УДК 53.01; 53.02; 530.1

Ю. С. Владимиров, [1] ***Д. А. Терещенко*** [2]

ПРИНЦИП МАХА В ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПАРАДИГМЕ

Показано, что в рамках 5-мерной геометрической модели типа теории Калуцы со скаляризмом реализуется принцип Маха, — имеет место изменение масс заряженных тел в окрестности массивного нейтрального источника. В этой теории в качестве скалярного поля выступает 15-я компонента метрики, которая ответственна за то, что из 5-го уравнения геодезических следует зависимость отношения заряда к массе тела от r. Полагая, что заряд остается постоянным, приходим к проявлению принципа Маха в его эйнштейновском понимании.

Ключевые слова: принцип Маха, 5-мерная теория Калуцы, изменения масс, геометрическая парадигма, реляционная парадигма.

PACS: 04.20.Cv.; 04.50.+h

Введение

Согласно взглядам Э. Маха и немецкой физической школы середины XIX века, физический мир представляет собой неразрывное целое, так что свойства его отдельных частей, обычно понимаемые как локальные (присущие отдельно взятым системам), на самом деле обусловлены распределением всей материи мира, или глобальными свойствами Вселенной. Э. Мах писал: «Дело именно в том, что природа не начинает с элементов, как мы вынуждены начинать. Для нас во всяком случае счастье то, что мы в состоянии временами отвлечь наш взор от огромного целого и сосредоточиться на отдельных частях его. Но мы не должны упускать из виду, что необходимо впоследствии дополнить и исправить дальнейшими исследованиями то, что мы временно оставили без внимания» [1].

Первые упоминания о возможности влияния Вселенной на объекты окружающего мира высказывались рядом философов XVIII – XIX веков, однако в физическом плане эти идеи стали серьезно обсуждаться представителями немецкой физической школы в середине XIX века: Нейманом, Цельнером и другими. От них эти идеи воспринял и настойчиво отображал в своем творчестве Эрнст Мах.

Идеи Маха были возведены в ранг принципа А. Эйнштейном в 1919 году: «Принцип Маха: G-поле полностью определено массами тел. Масса и энергия, согласно следствиям специальной теории относительности, представляют собой одно и то же; формально энергия описывается симметричным тензором энергии: это означает, что G-поле обусловливается и определяется тензором энергии материи» [2]. В примечании Эйнштейн разъясняет: «Название “принцип Маха” выбрано потому, что этот принцип является обобщением требования Маха, что инерция должна сводиться к взаимодействию тел».

Создавая общую теорию относительности, Эйнштейн был уверен, что реализует идеи Маха. Это проявилось, например, в письме Эйнштейна к Маху от 25 июня 1913 года [3].

Исходя из своего понимания идей Маха, Эйнштейн ожидал, что в создаваемой им теории должен проявляться ряд существенных следствий. Ожидалось, что одним из них должна быть зависимость масс пробных объектов от расположения вблизи них других массивных объектов. В частности, в статье “Существует ли гравитационное воздействие, аналогичное электродинамической индукции?” (1912 г.) [4]. Он приводил следующую формулу для масс

$$m = m_0(1 + \Phi/c^2), \qquad (1)$$

где Φ — значение ньютонового потенциала в месте нахождения пробного тела.

Другое ожидание сказалось на построении Эйнштейном статического космологического решения. Построенная им первая космологическая модель была основана на модели замкнутого

[1] E-mail: yusvlad@rambler.ru
[2] E-mail: dima91ter@yandex.ru

пространственного мира, описываемого сферической геометрией Римана (постоянной положительной кривизны). В случае такой космологической модели вполне законно говорить о выполнимости принципа Маха в том смысле, что масса всех тел генерируется конечным значением полной массы всего окружающего мира.

Однако вскоре после создания общей теории относительности стало ясно, что в ней принцип Маха выполняется в значительно более узком смысле. При большом желании его выполнимость можно усмотреть лишь в том, что метрика становится функцией координат и зависит от распределения окружающей материи. Она находится из уравнений Эйнштейна, содержащих справа тензор энергии-импульса материи. Однако уравнения Эйнштейна допускают и вакуумные решения, то есть в отсутствие материи.

Несоответствие с принципом Маха можно усмотреть уже в свойствах метрики Шварцшильда — наиболее важного сферически-симметричного решения уравнений Эйнштейна, на основе которого описываются классические эффекты общей теории относительности. Во-первых, эта метрика находится из решения уравнений Эйнштейна $R_{\mu\nu} = 0$ с нулевой правой частью (в отсутствие материи за пределами центрального источника), во-вторых, из вида этой метрики следует, что на бесконечности пространство-время описывается метрикой Минковского. Это сразу же лишает смысла вопрос о маховском происхождении массы самого центрального источника. В-третьих, из уравнений геодезических в метрике Шварцшильда никак не следует зависимость масс от расстояния до центрального источника. В уравнениях геодезических вообще отсутствует масса пробного тела.

Неудачными оказались и космологические ожидания Эйнштейна. Сразу же за построением его статической космологической модели было найдено космологическое решение де Ситтера, в котором вообще отсутствует материя. А затем уже были найдены три вида однородных изотропных космологических решений А. А. Фридмана. Среди них были как закрытая (замкнутая) модель, так и еще два вида открытых космологических моделей, описываемых геометриями Евклида и Лобачевского. Если закрытую модель по-прежнему можно было считать соответствующей принципу Маха, то открытые модели в общем случае не соответствовали этому принципу.

Эйнштейн ожидал большего. Под влиянием этих и ряда других факторов он изменил свое отношение к идеям Маха, написав: «По мнению Маха в действительно рациональной теории инертность должна, подобно другим ньютоновским силам, происходить от взаимодействия масс. Это мнение я в принципе считал правильным. Оно неявным образом предполагает, однако, что теория, на которой все основано, должна принадлежать тому же общему типу, как и ньютонова механика: основными понятиями в ней должны служить массы и взаимодействия между ними. Между тем не трудно видеть, что такая попытка не вяжется с духом теории поля» [5]. Именно в этом состояло главное: эйнштейновская общая теория относительности оказалась построенной в духе традиционной теории поля (в рамках концепции близкодействия), тогда как Э. Мах мыслил в духе концепции дальнодействия.

1. Дискуссии по поводу принципа Маха в геометрической парадигме

Дж. Уилер пытался все-таки реализовать принцип Маха в рамках геометрической (эйнштейновской) парадигмы. Он писал: «Принцип Маха, а также идея Римана о том, что геометрия пространства соответствует физике и играет в ней существенную роль, это два глубоких русла мысли, которые Эйнштейн объединил с помощью своего мощного принципа эквивалентности, получив в результате геометрическое описание тяготения и движения. В ходе своих исследований Эйнштейн принял, что гравитация сама является тем взаимодействием, благодаря которому (согласно Маху) один объект влияет на инертные свойства другого» [6].

В своей статье “Принцип Маха как граничное условие для уравнений Эйнштейна” Уилер с целью так или иначе согласовать принцип Маха с общей теорией относительности сформулировал и проанализировал ряд возможных формулировок этого принципа.

Первая формулировка гласила: «Инертные свойства объекта определяются распределением массы — энергии во всем пространстве».

Однако Уилер отверг эту формулировку, поскольку ее можно трактовать “как требование пересмотра теории относительности Эйнштейна”.

Вторая и третья его формулировки также диктовали пересмотр оснований ОТО. Согласовывалась с ОТО лишь четвертая, последняя его формулировка, гласящая: «Прошлая, настоящая и будущая геометрия пространства-времени и, следовательно, инертные свойства каждой бесконечно малой пробной частицы определяются заданием достаточно регулярной замкнутой трехмерной геометрии в два непосредственно следующие друг за другом момента времени, а также плотности и потока массы-энергии» [6].

Уилер пришел к выводу, что хотя еще не решен ряд вопросов «по-видимому, все же можно принять в качестве рабочей гипотезы четвертую формулировку принципа Маха»: «В этом смысле принцип Маха предлагается рассматривать как граничные условия для уравнений поля Эйнштейна — существенную часть плана построения общей теории относительности. Самое короткое математическое выражение принципа Маха в данной формулировке дается "сжатым вариационным принципом для случая двух гиперповерхностей". Как мы видели, в этой формулировке подразумевается требование замкнутости модели Вселенной» [6].

Однако, во-первых, эта формулировка предполагает использование закрытых космологических моделей (с постоянной положительной кривизной), что противоречит современным представлениям о плоской в целом геометрии мира, и, во-вторых, рассмотрение двух близких пространственных сечений и переходов между ними больше соответствует идеологии не геометрического, а реляционного подхода к мирозданию. Как уже отмечалось, эта идеология и привела Эйнштейна к созданию ОТО.

Отметим, что различные трактовки принципа Маха (в эйнштейновском их понимании, то есть в связи с обоснованием инерции) обсуждались многими видными представителями мирового физического сообщества в течение всего XX века. При этом, как правило, это делалось в согласии с первыми двумя формулировками, данными Уилером, то есть в духе пересмотра принципов ОТО.

Так, Мартин Гарднер писал, что Эйнштейн вынужден был отказаться от принципа Маха, потому что относительность в ОТО не доведена до предела: «Точка зрения, предполагающая существование пространственно-временной метрики даже в отсутствии звезд, в действительности очень близка к старой теории эфира. Вместо неподвижного, невидимого студня, именуемого эфиром, предполагается неподвижная, невидимая структура пространства-времени. Если принять это предположение, то ускорение и вращение приобретают подозрительно абсолютный характер. Однако если явления инерции относительны по отношению к структуре, созданной звездами, то относительность выступает в своем наиболее чистом виде» [7].

Далее Гарднер отмечал, что все старые доводы восемнадцатого и девятнадцатого веков о существовании "пространства" или "эфира" независимо от вещества высказываются и сейчас, но теперь спорят о пространственно-временной структуре ("метрическом поле") космоса.

С. Вайнберг в своей книге "Гравитация и космология" также затрагивает вопрос о проявлениях принципа Маха и высказывает мысль, что масса может зависеть «не только от существования фиксированных звезд, но также, очень слабо, и от распределения материи в непосредственной близости от частиц» [8].

2. Принцип Маха в теории Хойла–Нарликара

Наиболее яркими сторонниками соблюдения принцип Маха в обобщенных теориях гравитации были английский физик-теоретик Ф. Хойл и его сотрудник Дж. Нарликар. Так, Дж. Нарликар по поводу отречения Эйнштейна от принципа Маха писал: «Ньютоновская концепция инерции и ее измерение в единицах массы были для него неудовлетворительными. Если масса — количество материи в теле, то как понимать ее измерение? Для Маха масса и инерция были не внутренними свойствами тела, а следствиями существования во Вселенной, содержащей другую материю. Для того, чтобы измерить массу, необходимо использовать соотношение $\vec{F} = m\vec{a}$, то есть измерить силу и поделить ее на производимое ею ускорение. Но 2-ой закон Ньютона сам зависит от использования абсолютного пространства, которое теперь идентифицируется с фоновым пространством далекой материи. Таким образом, согласно идее Маха, масса как-то определяется далекой материей» [9].

Для реализации принципа Маха в такой его формулировке Ф. Хойл и Дж. Нарликар в большой серии работ развили специальную теорию [10], названную ими теорией прямого межчастичного гравитационного взаимодействия, однако ее правильнее было бы назвать специальным вариантом теории прямого межчастичного скалярного взаимодействия на фоне искривленного пространства-времени общей теории относительности.

Согласно этой теории, действие для всей системы частиц представляется в виде:

$$S = -\frac{1}{2}\sum_i \sum_{k\neq i} \lambda_i \lambda_k \int\int G(x_i, x_k)\, ds_i\, ds_k, \tag{2}$$

где λ_i и λ_k — некие вещественные постоянные, определяющие массовые вклады отдельных частиц, а $G(x_i, x_k)$ — функция Грина, удовлетворяющая дифференциальному уравнению:

$$\left(g^{\mu\nu}(x_i)\nabla_\mu\nabla_\nu - \frac{1}{6}R(x_i)\right)G(x_i, x_k) = \delta^{(4)}(x_i, x_k)/\sqrt{-g}. \tag{3}$$

Здесь $R(x_i)$ — скалярная кривизна в месте расположения частицы i.

Заметим, что в ранних работах Фейнмана и Уилера [11], роль функции Грина играла дираковская дельта-функция, которая также удовлетворяет аналогичному дифференциальному уравнению, однако в плоском пространстве-времени.

Для выделенной частицы i из (2) определяется свободное действие:

$$S_i = -m_i \int ds_i = -\lambda_i \sum_{k\neq i} \lambda_k \int\int G(x_i, x_k)dx_i dx_k, \tag{4}$$

то есть, как и требовалось, масса выделенной частицы определяется вкладами от всех частиц окружающего мира.

Однако теория Хойла и Нарликара обладает рядом недостатков. Прежде всего, следует отметить, что эта теория имеет эклектичный характер, — в этой теории производится смешение двух метафизических парадигм: геометрической и реляционной. На ее полевой характер в свое время обращали внимание Дезер и Пирани.

Во-вторых, возникает вопрос о значениях параметров λ_i в том смысле, что чем они лучше прямого постулирования значений масс? Понимая это, авторы при конкретных вычислениях полагали эти параметры равными единице, но в этом случае возникают новые вопросы типа: Чем обусловлено отличие масс различных тел, помещаемых в одну и ту же точку пространства-времени?

В-третьих, эта теория обладает недостатками и других ранее названных теорий прямого межчастичного взаимодействия (электромагнитного и линеаризованного гравитационного), главным из которых является использование заранее заданного пространства-времени. При этом не так важно, оно плоское или искривленное.

При обсуждении этой теории в научном сообществе назывались и иные недостатки теории Хойла и Нарликара.

Отметим, что в ряде наших работ [12, 13], выполненных в русле последовательной реляционной парадигмы (в духе идей Г. Лейбница и Э. Маха), также обсуждался вопрос о проявлениях принципа Маха. При этом оказывалось, что ряд его проявлений также можно считать соответствующим прямому межчастичному скалярному взаимодействию. Данный факт породил идею исследовать возможности обоснования принципа Маха в рамках 5-мерных геометрических моделей, где, также имеется скалярное поле φ, обусловленное 15-й компонентой метрического тензора $G_{55} = -\varphi^2$. Заметим, что в 5-мерной теории Калуцы для полного согласования с ОТО и теорией Максвелла скалярное поле исключается дополнительным постулатом $G_{55} = -1$.

3. Монадный метод в пятимерной теории Калуцы

В ряде работ нашей группы в свое время были изучены возможности 5-мерных моделей физических взаимодействий типа теории Калуцы, в том числе и со скаляризмом.

Квадрат 5-мерного интервала в этой теории записывался в виде:

$$dI^2 = G_{AB}dx^A dx^B, \tag{5}$$

где G_{AB} — компоненты 5-мерной метрики G_{AB}. Здесь и далее заглавные латинские индексы пробегают 5 значений: $A, B, \ldots = 0, 1, 2, 3, 5$.

Для физической интерпретации выражений 5-мерной теории использовался монадный метод, то есть процедура 4+1-расщепления как метрики, так и 5-мерных уравнений типа Эйнштейна.

1. *Алгебра монадного метода.* Постулируется, что в каждой точке 5-мерного многообразия с метрическим тензором G_{AB} определен вектор (монада) $\lambda_A \equiv G(5)_A$. Исходной формулой является представление метрического тензора в виде

$$G_{AB} = -\lambda_A\lambda_B + g_{AB}, \tag{6}$$

где g_{AB} — метрический тензор 4-мерного пространственно-временного сечения, ортогонального λ_A. Подчеркнем, что для соответствия с общепринятыми физическими данными необходимо использовать сигнатуру: $(+----)$, то есть пятую координату следует считать пространственно-подобной.

Составляющие 5-мерного метрического тензора в (6) удовлетворяют условиям ортонормированности

$$\lambda_A\lambda_B G^{AB} = -1; \quad \lambda_A g^{AB} = 0; \quad g_{AB}g^{AB} = 4. \tag{7}$$

Выберем монаду λ^A вдоль направления дополнительной координаты x^5, тогда из условия нормировки в (7) следует представление λ_A через компоненты 5-мерного метрического тензора:

$$\lambda^A = \frac{G_5^A}{\sqrt{-G_{55}}} = \{\lambda^\mu = 0; \lambda^5 = \frac{1}{\sqrt{-G_{55}}}\}; \quad \lambda_A = \frac{G_{A5}}{\sqrt{-G_{55}}} = \{\lambda_\mu = \frac{G_{5\mu}}{\sqrt{-G_{55}}}; \lambda_5 = -\sqrt{-G_{55}}\}. \tag{8}$$

Такое представление будем называть калибровкой монады.

В данной калибровке из формул (7) и (8) можно найти выражения компонент 4-мерного метрического тензора через компоненты G_{AB}:

$$g_{\mu\nu} = G_{\mu\nu} - \lambda_\mu\lambda_\nu = G_{\mu\nu} - \frac{G_{\mu5}G_{\nu5}}{G_{55}}; \quad g^{\mu\nu} = G^{\mu\nu}; \quad g^\mu_\nu = G^\mu_\nu; \tag{9}$$

$$g_{5\mu} = 0; \quad g_{55} = 0; \quad g^{5\mu} = G^{5\mu}; \quad g^5_\mu = -\lambda_\mu\lambda^5; \quad g^B_5 = 0; \quad g^{55} = -[(\lambda^5)^2 - \lambda_5^2]. \tag{10}$$

В данной калибровке выделяется подмножество систем координат, связанных преобразованиями:

$$x'^5 = x'^5(x^0, x^1, x^2, x^3, x^5); \tag{11}$$

$$x'^\mu = x'^\mu(x^0, x^1, x^2, x^3). \tag{12}$$

Назовем калибровочно инвариантными 4-тензорами величины, инвариантные при преобразованиях 5-й координаты (11) и ковариантные относительно 4-мерных преобразований (12). Таковыми будут компоненты 4-мерного метрического тензора (9) и все спроецированные на классическое пространство-время тензоры. В такой теории будут использоваться лишь калибровочно инвариантные величины и операторы. В дальнейшем их будем помечать тильдой сверху.

Квадрат 5-мерного интервала можно представить в следующем виде

$$dI^2 = G_{AB}dx^A dx^B = ds^2 - d\lambda^2, \tag{13}$$

где использованы спроецированные смещения

$$d\lambda = dx^A\lambda_A; \quad ds^2 = g_{AB}d\tilde{x}^A d\tilde{x}^B \equiv g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu. \tag{14}$$

2. *Монадные физико-геометрические тензоры* — это тензоры, которые можно построить из монадных составляющих метрического тензора и их первых производных. Как и в случае 4-мерной теории, имеются три и только три таких тензора:

$$\Phi_A = \lambda^B(\lambda_{A,B} - \lambda_{B,A}) \to \Phi_\mu = -\lambda^5\frac{\partial\lambda_5}{\partial x^\mu}; \tag{15}$$

$$\tilde{F}_{AB} = -\frac{1}{2}g_A^C g_B^D(\lambda_{C,D} - \lambda_{D,C}) \to \tilde{F}_{\mu\nu} = -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\lambda_\mu}{\partial x^\nu} - \frac{\partial\lambda_\nu}{\partial x^\mu} + \Phi_\mu\lambda_\nu - \Phi_\nu\lambda_\mu\right); \tag{16}$$

$$D_{AB} = \frac{1}{2}\left(\lambda^C g_{AB,C} + \lambda^C_{,B}g_{AC} + \lambda^C_{,A}g_{BC}\right) \to D_{\alpha\beta} = 0. \tag{17}$$

Во всех этих формулах сначала соответствующие тензоры записаны в общековариантном виде, а затем переписаны в используемой калибровке.

Анализ показывает, что для описания нейтральных гравитационного, электромагнитного и скалярного полей следует полагать, что компоненты 5-мерного метрического тензора не зависят от пятой координаты, то есть используется условие цилиндричности по x^5. Это означает, что третий физико-геометрический тензор обращается в нуль ($D_{\alpha\beta} = 0$).

3. *Монадные операторы дифференцирования* заменяют ковариантные производные и по определению таковы, что, действуя на спроецированные величины, приводят к спроецированным же выражениям. Таковых операторов, как и в 4-мерной теории, два.

Монадный оператор по выделенному направлению записывается проецированием производной Ли по всем индексам на ортогональные λ_A направления. Запишем в общем виде этот оператор сразу в используемой калибровке

$$\partial_5^+ \tilde{B}^{\mu\cdots}_{\nu\cdots} = \lambda^B \frac{\partial \tilde{B}^{\mu\cdots}_{\nu\cdots}}{\partial x^B} = \frac{1}{\lambda_5}\frac{\partial \tilde{B}^{\mu\cdots}_{\nu\cdots}}{\partial x^5}. \tag{18}$$

Согласно тому, что метрика не зависит от пятой координаты, данный монадный оператор далее использоваться не будет.

Оператор ковариантного дифференцирования по направлениям, ортогональным выделенному, имеет вид

$$\nabla_\sigma \tilde{B}^{\mu\cdots}_{\nu\cdots} = \partial_\sigma \tilde{B}^{\mu\cdots}_{\nu\cdots} + \Gamma^\mu_{\sigma\lambda}\tilde{B}^{\lambda\cdots}_{\nu\cdots}\cdots - \Gamma^\lambda_{\sigma\nu}\tilde{B}^{\mu\cdots}_{\lambda\cdots}\cdots. \tag{19}$$

— калибровочно инвариантный оператор дифференцирования по направлениям сечения, ортогонального λ_A. При условии цилиндричности 5-мерной метрики по x^5, 4-мерные символы Кристоффеля принимают обычный вид и монадные операторы ковариантного дифференцирования переходят в обычные ковариантные производные.

4. Геометрические уравнения в монадном виде

Как и в случае 4-мерной теории, монадный вид соотношений означает их представление в такой форме, что в них входят только спроецированные величины, монадные физико-геометрические тензоры и монадные операторы дифференцирования. Выпишем в калибровочно инвариантном виде наиболее важные для построения физической теории геометрические величины и уравнения.

1. *Уравнения геодезических линий* в 5-мерной теории имеют вид

$$\frac{d^2x^A}{dI^2} = -\Gamma^A_{BC}\frac{dx^B}{dI}\frac{dx^C}{dI}. \tag{20}$$

Введем калибровочно инвариантные компоненты 5-скорости и 5-импульса:

$$u^\mu = \frac{dx^\mu}{ds}; \quad \frac{d\lambda}{ds} = \lambda_5\frac{dx^5}{ds} + \lambda_\mu u^\mu, \tag{21}$$

тогда уравнения геодезических линий можно представить в виде скалярной и 4-мерной векторной частей:

$$\frac{d^2\lambda}{ds^2} = \left[1 - \left(\frac{d\lambda}{ds}\right)^2\right]\left(-\frac{d\lambda}{ds}\Phi_\mu u^\mu\right); \tag{22}$$

$$\frac{du^\mu}{ds} = -\Gamma^\mu_{\alpha\beta}u^\alpha u^\beta - 2\frac{d\lambda}{ds}\tilde{F}^\mu_{\cdot\nu}u^\nu - \left(\frac{d\lambda}{ds}\right)^2(\Phi^\mu - u^\mu u_\nu \Phi^\nu). \tag{23}$$

2. *Обобщенные 5-мерные уравнения Эйнштейна* постулируются в том же виде, что и 4-мерные:

$${}^5R_{AB} - \frac{1}{2}G_{AB}{}^5R = \tilde{æ}Q_{AB}, \tag{24}$$

где $\tilde{æ}$ — некоторая константа. Выпишем эти уравнения в общем калибровочно инвариантном виде при условии цилиндричности по пятой координате:

$${}^4R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}{}^4R = -2\left(\tilde{F}_{\mu\alpha}\tilde{F}^\alpha_{\nu\cdot} - \frac{g_{\mu\nu}}{4}\tilde{F}_{\alpha\beta}\tilde{F}^{\alpha\beta}\right) + \tilde{æ}\tilde{Q}_{\mu\nu}$$

$$+\Phi_\mu\Phi_\nu + \frac{1}{2}\left(\tilde{\nabla}_\mu\Phi_\nu\tilde{\nabla}_\nu\Phi_\mu\right) - g_{\mu\nu}(\Phi_\alpha\Phi^\alpha\tilde{\nabla}_\alpha\Phi^\alpha); \tag{25}$$

$$\nabla_\nu(-\tilde{F}^{\mu\nu}) - 2\Phi_\alpha\tilde{F}^{\alpha\mu} = \tilde{æ}Q^\mu_B\lambda^B; \tag{26}$$

$$-\frac{1}{2}{}^4R - \frac{3}{2}\tilde{F}_{\alpha\beta}\tilde{F}^{\alpha\beta} = -\tilde{æ}Q_{AB}\lambda^A\lambda^B. \tag{27}$$

5. Скаляризм в электродинамике и его интерпретация

Введем специальное обозначение для скалярного поля геометрического происхождения

$$G_{55} = -\varphi^2 \;\to\; \lambda_5 = -\varphi; \quad \lambda^5 = \varphi^{-1}; \quad \lambda_\mu = G_{5\mu}/\varphi. \tag{28}$$

При наличии скалярного поля необходимо переопределить записанные выше формулы (9), интерпретирующие геометрические величины через физические

$$\lambda_\mu = \frac{2\sqrt{G}\varphi}{c^2} A_\mu; \quad \tilde{F}_{\mu\nu} = \frac{\sqrt{G}\varphi}{c^2} F_{\mu\nu}; \quad \frac{d\lambda}{ds} = -\frac{q}{2m_0\sqrt{G}\varphi}; \tag{29}$$

$$g_{\mu\nu} = G_{\mu\nu} + \frac{G_{5\nu}G_{5\nu}}{\varphi^2} = G_{\mu\nu} + \frac{4G\varphi^2}{c^4} A_\mu A_\nu. \tag{30}$$

Кроме того, теперь появится напряженность скалярного поля, описываемая физико-геометрическим вектором

$$\Phi_\mu = \frac{1}{\varphi}\frac{\partial\varphi}{\partial x^\mu}. \tag{31}$$

В данном варианте 5-мерной теории Калуцы встает проблема физической интерпретации скалярного поля φ. В работах большинства авторов она рассматривается как потенциал пока не обнаруженного скалярного поля геометрического происхождения. Теорию с таким полем предлагается назвать 5-мерием со скаляризмом по аналогии с термином “электромагнетизм”. Ниже будет рассмотрен ряд возможных эффектов, обусловленных геометрическим скалярным полем.

4-Мерные уравнения геодезических в этой теории принимают вид

$$\frac{du^\mu}{ds} = -\Gamma^\mu_{\alpha\beta} u^\alpha u^\beta + \frac{q}{m_o c^2} F^\mu_{\cdot\nu} u^\nu - \frac{q^2}{4Gm_o^2\varphi^2}(\Phi^\mu - u^\mu u_\nu \Phi^\nu). \tag{32}$$

При $G_{55} = -1$ эти уравнения совпадают с общепринятыми уравнениями движения заряженных частиц в искривленном пространстве-времени в присутствии электромагнитного поля.

6. Сферически-симметричные решения многомерных уравнений Эйнштейна

Рассмотрим цилиндрические по 5-й координате статические сферически-симметричные решения 5-мерных уравнений Эйнштейна. Простейшее из них получается из 4-мерной метрики Шварцшильда добавлением компонент $G_{55} = -1$, $G_{5\mu} = 0$:

$$dI^2 = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right) dx^{o2} - \left(1 - \frac{r_g}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2) - dx^{5^2}. \tag{33}$$

Более общее сферически-симметричное решение, нежели (33), — со скалярным полем — было найдено в виде [14]:

$$dI^2 = \left(1 - \frac{\tilde{r}_g}{r}\right)^{A-B} dx^{o2} - \left(1 - \frac{\tilde{r}_g}{r}\right)^{-A-B} dr^2 -$$

$$-r^2\left(1 - \frac{\tilde{r}_g}{r}\right)^{1-A-B} (d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2) - \left(1 - \frac{\tilde{r}_g}{r}\right)^{2B} dx^{5^2}, \tag{34}$$

где $\tilde{r}_g$, A и B — константы. Последние две связаны соотношением

$$A^2 + 3B^2 = 1. \tag{35}$$

Ясно, что (34) переходит в метрику (33) при $B = 0,\ A = 1$.

Отметим, что для физической интерпретации результатов 5-мерной теории со скаляризмом существенное значение имеет вопрос о выборе конформного фактора перед 4-мерной частью метрики. Анализ этого вопроса приводит к выводу, что в качестве конформного фактора следует выбрать компоненту метрики G_{55}. Это означает, что следует исходить из следующего выражения для 5-мерной метрики:

$$dI^2 = \left(1-\frac{\tilde{r}_g}{r}\right)^{2B}\left\{\left[\left(1-\frac{\tilde{r}_g}{r}\right)^{A-3B}dx^{0^2}-\left(1-\frac{\tilde{r}_g}{r}\right)^{-A-3B}dr^2-\right.\right.$$

$$\left.\left.-r^2\left(1-\frac{\tilde{r}_g}{r}\right)^{1-A-3B}(d\theta^2+\sin^2\theta d\varphi^2)\right]-dx^{5^2}\right\}=\left(1-\frac{\tilde{r}_g}{r}\right)^{2B}\left[ds^2-(dx^5)^2\right]. \qquad (36)$$

Для удобства сопоставления с метрикой Шварцшильда желательно записать 4-мерную часть метрики, полученную процедурой 4+1-расщепления из (36), в координатах кривизн, то есть когда $g_{22} = -r^2$. Однако это можно сделать лишь в неявном виде, поэтому запишем 4-метрику в координатах кривизн приближенно. Переобозначим константы

$$\tilde{\alpha} = \frac{2B}{A-B} \;\rightarrow\; \tilde{r}_g = r_g\sqrt{\tilde{\alpha}^2+\tilde{\alpha}+1};$$

$$A = \frac{\tilde{\alpha}2}{2\sqrt{\tilde{\alpha}^2+\tilde{\alpha}+1}}; \quad B = \frac{\tilde{\alpha}}{2\sqrt{\tilde{\alpha}^2+\tilde{\alpha}+1}} \qquad (37)$$

и преобразуем r согласно формуле

$$r'^2 = r^2\left(1-\frac{\tilde{r}_g}{r}\right)^{1-A-3B}. \qquad (38)$$

Очевидно, это преобразование входит в класс дозволенных преобразований (12). Легко видеть, что при $\tilde{\alpha} = 0$ метрика (34) переходит в (33).

Представим компоненты метрики в виде ряда по r_g/r. После несложных вычислений находим

$$ds^2 \simeq \left[1-(1-\tilde{\alpha})\frac{r_g}{r}\right]dx^{0^2}-\left[1+(1+2\tilde{\alpha})\frac{r_g}{r}\right]dr^2-r^2(d\theta^2+\sin^2\theta d\varphi^2); \qquad (39)$$

$$\lambda_5^2 \equiv \varphi^2 \simeq 1-\tilde{\alpha}\frac{r_g}{r}-\frac{\tilde{\alpha}(\tilde{\alpha}+1)}{2}\left(\frac{r_g}{r}\right)^2. \qquad (40)$$

В любой интерпретации скаляризма λ_5 описывает влияние скалярного поля вблизи источника. При этом константа $\tilde{\alpha}$ (точнее, $\tilde{\alpha}r_g$) характеризует скалярный заряд источника.

В ряде работ обсуждались возможные эффекты в 5-мерной теории с переменной компонентой G_{55}, понимаемой как потенциал пока не открытого скалярного поля геометрического происхождения. Прежде всего обращалось внимание на поправки к классическим эффектам ОТО. Они находятся из уравнений геодезических линий в 5-мерной метрике (20) (или в приближенной метрике (39) со скалярным полем (40)). Вычисления, аналогичные проделанным в метрике Шварцшильда, дают для смещения перигелия (Меркурия) значение

$$\delta\phi = (1+2\tilde{\alpha})\delta\phi_0, \qquad (41)$$

где $\delta\phi_0$ — угловое смещение перигелия в ОТО. Аналогично находится поправка к известному общерелятивистскому эффекту отклонения лучей света, проходящих вблизи Солнца,

$$\delta\beta = \left(1-\frac{\tilde{\alpha}}{2}\right)\delta\beta_0, \qquad (42)$$

где $\delta\beta_0$ — угол отклонения света в ОТО.

Ставился вопрос об обнаружении этих поправок или, по крайней мере, об оценках неизвестной константы $\tilde{\alpha}$. Из формул (41) и (42) следует, что при достаточно малых значениях параметра $\tilde{\alpha}$ различия между классическими эффектами в ОТО и в 5-мерной теории могут быть неощутимыми.

7. Влияние скалярного поля на значения масс

Значительно более ощутимые эффекты скаляризма можно ожидать, из 5-го уравнения геодезической (20). Это уравнение можно представить в виде

$$\frac{d}{ds}\ln\left|\frac{(d\lambda/ds)^2}{1-(d\lambda/ds)^2}\right| = -2\frac{d}{ds}\ln\lambda_5, \tag{43}$$

где пока не использован конкретный вид λ_5. Интегрируя это уравнение в общем случае находим

$$\left(\frac{d\lambda}{ds}\right)^2 = \frac{q^2}{4Gm^2} = \frac{W_0^2}{\varphi^2 + W_0^2}, \tag{44}$$

где W_0^2 — постоянная интегрирования. Таким образом отношение электрического заряда q к массе m частицы в 5-мерной теории со скаляризмом становится переменной величиной и определяется скалярным полем λ_5.

Подставляя в (44) приближенное решение для λ_5 из (40) и полагая, что $W_0^2 \ll \tilde{\alpha}\frac{r_g}{r}$ получим

$$\left(\frac{d\lambda}{ds}\right)^2 \simeq W_0^2\left[1 + \frac{r_g\tilde{\alpha}}{r}\right]. \tag{45}$$

Есть достаточно оснований полагать, что электрический заряд частиц является константой, а все изменения относятся к значению массы. Полагая, что в выражении (44) для $d\lambda/ds$ стоит значение массы $m = m_0\varphi$, а константа интегрирования имеет вид $W_0 = q/(2m_0\sqrt{G})$, находим для случая $W_0 \ll 1$ зависимость массы m макротел от радиуса

$$m \simeq m_0\left(1 - \frac{\tilde{\alpha}r_g}{2r}\right). \tag{46}$$

Легко видеть, что это выражение будет соответствовать формуле (1), записанной Эйнштейном, если, во-первых, считать, что константа $\tilde{\alpha}$ отрицательна, и, во-вторых, если в формулу Эйнштейна перед ньютоновым потенциалом ввести коэффициент $\tilde{\alpha}$.

Из (46) следует, что отношение q/m, измеренное на Земле, должно изменяться с высотой из-за влияния скалярного заряда Земли. Кроме того, это отношение должно зависеть от расстояния Земли от Солнца (из-за влияния скалярного заряда Солнца). Учитывая, что орбита Земли — эллипс (максимальное расстояние в начале июля ~ 152 млн. км и минимальное расстояние в начале января ~ 147 млн. км), в теории со скаляризмом следовало бы ожидать сезонные изменения отношения q/m для измерений, проведенных на Земле. Из (46) видно, что значения вариаций зависят от отношения r_g/r, а также от значения параметра $\tilde{\alpha}$, который должен быть определен экспериментально.

Заключение

Мах был убежден во влиянии окружающего мира на множество наблюдаемых нами свойств и закономерностей физики. Видимо, отсюда и возникло множество различных формулировок принципа Маха. Нам представляется, что в самом общем смысле под принципом Маха следует понимать идею об обусловленности локальных свойств частиц закономерностями и распределением всей материи мира, то есть глобальными свойствами Вселенной.

Как нам представляется, в последнее время стало возможным построение физической теории, естественным образом реализующей принцип Маха. Для этого понадобилось, прежде всего, осознать, что принцип Маха является лишь одной из трех составляющих реляционной концепции Лейбница–Маха [13], включающей в себя, во-первых, реляционное понимание природы пространства-времени, во-вторых, описание взаимодействий в рамках концепции дальнодействия и только, в-третьих, принцип Маха. Без первых двух составляющих достаточно убедительно реализовать принцип Маха вряд ли удастся.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мах Э. Механика. Историко-критический очерк ее развития. Ижевск: Ижевск. республ. типогр., 2000. 456 с.
2. Эйнштейн А. Принципиальное содержание общей теории относительности // Собр. науч. трудов. Т. 1. М.: Наука, 1965. С. 613–615.
3. Хёнль Г. К истории принципа Маха // Эйнштейновский сборник. М.: Наука, 1968. С. 258–285.
4. Эйнштейн А. Существует ли гравитационное воздействие, аналогичное электродинамической индукции? // Собр. научн. трудов. Т. 1. М.: Наука, 1965. С. 223–226.
5. Эйнштейн А. Автобиографические заметки // Собр. науч. трудов. Т. 4. М.: Наука, 1967. С. 259–294.
6. Уилер Дж.А. Принцип Маха как граничное условие для уравнений Эйнштейна // Сб. “Гравитация и относительность”. М.: Мир, 1965. С. 468–529.
7. Гарднер М. Теория относительности для миллионов. М.: Атомиздат, 1967. 190 с.
8. Weinberg S. Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity, Wiley Scientific, 1972. 688 p.
9. Нарликар Дж.В. Инерция и космология в теории относительности Эйнштейна // Сб. “Астрофизика, кванты и теория относительности”. М.: Мир, 1982. С. 498–534.
10. Hoyle F., Narlikar J.V. Action at a distance in physics and cosmology. San Francisco: W.N. Freeman and Comp., 1974. 276 p.
11. Wheeler J.A., Feynman R.P. Interaction with the absorber as the mechanism of radiation // Rev. Mod. Phys. 1945. Vol. 17. P. 157–181.
12. Владимиров Ю.С. Геометрофизика. М.: БИНОМ (Лаборатория базовых знаний), 2005. 600 с.
13. Владимиров Ю.С. Реляционная концепция Лейбница–Маха. М.: ЛЕНАНД, 2017. 232 с.
14. Kramer D. Axialsymmetrishe Stationäre Lösungen der Projektiven Feldtheorie // Acta Phys. Polon. 1971. Vol. 2. № 2. P. 807–811.

Поступила в редакцию 06.04.2017

Владимиров Юрий Сергеевич, д. ф.-м. н., профессор, кафедра теоретической физики, Московский Государственный Университет им. М. В. Ломоносова, 119991, Россия, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.
E-mail: yusvlad@rambler.ru

Терещенко Дмитрий Александрович, аспирант, Институт гравитации и космологии РУДН, 115419, Россия, Москва, ул. Орджоникидзе, д. 3.
E-mail: dima91ter@yandex.ru

Yu. S. Vladimirov, D. A. Tereshchenko

Mach’s principle in the geometrical paradigm

Keywords: Mach’s principle, Kaluza’s 5-dimensional theory, change of masses, geometrical paradigm, relational conception.

PACS: 04.20.Cv.; 04.50.+h

In this paper it is shown that in Kaluza’s 5-dimensional theory with a scalar field Mach’s principle is realized. In this theory there is a change in electrically charged masses change nearby a massive electric neutral source. As a scalar field is the 15th component of the metric responsible for the 5th geodesic equation following from a charge-to-mass ratio being dependent on the distance r. Assuming that the electric charge is constant, we arrive at an appearance of Mach’s principle in this Einsteinian representation.

REFERENCES

1. Mach E. *Mekhanika. Istoriko-kriticheskij ocherk ee razvitija* (Mechanics. Historical-critical essay of its development), Izhevsk: Izhevsk. respubl. tipogr., 2000, 456 p.

2. Einshtein A. *Printsipial'noe soderzhanie obshej teorii otnositel'nosti: sbornik statey* (The fundamental contents of the General theory of relativity), Moscow: Nauka, 1965, pp. 613–615.

3. Henl' G. *K istorii pritsipa Makha* (The history of Mach's principle), 1968, Moscow: Nauka, 1968, pp. 258–285.

4. Einshtein A. *Sushestvuet li gravitatsionnoe vzaimodejstvie, analogichnoe elektromagnitnoj induktsii? Sobr. nauch. tr. T. 1* (Is there a gravitational interaction similar to electromagnetic induction?), Moscow: Nauka, 1965, pp. 223–226.

5. Einshtein A. *Avtobiograficheskie zametki. Sobr. nauch. tr. T. 4* (Autobiographical notes), Moscow: Nauka, 1967, pp. 259–294.

6. Wheeler J.A. *Printsip Makha kak granichnoe uslovie dlya uravnenij Einshtejna: sbornik statey* (Mach's principle as boundary condition for Einstein equation), Moscow: Mir, 1965, pp. 468–529.

7. Gardner M.*Teoriya otnositel'nosti dlya millionov* (Relativity for the Million), Moscow: Atomizdat, 1967, 190 p.

8. Weinberg S. *Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity*, Wiley Scientific, 1972, 688 p.

9. Narlikar J.V. *Inertsiya i kosmologiya v teorii otnositel'nosti Ejnshtejna* (Inertial and cosmology in Einstein's relativistic theory), Moscow: Mir, 1982, pp. 498–534.

10. Hoyle F., Narlikar J.V. *Action at a distance in physics and cosmology*, San Francisco: W.N. Freeman and Comp., 1974, 276 p.

11. Wheeler J.A., Feynman R.P. Interaction with the absorber as the mechanism of radiation, *Rev. Mod. Phys.*, 1945, vol. 17, pp. 157–181.

12. Vladimirov Yu.S. *Geometrofizika* (Geometrophysics), Moscow: BINOM (Laboratoriya bazovykh znaniy), 2005, 600 p.

13. Vladimirov Yu.S. *Relyatsionnaya kontseptsiya Leybnitsa–Makha* (Leibniz–Mach relational conception), Moscow: LENAND, 2017, 232 p.

14. Kramer D. Axialsymmetrishe Stationäre Lösungen der Projektiven Feldtheorie, *Acta Phys. Polon.*, 1971, vol. 2, no. 2, pp. 807–811.

Received 06.04.2017

Vladimirov Yuriy Sergeevich, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Department of Physics, Lomonosov State University, Lelinskie gory, 1/2, Moscow, 119991, Russia.
E-mail: yusvlad@rambler.ru

Tereshchenko Dmitriy Aleksandrovich, aspirant, Institute of gravitation and cosmology PFUR, ul. Ordzhonikidze, 3, Moscow, 115419, Russia.
E-mail: dima91ter@yandex.ru