, no. 1, pp. 47-69.
5. Ignatyev Yu.G., Ignatyev D.Yu. Statistical system with a fantom scalar interaction in the Gravitation Theory. I. The Microscopic Dynamic, *Grav. and Cosmol.*, 2014, vol. 20, no. 4, pp. 299-303.
6. Ignatyev Yu.G. Nonminimal Macroscopic Models of a Scalar Field Based on Microscopic Dynamics: Extension of the Theory to Negative Masses, *Grav. and Cosmol.*, 2015, vol. 21, no. 4, pp. 296-308.
7. Ignatyev Yu.G., Agathonov A.A. Numerical Models of Cosmological Evolution of a Degenerate Fermi-System of Scalar Charged Particles, *Grav. and Cosmol.*, 2015, vol. 21, no. 2, pp. 105-112.
8. Ignat'ev Yu.G. Nonequilibrium Kinetics Universe Models. I. Local Thermodynamics Conditions, *Space, Time and Found. Interact.*, 2012, no. 1, pp. 79-98.
9. Ignatyev Yu.G., Agathonov A.A., Ignatyev D.Yu. Statistical systems with fantom scalar interaction in Gravitation Theory. II. Macroscopic Equations and Cosmological Models, *Grav. and Cosmol.*, 2014, vol. 20, no. 4, pp. 304-308. arXiv:1608.05020 [gr-qc]
10. Ignat'ev Yu.G., Mikhailov M.L. Cosmological Evolution of a Boltzmann Plasma with Interparticle Phantom Scalar Interaction. I. Symmetric Cases, *Russ. Phys. J.*, 2015, vol. 57, pp. 1743-1752.
11. Ignat'ev Yu., Agathonov A., Mikhailov M., Ignatyev D. Cosmological evolution of statistical system of scalar charged particles, *Astroph. Space Sci.*, 2015, vol. 357:61.
12. Ignat'ev Yu.G., Mikhailov M.L. The cosmological evolution of asymmetric Boltzmann plasma interparticle classical scalar interaction. I. Phase transitions: a simplified model, *Space, Time and Found. Interact.*, 2016, no. 1, pp. 75-90.
13. Ignat'ev Yu. Qualitative Analysis and Numerical Simulation of Equations of the Standard Cosmological Model, arXiv:1609.00745 [gr-qc], 2016. <https://arxiv.org/pdf/1609.00745v1.pdf>
14. Ignat'ev Yu.G. The standard cosmological model: mathematical, qualitative and numerical analysis, *Space, Time and Found. Interact.*, 2016, no. 3, pp. 16-36.
15. Bogoyavlensky O.I. *Metody kachestvennoi teorii dinamicheskikh sistem v astrofizike i gazovoi dinamike* (Methods of the qualitative theory of dynamical systems in astrophysics and gas dynamics), Moscow: Nauka, 1980, 320 p.

Received 30.09.2016

Ignat'ev Yurii Gennadievich, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Lobachevsky Institut of Mathematics and Mechanics, Kazan Federal University, ul. Kremlyovskaya, 35, Kazan, 420008, Russia.
E-mail: ignatev_yu@rambler.ru

Agathonov Alexander Alexeevich, Candidat of Physics and Mathematics, Assistant Professor, Lobachevsky Institut of Mathematics and Mechanics, Kazan Federal University, ul. Kremlyovskaya, 35, Kazan, 420008, Russia.
E-mail: a.a.agathonov@gmail.com