УДК 530.12 + 531.51

КОСМОЛОГИЧЕСКАЯ ИНФЛЯЦИЯ В ТЕНЗОРНО-МУЛЬТИ-СКАЛЯРНОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

Червон С. В. [a, 1], Кубасов А. С. [b, 2], Большакова К. А. [a, 3]

[a] Лаборатория гравитации, космологии, астрофизики, Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н.Ульянова, 432071, г. Ульяновск, Россия
[b] АО «Ульяновское конструкторское бюро приборостроения», 432071, г. Ульяновск, Россия

В данной работе показано, что тензорно-мульти-скалярная теория гравитации (ТМС ТГ) допускает инфляционные решения для вакуумного случая, то есть при отсутствии не-гравитационной материи. Для двухполевой ТМС ТГ найдены решения при наличии источника в виде скалярного поля, находящегося в режиме медленного скатывания, когда гравитационная часть задана в картине Эйнштейна, а действие не-гравитационного поля S_m задается в картине Йордана. В этом случае найдены классы степенных и де ситтеровских инфляционных решений для различных потенциалов не-гравитационного скалярного поля.

Ключевые слова: тензорно-мульти-скалярная теория гравитации, инфляционные решения.

COSMOLOGICAL INFLATION IN TENSOR-MULTI-SCALAR THEORY OF GRAVITATION

Chervon S. V. [a, 1], Kubasov A. S. [b, 2], Bolshakova K. A. [a, 3]

[a] Department of Physics and Technical Disciplines, Ulyanovsk State Pedagogical University, 432071, Ulyanovsk, Russia
[b] AO «Ulyanovsk Design Bureau of Instrument Engineering», 432071, Ulyanovsk, Russia

In this paper, it is shown that the Tensor-Multi-Scalar Theory of Gravity (TMS TG) allows for inflationary solutions for the vacuum case, that is, in the absence of material source. For the two-field TMS TG, solutions are found in the presence of a source in the form of the scalar field in the slow-roll regime, when the gravitational part is given in the Einstein frame, and the action of the non-gravitational (material) field S_m is given in the Jordan frame. In this case, classes of power-law and de Sitter inflation solutions for various potentials of the non-gravitational scalar field are found.

Keywords: tensor-multi-scalar gravity, inflationary solutions.

PACS: 04.50.Kd
DOI: 10.17238/issn2226-8812.2018.1.50-66

Введение

Введение скалярного поля в ОТО, как источника гравитационного поля часто встречает критику на основе того факта, что скалярные поля не обнаружены экспериментально. К настоящему времени появилось вполне разумное с физической точки зрения обоснование, основанное на обнаружении бозона Хиггса в эксперименте на БАК в 2000 году. Таким образом, скалярное поле, описывающее бозон Хиггса, может рассматриваться как источник гравитационного поля ранней

[1]E-mail: chervon.sergey@gmail.com
[2]E-mail: as-kubasov@rambler.ru
[3]E-mail: katerina.novokozlova@gmail.com

Вселенной. Более того, хиггсовское поле может рассматриваться как инфлатон, приводящий к раннему ускорению в расширении Вселенной (инфляции) [1].

Обращаясь к более ранним представлениям о включении скалярного поля как источника гравитационного, приведем некоторые исторические замечания.

Йордан в 1949 году [2] отметил, что в теории объединения гравитации и электромагнетизма Клейна–Гордона при оценке масштаба 5-го измерения с неизбежностью возникает новое макроскопическое взаимодействие гравитационного напряжения, переносчиком которого является скалярное поле. Поскольку такое скалярное поле приводило к оценке 5-го измерения через координаты пространства-времени, то оно впоследствии получило название "компактон".

Фиртц (1956) [3], Йордан (1959) [2], Бранс и Дикке (1961) [4] предложили теорию гравитации, описываемую метрическим тензором и скалярным полем с неминимальным взаимодействием с гравитацией. Такая модель содержит только один свободный параметр, устремление которого к бесконечности приводит к совпадению теории с ОТО. Позднее Бегрман (1968) [5], Нордтвед (1970) [6] и Вагонер (1970) [7] обобщили теорию Фиртца–Йордана–Бранса–Дикке на случай более общей скалярно-тензорной теории гравитации за счет свободной функции перед кинетическим членом и введением потенциала самодействия для скалярного поля.

Интерес к обобщению скалярно-тензорных теорий гравитации вызван, в частности, с несостоятельностью теории Фиртца–Йордана–Бранса–Дикке дать принципиально новые (отличные от ОТО) результаты расчетов по экспериментам в Солнечной системе на основе пост-ньютоновского формализма. Тензорно-мульти-скалярная теория гравитации (ТМС ТГ), по мнению ее авторов, Дамура и Эспозито-Фарезе [8], дает разумные предсказания для четырех различных режимов наблюдений: 1) квази-стационарный режим слабых полей (в условиях Солнечной системы); 2) быстро меняющиеся слабые поля (гравитационные волны); 3) квази-стационарные сильные поля (нейтронные звезды или черные дыры); 4) эффекты смешения сильных полей и радиации для гравитационного излучения в системе многих компактных тел. Подробное изложение вышеуказанных результатов можно найти в пионерской работе Дамура и Эспозито-Фарезе 1992 года [8]. Следует отметить, что ТМС ТГ имеет много общего с самогравитирующей нелинейной сигма моделью [9] и киральной космологической моделью [10].

Тензорно-мульти-скалярная теория гравитации является естественным расширением скалярно-тензорной теории. Ее обобщение на произвольное количество скалярных полей, связанных неминимально с кривизной предложена в работах 1992 года [8] и 1995 года [11]. Интерес к этой модели появился несколько лет назад, после утверждения что поле Хиггса поддерживает раннюю инфляцию, при условии, что поле Хиггса неминимально связано с гравитацией [1], [12]. Так же есть модели в которых описана темная материя [13], релятивистские звезды [14]. В работе [13] найдены решения в ТМС ТГ для однородной и изотропной Вселенной в картине Йордана методом динамических систем в двухполевой модели. Там же [13] рассматриваются несколько скалярных полей, взаимодействующих с гравитацией и найдены пылевые решения, а также решения для эпохи преобладания излучения и доминирования вещества.

К настоящему времени инфляционная модель Вселенной стала неотъемлемой частью космологической теории, так как с ее помощью решаются проблемы плоскостности, горизонта, формирования крупномасштабной структуры Вселенной и другие. В тоже самое время инфляционная теория надежно подтверждается наблюдательными данными обсерваторий COBE, WMAP, PLANCK, BICEP2. Все это говорит о том, что наряду с проведением согласования новых (модифицированных) теорий гравитации по квази-стационарным слабым гравитационным полям в Солнечной системе, гравитационным волнам, компактным звездным объектам следует исследовать особенности космологической инфляции для подтверждения состоятельности унаследовать достигнутый прогресс космологических моделей на базе ОТО.

В настоящей работе мы проводим исследование космологической инфляции в ТМС ТГ с инфлатоном для случая двух гравитационных скалярных полей. Нами предложен метод построения решений для ТМС ТГ с использованием метода анзацев [9]. Мы ищем решения при условии, когда не-гравитационное скалярное поле находится в режиме медленного скатывания.

В разделе 2 представлены общие уравнения ТМС ТГ, выбрана метрика двухкомпонентной Киральной Космологической Модели (ККМ) и, соответственно, метрика однородной и изотропной Вселенной. Раздел 3 фиксирует выбор не-гравитационной материи как самодействующего скалярного поля в картине Йордана. Общие уравнения космологической динамики приводятся в разделе 4. Там же представлено упрощение модели на режим медленного скатывания и указан выбор специальных анзацев, упрощающих решение системы уравнений космологической динамики для ТМС ТГ. Раздел 5 посвящен решениям для первого анзаца, указан общий алгоритм конструирования решений и найдены решения для степенной инфляции и инфляции де Ситтера при различных выборах потенциалов самодействия скалярного поля. В разделе 6 представлены аналогичные исследования для второго анзаца. В Заключении суммируются результаты и указывается дальнейшее направление исследований.

1. Общие уравнения

Следуя подходу, предложенному в работе Дамура и Эспозито-Фарезе (1992) [8] мы рассматриваем ТМС ТГ в картине Эйнштейна (без неминимального взаимодействия скалярной кривизны со скалярными полями тяготения), когда действие поля материи как источника гравитации рассматривается в "физической" метрике $\widetilde{g}_{\mu\nu}$, конформно связанной с метрикой в картине Эйнштейна $g^*_{\mu\nu}$: $\widetilde{g}_{\mu\nu} = \Omega^2(\varphi)g^*_{\mu\nu}$. Таким образом, мы рассматриваем тензорно-мульти-скалярную модель теории гравитации с действием

$$S = \frac{1}{\kappa_*}\int d^4x\sqrt{-g_*}\left[\frac{R_*}{2} - \frac{1}{2}g_*^{\mu\nu}h_{AB}\varphi^A_{,\mu}\varphi^B_{,\nu} - W(\varphi^C)\right] + S_m[\psi_m, \Omega^2(\varphi)g^*_{\mu\nu}]. \qquad (1)$$

Для согласования наших обозначений в действии (1) с принятыми в работах [8], [14], можно использовать соотношения: $h_{AB} = 2\gamma_{AB},\ 2B(\varphi) = W(\varphi^C)$. Здесь и далее (*) означает, что рассмотрение проводится в эйнштейновской картине; $\kappa_* = \kappa$ – эйнштейновская гравитационная постоянная, R_* – скалярная кривизна, $g_* = det(g^*_{\mu\nu})$. Для сокращения записи мы используем $\varphi_{,\mu} = \partial_\mu\varphi$. Греческие индексы $\mu, \nu, ... = 0, 1, 2, 3$ определяют координаты пространства-времени. Заглавные латинские индексы $A, B, C, ... = 1, 2...N$ задают N скалярных полей. В дальнейшем совокупность скалярных полей $\left\{\varphi^1, \varphi^2, ...\varphi^N\right\}$, будем обозначать $\varphi := \left\{\varphi^1, \varphi^2...\varphi^N\right\}$.

Определяем тензор энергии-импульса (ТЭИ) $T^*_{\mu\nu}$ не-гравитационного поля [8], учитывая, что материя распределена в пространстве-времени $\widetilde{g}_{\mu\nu} = \Omega^2(\varphi)g^*_{\mu\nu}$

$$T^{(m)*}_{\mu\nu} = \frac{2}{\sqrt{-g_*}}\frac{\delta S_m[\psi_m, \Omega^2(\varphi)g^*_{\rho\sigma}]}{\delta g_*^{\mu\nu}}. \qquad (2)$$

При этом уравнение сохранения энергии принимает вид:

$$\nabla^\mu_* T^{(m)*}_{\mu\nu} = \frac{\partial \log\Omega(\varphi)}{\partial\varphi^B}T^{(m)*}\nabla^*_\nu\varphi^B, \qquad (3)$$

где след материального ТЭИ определяется сверткой с метрическим тензором $g_*^{\mu\nu}$: $T^{(m)*} = T^{(m)*}_{\mu\nu}g_*^{\mu\nu}$.

Варьируя действие (1) по метрике $g_*^{\mu\nu}$, получаем уравнение гравитационного поля, записанное через след тензора энергии импульса:

$$R^*_{\mu\nu} = h_{AB}\varphi^A_{,\mu}\varphi^B_{,\nu} + W(\varphi)g^*_{\mu\nu} + \kappa(T^{(m)*}_{\mu\nu} - \frac{1}{2}T^{(m)*}g^*_{\mu\nu}). \qquad (4)$$

Полевые уравнения в общем виде получаются варьированием действия (1) по полям φ^A:

$$\Box_{*g}\varphi^A - \Gamma^A_{BC}(\varphi^D)g_*^{\mu\nu}\nabla^*_\mu\varphi^B\nabla^*_\nu\varphi^C - h^{AB}\frac{\partial W(\varphi)}{\partial\varphi^B} = -\kappa h^{AB}\frac{\partial\ln\Omega(\varphi)}{\partial\varphi^B}T^{(m)*}, \qquad (5)$$

где $\Box^*_g = \nabla^*_\mu \nabla^\mu_*$.

Гравитационная часть действия (1) в отсутствии второго слагаемого S_m соответствует киральной космологической модели (ККМ) при выборе естественных единиц, включая $\kappa = 1$. Таким образом решения, полученные в ряде работ для ККМ [20–22], могут рассматриваться как вакуумные решения ТМС теории гравитации и подтверждают наличие точных решений инфляционного характера. Как отмечено в работах [20–22], рассмотрение двух киральных полей, взаимодействующих кинетическим и потенциальным способом, приводит к результатам, которые не могут быть получены для единичного поля.

В настоящей работе мы вводим в рассмотрение материальную составляющую S_m как скалярный источник в стандартной фридмановской космологической модели с потенциалом самодействия и рассматриваем режим медленного скатывания.

Скалярную составляющую действия (1) гравитационного поля выбираем в представлении двухкомпонентной ККМ с метрикой пространства целей:

$$d\sigma^2 = h_{11} d\phi^2 + h_{22}(\phi, \chi) d\chi^2. \tag{6}$$

Здесь приняты обозначения для киральных полей: $\varphi^1 = \phi,\ \varphi^2 = \chi$.

Метрику пространства-времени однородной и изотропной Вселенной запишем в представлении Фридмана-Робертсона-Уокера (ФРУ)

$$ds^2_* = -dt^2_* + a^2_*(t) dl^2_* = -dt^2_* + a^2_*(t)\left(\frac{dr^2}{1-\epsilon r^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta d\varphi^2\right), \tag{7}$$

где $\epsilon = -1, +1, 0$, что соответствует открытой, замкнутой и пространственно-плоской Вселенной. Отметим, что вместо рассмотрения открытой и замкнутой Вселенной мы можем оставаться в пространственно-плоской Вселенной, заполненной скалярным полем и идеальной жидкостью с уравнением состояния $p_{cur} = -3\rho_{cur},\ \rho_{cur} = -\epsilon/(3a^2)$ [23].

2. Выбор не-гравитационной материи

В космологических моделях инфляции активно используют скалярные поля с потенциалом самодействия как источник гравитации. Поэтому мы задаем действие материи следуя [8], как действие скалярного поля в картине Йордана:

$$S_m = \int d^4x \sqrt{-\widetilde{g}}\left[-\frac{1}{2}\psi_{,\mu}\psi_{,\nu}\widetilde{g}^{\mu\nu} - \widetilde{V}(\psi)\right]. \tag{8}$$

Как известно, существует конформная связь между картиной Эйнштейна и картиной Йордана $\widetilde{ds}^2 = \Omega^2(\varphi) ds^2_*$. Здесь и далее $(\,\widetilde{}\,)$ указывает на описание в картине Йордана. Используя (7), устанавливаются соотношения:

$$\widetilde{dt} = \Omega(\varphi) dt^*,$$
$$\widetilde{a}(t) = \Omega(\varphi) a^*(t).$$

Действие материи (8) преобразуется к картине Эйнштейна, используя конформное преобразование $\widetilde{g}_{\mu\nu} = \Omega^2(\varphi) g^*_{\mu\nu}$. Используя (2), получаем ТЭИ:

$$T^{(m)*}_{\mu\nu} = \psi^*_{,\mu}\psi^*_{,\nu} - g^*_{\mu\nu}\left[\frac{1}{2}\psi^*_{,\alpha}\psi^*_{,\beta} g^{\alpha\beta}_* + V_*(\psi)\right]. \tag{9}$$

Варьируя (8) по скалярному полю ψ, учитывая, что $\widetilde{V}_*(\psi) = \Omega^{-4}(\varphi) V_*(\psi)$ и $\widetilde{\psi} = \Omega^{-1}\psi_*$, приходим к уравнению:

$$\Box_*\psi + V^*_{,\psi} = 0. \tag{10}$$

След ТЭИ не-гравитационной материи принимает вид: $T^{(m)*} = -(\psi^*_{,\mu}\psi^{;\mu}_* + 4V_*(\psi))$. Тогда третье слагаемое в правой части уравнения (4) преобразуется к виду:

$$T^{(m)*}_{\mu\nu} - \frac{1}{2} T^{(m)*} g^*_{\mu\nu} = g^*_{\mu\nu} V(\psi) + \psi^*_{,\mu}\psi^*_{,\nu}. \tag{11}$$

3. Уравнения космологической динамики

Уравнения (4), (5) и (10) в классе метрик (6), (7) с учетом соотношения (11) приводятся к виду:

$$3H_*\dot{\chi}h_{22} + \partial_t(h_{22}\dot{\chi}) - \frac{1}{2}\frac{\partial h_{22}}{\partial \chi}\dot{\chi}^2 + \frac{\partial W(\phi,\chi)}{\partial \chi} = \kappa\frac{\partial \ln\Omega(\phi,\chi)}{\partial\chi}(\dot{\psi}_*^2 + 4V_*(\psi)), \tag{12}$$

$$\ddot{\phi}h_{11} + 3H_*\dot{\phi}h_{11} - \frac{1}{2}\frac{\partial h_{22}}{\partial \phi}\dot{\chi}^2 + \frac{\partial W(\phi,\chi)}{\partial \phi} = \kappa\frac{\partial \ln\Omega(\phi,\chi)}{\partial\phi}(\dot{\psi}_*^2 + 4V_*(\psi)), \tag{13}$$

$$H_*^2 = \frac{1}{3}\left[\frac{1}{2}h_{11}\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}h_{22}\dot{\chi}^2 + W(\phi,\chi)\right] + \frac{\kappa}{3}\left(\frac{1}{2}\dot{\psi}_*^2 + V_*(\psi)\right) - \frac{\epsilon}{a_*^2}, \tag{14}$$

$$\dot{H}_* = -\left[\frac{1}{2}h_{11}\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}h_{22}\dot{\chi}^2\right] - \frac{\kappa}{2}\dot{\psi_*}^2 + \frac{\epsilon}{a_*^2}, \tag{15}$$

$$\ddot{\psi} + 3H_*\dot{\psi} + V^*_{,\psi} = 0. \tag{16}$$

Система уравнений (12) – (16) является системой уравнений космологической динамики рассматриваемой модели. Следствия уравнений (14) – (15) можно представить как уравнения на кинетическую и потенциальную составляющие:

$$K(t) = \frac{1}{2}h_{11}\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}h_{22}(\phi,\chi)\dot{\chi}^2 + \frac{\kappa}{2}\dot{\psi_*}^2 = \frac{\epsilon}{a_*^2} - \dot{H}_*, \tag{17}$$

$$W(t) = \left[\dot{H}_* + 3H_*^2 + 2\frac{\epsilon}{a_*^2} - \kappa V_*(\psi)\right]. \tag{18}$$

Отметим, что полученные уравнения (12), (13) отличаются ненулевой правой частью от аналогичных уравнений (10.9) – (10.10) в работе [9]. Уравнения (14), (15) содержат дополнительные слагаемые в правой части, что отличает их от уравнений (10.11) – (10.12) работы [9].

3.1. Медленное скатывание и выбор специального анзаца

Для анализа теоретический предсказаний и их сопоставления с наблюдательными данными привлекается режим медленного скатывания для скалярного поля (16). Решение системы уравнений (12) – (16) будем искать, используя условия медленного скатывания: $|\dot{\psi}^2| \ll V(\psi)$ и $|\ddot{\psi}| \ll H|\dot{\psi}|$, отбрасывая вторую производную $\ddot{\psi}$ и квадрат первой $\dot{\psi}^2$. Тогда система уравнений (12) – (16) принимает вид:

$$3H_*\dot{\chi}h_{22} + \partial_t(h_{22}\dot{\chi}) - \frac{1}{2}\frac{\partial h_{22}}{\partial \chi}\dot{\chi}^2 + \frac{\partial W(\phi,\chi)}{\partial \chi} = 4\kappa\frac{\partial \ln\Omega(\phi,\chi)}{\partial\chi}V_*(\psi), \tag{19}$$

$$\ddot{\phi}h_{11} + 3H_*\dot{\phi}h_{11} - \frac{1}{2}\frac{\partial h_{22}}{\partial \phi}\dot{\chi}^2 + \frac{\partial W(\phi,\chi)}{\partial \phi} = 4\kappa\frac{\partial \ln\Omega(\phi,\chi)}{\partial\phi}V_*(\psi), \tag{20}$$

$$H_*^2 = \frac{1}{3}\left[\frac{1}{2}h_{11}\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}h_{22}\dot{\chi}^2 + W(\phi,\chi)\right] + \frac{\kappa}{3}V_*(\psi) - \frac{\epsilon}{a_*^2}, \tag{21}$$

$$\dot{H}_* = -\left[\frac{1}{2}h_{11}\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}h_{22}\dot{\chi}^2\right] + \frac{\epsilon}{a_*^2}, \tag{22}$$

$$3H_*\dot{\psi} + V^*_{,\psi} = 0. \tag{23}$$

Уравнения для кинетической и потенциальной части (17), (18) таковы:

$$K(t) = \frac{1}{2}h_{11}\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}h_{22}(\phi,\chi)\dot{\chi}^2 = \frac{\epsilon}{a_*^2} - \dot{H}_*, \tag{24}$$

$$W(t) = \left[\dot{H}_* + 3H_*^2 + 2\frac{\epsilon}{a_*^2} - \kappa V_*(\psi)\right]. \tag{25}$$

Метод разбиения (метод анзацев) для поиска решений описан в работе [9]. Для данной системы применяем следующие два разбиения кинетической и потенциальной составляющих уравнений:

АНЗАЦ 1

$$h_{11} = const., \quad h_{11}\dot{\phi}^2 = -2\dot{H}_*, \tag{26}$$

$$h_{22}(\phi,\chi) = h_{22}(\chi), \quad h_{22}(\chi)\dot{\chi}^2 = 2\frac{\epsilon}{a_*^2}, \tag{27}$$

$$W(\phi,\chi) = W_1(\phi) + W_2(\phi) + W_3(\chi), \tag{28}$$

$$W_1(\phi(t)) = 3H_*^2 + \dot{H}_*, \tag{29}$$

$$W_2(\phi(t)) + W_3(\chi(t)) = 2\frac{\epsilon}{a_*^2} - \kappa V_*(\psi), \tag{30}$$

$$\chi = \sqrt{2}t. \tag{31}$$

Следует отметить, что зависимость h_{22} от поля χ (27) в метрике пространства целей (6) может быть устранена преобразованием $\hat{\chi} = \int \sqrt{h_{22}(\chi)}d\chi$; однако сохранение этой зависимости позволяет упростить интегрирование уравнений модели и контролировать переход фантомной зоны при изменении знака $h_{22}(\chi)$.

АНЗАЦ 2

$$h_{11} = const, \quad h_{11}\dot{\phi}^2 = -2\dot{H}_*, \tag{32}$$

$$h_{22}(\phi,\chi) = h_{22}(\phi), h_{22}(\phi)\dot{\chi}^2 = 2\frac{\epsilon}{a_*^2}, \tag{33}$$

$$W(\phi,\chi) = W_1(\phi) + W_2(\phi) + W_3(\chi), \tag{34}$$

$$W_1(\phi(t)) = 3H_*^2 + \dot{H}_*, \tag{35}$$

$$W_2(\phi(t)) + W_3(\chi(t)) = 2\frac{\epsilon}{a_*^2} - \kappa V_*(\psi), \tag{36}$$

$$\chi = \sqrt{2}t. \tag{37}$$

4. Алгоритм решения для 1-го анзаца

Уравнение (20) можно представить как два уравнения с учетом выбранного разбиения (28), при этом получаем:

$$\ddot{\phi}h_{11} + 3H_*\dot{\phi}h_{11} + \frac{\partial W_1(\phi)}{\partial \phi} = 0, \tag{38}$$

$$\frac{\partial W_2(\phi)}{\partial \phi} = 4\kappa V_*(\psi)\frac{\partial \ln \Omega}{\partial \phi}. \tag{39}$$

Уравнение (38) аналогично уравнению (10.27) работы [9]. Из уравнения (26) определяется киральное поле $\phi(t)$ в квадратурах:

$$\phi(t) = \pm \int \sqrt{\frac{C-2}{h_{11}}\dot{H}_*}dt, \tag{40}$$

здесь $C = const$ постоянная интегрирования. Следует отметить, что киральное поле $\phi(t)$ всегда действительное: знак h_{11} определяет каноническое ($h_{11} = +1$) или фантомное поле ($h_{11} = -1$). Из уравнения (29), зная зависимость H_* от t можно найти потенциал поля $W_1(\phi)$, используя переход $t \to \phi$ на решении (40).

Предполагаем $\Omega(\phi,\chi) = \Omega_1(\phi)\Omega_2(\chi)$, при этом, очевидно, что $\ln\Omega(\phi,\chi) = \ln\Omega_1(\phi) + \ln\Omega_2(\chi)$. Тогда, домножая (39) на $\dot{\phi}$, получаем:

$$\dot{W}_2(\phi) = 4\kappa V_*(\psi)\partial_t \left(\ln\Omega_1(\phi)\right). \tag{41}$$

Для упрощения уравнения (27) сделаем предположение, что киральное поле $\chi(t)$ линейно зависит от t:

$$\chi(t) = \sqrt{2}t, \tag{42}$$

при этом (27) приводится к виду:

$$h_{22}(\chi) = \frac{\epsilon}{a_*^2}\Big|_{\chi=\sqrt{2}t}\,. \tag{43}$$

Остановимся подробнее на уравнении (19) в данном разбиении:

$$3H_*\dot\chi h_{22} + \partial_t(h_{22}\dot\chi) - \frac{1}{2}\frac{\partial h_{22}}{\partial\chi}\dot\chi^2 + \frac{\partial W_3(\chi)}{\partial\chi} = 4\kappa V_*(\psi)\frac{\partial\ln\Omega(\phi,\chi)}{\partial\chi}. \tag{44}$$

Домножаем (44) на $\dot\chi$ и выполняем переход к временной зависимости, учитывая результаты раздела "10.2.1. Специфика вычислений" работы [9]. В результате получаем

$$3H_*\dot\chi^2 h_{22} + \partial_t(h_{22}\dot\chi)\dot\chi - \frac{1}{2}\dot{h_{22}}\dot\chi^2 + \dot W_3(t) = 4\kappa V_*(\psi)\alpha_\chi\dot\chi. \tag{45}$$

Совершим подстановки:

$h_{22}(\chi)\dot\chi^2 = 2\frac{\epsilon}{a_*^2}$,

$\dot{h_{22}}\dot\chi^2 = -4\epsilon\frac{H_*}{a_*^2} - 2h_{22}\ddot\chi\dot\chi$,

$\partial_t(h_{22}\dot\chi)\dot\chi = -4\epsilon\frac{H_*}{a_*^2} - h_{22}\ddot\chi\dot\chi$

в уравнение (45). В результате находим производную по времени $\dot W_3(t)$:

$$\dot W_3(t) = 4\kappa V_*(\psi)(\ln\dot{\Omega_2}(\chi)) - 4\epsilon\frac{H_*}{a_*^2}. \tag{46}$$

Зассмотрим общую картину решения, учитывая, что в режиме медленного скатывания $V_*(\psi) \approx const$, $H_* \approx const.$. Тогда можно выполнить интегрирование по времени в (41) и (46). В результате получаем:

$$W_2(\phi(t)) = 4\kappa V_*(\psi)\ln\Omega_1(\phi(t)), \tag{47}$$

$$W_3(\chi(t)) = 4\kappa V_*(\psi)(\ln\Omega_2(\chi(t))) + \frac{2\epsilon}{a_*^2}. \tag{48}$$

Таким образом, решение (47) и (48) для $W_2(\phi(t))$ и $W_3(\chi(t))$ содержат произвольные функции конформного преобразования $\Omega_1(\phi(t))$ и $\Omega_2(\chi(t))$. В рамках решения медленного скатывания соотношения $V_*(\psi) \approx const,\ H_* \approx const$ приводят к тому, что $\dot\phi^2(t) \approx 0$ из (26) и (40). То есть, поле ϕ постоянное. Ситуация медленного скатывания для материального поля приводит к аналогичной ситуации для первого поля $\phi(t)$, а значит и потенциал $W_1(\phi)$ будет постоянным.

На основе проведенного анализа алгоритм генерирования решений следующий. Задаем инфляционное расширение Вселенной, выбираем масштабный фактор $a_*(t)$ (или, эквивалентно, параметр Хаббла $H_*(t)$) и находим инфляционный потенциал $V_*(\phi)$ как функцию времени решая уравнение (23). Используя эти данные можно определить зависимость первого поля от времени из (40). Зависимость потенциала $W_1(\phi(t))$ от времени определяется из уравнения (29), после чего выполняется переход от временной зависимости к зависимости от поля ϕ на основе решения уравнения (40). Вторая составляющая потенциала $W_2(\phi(t))$ определяется интегрированием уравнения (41). Остальная часть потенциала $W_3(\chi)$ определяется интегрированием уравнения (46). С учетом режима медленного скатывания результат такого интегрирования представлен формулами (47) и (48), которые содержат произвольные функции конформного перехода $\Omega_1(\phi)$ и $\Omega_2(\chi)$.

4.1. Степенная инфляция с заданными потенциалами

В космологии Фридмана степенная эволюция масштабного фактора имеет особое значение, так как именно она описывает радиационную стадию и стадию преобладания материи в эволюции Вселенной. В моделях инфляции степенная эволюция масштабного фактора позволяет находить точные решения для фоновых уравнений и детально исследовать уравнения на космологические возмущения, вычисление спектра мощности и спектральных параметров (см., например, [9]).

4.1.1 $a_*(t) = ct^m$, $V_*(\psi) = -D\ln\psi$

Выбор логарифмического потенциала связан с его использованием в инфляционных моделях, например в работе [24].

Решение для скалярного поля ψ находим из уравнения (23) для выбранных зависимостей потенциала $V_*(\psi)$ и масштабного фактора $a_*(t)$:

$$\psi(t) = t\sqrt{\frac{D}{3m}}. \tag{49}$$

Здесь $D, m = const$ и $m > 0$. Чтобы выполнялись условия медленного скатывания для поля ψ потребуем выполнение условия $D \ll 3m$.

Параметр Хаббла для степенной эволюции принимает вид:

$$H_*(t) = \frac{m}{t}. \tag{50}$$

Зависимость поля $\phi(t)$ от времени находим из уравнения (40):

$$\phi(t) = \sqrt{2m}\ln t. \tag{51}$$

Для нахождения потенциала поля $W_1(\phi)$, подставим значение $H_*(t)$ из (50) в уравнение (29) и выполним переход от временной зависимости к зависимости от поля $\phi(t)$. В результате получаем:

$$W_1(\phi) = m(3m-1)\exp\left(-\phi\sqrt{\frac{2}{m}}\right). \tag{52}$$

Решение для потенциала $W_2(\phi)$ определяем из уравнения (41) следующим образом. Подставляем зависимость не-гравитационного поля ψ от времени t в (41) и выполняем интегрирование. Затем восстанавливаем зависимость от ϕ, используя решение (51). В результате получаем выражение для определения потенциала $W_2(\phi)$ следующего вида:

$$W_2(\phi) = -4D\kappa\left[\omega_1\ln\sqrt{\frac{D}{3m}} + \frac{1}{\sqrt{2m}}\int\phi d\omega_1\right]. \tag{53}$$

где $\omega_1 = \ln\Omega_1$.

Компонент киральной метрики $h_{22}(\chi)$ из (43) для степенной инфляции принимает вид:

$$h_{22}(\chi) = \frac{\epsilon 2^m}{c^2\chi^{2m}}\Big|_{\chi=\sqrt{2}t} \tag{54}$$

Теперь можно найти функциональную зависимость потенциала $W_3(\chi)$, подставив в уравнение (46) потенциал скалярного поля $V_*(\psi) = -D\ln\psi$, масштабный фактор $a_*(t) = ct^m$, поле χ (42) и параметр Хаббла (49). Затем проинтегрировав полученное уравнение, выполним переход от t к χ: $t = \frac{\chi}{\sqrt{2}}$, окончательно получаем:

$$W_3(\phi) = -4D\kappa\left[\omega_2\ln\sqrt{\frac{D}{6m}} + \int\ln\chi d\omega_2\right]. \tag{55}$$

где $\omega_2 = \ln\Omega_2$.

Таким образом, полученное решение определяется формулами (49) – (55) и не использует дополнительные условия на приближение медленного скатывания.

4.1.2 $a_*(t) = ct^m$, $V_*(\psi) = B\psi^k$

Случай мономиального потенциала $V_*(\psi) = B\psi^k$ рассматривался в различных моделях инфляции как для массивного скалярного поля $V(\phi) \propto \phi^2$, так и в случае квантовой ϕ^4 модели.

Зависимость поля ψ от времени определяется из уравнения (23):

$$\psi = \left(Qt^2 + C_1\right)^{\frac{1}{2-k}}, \ k \neq 2, \tag{56}$$

где $Q = \frac{Bk(k-2)}{6m}$. В дальнейшем зануляем константу $C_1 : \ C_1 = 0$.

Случай $k = 2$ приводит к решению

$$\psi = \psi_0 e^{-\frac{Bt^2}{3m}}, \ k = 2. \tag{57}$$

Здесь B, m, k, ψ_0 – постоянные величины. Масштабный фактор остался без изменений, значит $H_*, \phi(t), W_1(\phi)$ так же остаются без изменений согласно (50)-(52).

Решение для потенциала $W_2(\phi)$ находится из уравнения (41):

$$W_2(\phi) = 4\kappa B Q^{\frac{k}{2-k}} \int \exp\left[\frac{2k\phi}{\sqrt{2m(2-k)}}\right] d\omega_1, \ k \neq 2. \tag{58}$$

В случае $k = 2$ получаем

$$W_2(\phi) = 4\kappa B\psi_0 \int \exp\left[-\frac{2B}{3m}\exp\left(\frac{2\phi}{\sqrt{2m}}\right)\right] d\omega_1, \ k = 2. \tag{59}$$

Здесь функция $\omega_1(\phi) = \ln\Omega_1(\phi)$.

Процедура нахождения $W_3(\chi)$ аналогична как и для предыдущих случаев. Значение кирального поля $\chi(t)$ остается таким же как и в формулах (42). Значение $h_{22}(\chi)$ будет:

$$h_{22}(\chi) = \frac{\epsilon 2^m}{c^2 t^{2m}}\Big|_{\chi=\sqrt{2}t}. \tag{60}$$

Функциональная зависимость потенциала $W_3(t)$ принимает вид

$$W_3(\chi) = 4\kappa B\left(\frac{Q}{2}\right)^{-\frac{k}{2-k}} \int \chi^{\frac{2k}{2-k}} d\omega_2 + \frac{2\epsilon}{a_*^2}, \ k \neq 2. \tag{61}$$

где функция $\omega_2(\chi) = \ln\Omega_2(\chi)$.

$$W_3(\chi) = 4\kappa B \int \exp\left(-\frac{B\chi^2}{3m}\right) d\omega_2 + \frac{2\epsilon}{a_*^2}, \ k = 2. \tag{62}$$

4.1.3 $a_*(t) = ct^m$, $V_*(\psi) = V_0 \exp(\mu\psi)$

Экспоненциальный потенциал в инфляционных моделях приводит к точному решения в рамках степенной инфляции. Рассмотрим такой потенциал для нашей модели.

Решение для скалярного поля ψ находим из уравнения (23) с условием выбранных значений потенциала $V_*(\psi)$ и масштабного фактора $a_*(t)$:

$$\psi = \mu^{(-1)} \ln\left(\frac{6m}{t^2 V_0 \mu^2}\right). \tag{63}$$

Здесь $\mu, m, V_0 = const$. Масштабный фактор остался без изменений, значит $H_*, \phi(t), W_1(\phi)$ остаются без изменений согласно (50)-(52).

Решение для потенциала $W_2(\phi)$ находится из уравнения (41):

$$W_2(\phi) = \frac{24\kappa m}{\mu^2} \int e^{-\sqrt{\frac{2}{m}}\phi} d\omega_1. \tag{64}$$

Условия на поле χ и $h_{22}(\chi)$ остаются прежними (42) и (43) соответственно.

Функциональная зависимость потенциала поля $W_3(\chi)$ определяется интегрированием (46) и имеет вид:

$$W_3(\chi) = \frac{48\kappa m}{\mu^2}\int \chi^{-2} d\omega_2 + \frac{2\epsilon}{a_*^2}. \tag{65}$$

Таким образом в настоящем разделе получены примеры точных решений для степенной инфляции и потенциалов логарифмического, степенного и экспоненциального типов.

4.2. Решение де Ситтера с заданным потенциалом

Решение де Ситтера в инфляционной космологии имеет важное приложение для расчета космологических параметров и связан с приближением медленного скатывания. Рассматривая экспоненциальную эволюцию масштабного фактора в пространственно-плоской фридмановской модели Вселенной со скалярным полем точное решение гласит, что потенциал $V(\phi)$ и поле ϕ являются постоянными. Рассмотрим возможные точные решения в нашей модели.

4.2.1 Особенности алгоритма решения при $a_*(t) = a_0\exp(H_0 t)$

Решение де Ситтера $a_*(t) = a_0\exp(H_0 t)$, означает постоянство параметра Хаббла $H_* = H_0 = const$. Тогда, из уравнения (22) с учетом первого уравнения из системы **АНЗАЦ 1**, получаем, что $\dot\phi = 0$. Это означает, что домножение на $\dot\phi$, используемое при выводе уравнения (41) и далее, неприменимо в данном случае. Поэтому обратимся к специальному исследованию исходных уравнений (19) - (23).

Уравнение (22) принимает вид

$$0 = -\frac{1}{2}h_{22}(\chi)\dot\chi^2 + \frac{\epsilon}{a_*^2}. \tag{66}$$

Очевидно, следует различать два случая: $\epsilon = 0$ и $\epsilon \neq 0$.

Рассмотрим первый случай, когда $\epsilon = 0$.

Решение системы (19) - (23) находится непосредственно и представляет собой

$$\phi = const., \quad \chi = const., \quad \psi = const., \tag{67}$$

$$W_1 = 3H_0, \quad W_1 = const., \tag{68}$$

$$W_2 + W_3 = -\kappa V_*, \quad W_2 = const., \quad W_3 = const., \quad V_* = const.. \tag{69}$$

Таким образом, в решении имеются только соотношения на константы.

Случай $\epsilon \neq 0$ требует более подробного описания.

Предполагая в уравнении (66), что $\epsilon \neq 0$ и $\chi = \sqrt{2}t$, находим

$$h_{22}(\chi) = \frac{\epsilon}{a_*^2} = \epsilon a_0^{-2} e^{-\sqrt{2}H_0\chi}. \tag{70}$$

Далее, используя этот результат, уравнение (19) приводится к виду

$$2\sqrt{2}H_0 h_{22}(\chi) + \frac{\partial W_3(\chi)}{\partial \chi} = 4\kappa \frac{\partial \omega_2}{\partial \chi} V_*(\psi(t)). \tag{71}$$

Домножая полученное уравнение на $\dot\chi$ и, интегрируя по времени, получаем

$$W_3(\chi) = 2\epsilon a_0^{-2} e^{-\sqrt{2}H_0\chi} + 4\kappa \int V_*(\psi(t))\dot\omega_2 dt. \tag{72}$$

Таким образом, получено уравнение для определения зависимости потенциала $W_3(\chi)$, если найден потенциал не-гравитационного поля $V_*(\psi(t))$ и известна зависимость $\omega = \omega_2(\psi(t))$.

С учетом полученных результатов для пространства де Ситтера уравнение (20) приводится к виду

$$\frac{\partial W_2(\phi)}{\partial \phi} = 4\kappa V_*(\psi(t)) \frac{\partial \omega_1(\phi)}{\partial \phi}. \tag{73}$$

Примером решения этого уравнения является случай, когда

$$W_2 = W_2^{(0)} = const.,\ \omega_1 = \omega_1^{(0)} = const.. \tag{74}$$

Опираясь на данное решение рассмотрим уравнение (21). Непосредственная подстановка полученных данных в (21) приводит к уравнению

$$0 = W_2^{(0)} + 4\kappa \int V_*(\psi(t))\dot{\omega}_2 dt + \kappa V_*(\psi(t)). \tag{75}$$

Дифференцируя уравнение (75) по времени, приходим к дифференциальному уравнению

$$4V_*\dot{\omega}_2 + \dot{V}_* = 0, \tag{76}$$

из которого интегрированием можно определить связь между подходящим конформным преобразованием и потенциалом не-гравитационного поля

$$\Omega_2(\phi(t)) = V_*(\psi(t))^{-1/4}. \tag{77}$$

Полученное соотношение позволяет записать решение для потенциала $W_3(\chi)$

$$W_3(\chi) = 2\epsilon a_0^{-2} e^{-\sqrt{2}H_0\chi} - W_2^{(0)} - \kappa V_*(\psi(t)), \tag{78}$$

которое справедливо для любого заданного потенциала не-гравитационного поля.

4.2.2 $a_*(t) = a_0 \exp(H_0 t)$, $V_*(\psi) = -D \ln \psi$

Очевидно, что параметр Хаббла будет равен некоторой постоянной:

$$H_* = const. = H_0 > 0. \tag{79}$$

Решая уравнение (23) в приближении медленного скатывания, получаем следующую зависимость поля ψ от времени:

$$\psi = \sqrt{\frac{2Dt}{3H_0}}. \tag{80}$$

Подставляя полученную зависимость (80) в потенциал не-гравитационного поля

$$V_*(\psi) = -D \ln \psi, \tag{81}$$

и, восстанавливая χ по t, получаем

$$V_*(\chi) = -\frac{D}{2} \ln \left| \frac{\sqrt{2}D\chi}{3H_0} \right|. \tag{82}$$

Далее, определяем $W_3(\chi)$ из уравнения (78)

$$W_3(\chi) = 2\epsilon a_0^{-2} e^{-\sqrt{2}H_0\chi} - W_2^{(0)} + \kappa \frac{D}{2} \ln \left| \frac{\sqrt{2}D\chi}{3H_0} \right|. \tag{83}$$

Выделяя зависимость от χ, представим решение в следующем виде:

$$W_3(\chi) = 2\epsilon a_0^{-2} e^{-\sqrt{2}H_0\chi} + \kappa \frac{D}{2} \ln|\chi| + C_3, \tag{84}$$

где $C_3 = -W_2^{(0)} + \kappa \frac{D}{2} \ln \left| \frac{\sqrt{2}D}{3H_0} \right|$.

Таким образом, решение определяется формулами (68), (70), (74), (77), (80), (82) и (84).

4.2.3 $a_*(t) = a_0 \exp(H_0 t)$, $V_*(\psi) = V_0 \exp(\mu\psi)$

Решая уравнение (23) в приближении медленного скатывания, получаем зависимость поля ψ от t:

$$\psi = \frac{1}{\mu} \ln\left(\frac{3H_0}{V_0\mu^2 t}\right). \tag{85}$$

Подставляя полученное решение для ψ (41) в определение потенциала

$$V_*(\psi) = V_0 \exp\left(\mu\psi\right), \tag{86}$$

получаем

$$V_*(\psi) = \frac{3H_0\sqrt{2}}{\mu^2\chi}. \tag{87}$$

Аналогично предыдущему случаю находим потенциал $W_3(\chi)$:

$$W_3(\chi) = 2\epsilon a_0^{-2} e^{-\sqrt{2}H_0\chi} - W_2^{(0)} + \kappa\frac{3H_0\sqrt{2}}{\mu^2\chi}. \tag{88}$$

Таким образом решение определяется формулами (68), (70), (74), (77), (85), (87) и (88).

4.2.4 $a_*(t) = a_0 \exp(H_0 t)$, $V_*(\psi) = B\psi^k$

Решая уравнение (23) в приближении медленного скатывания, получаем следующую зависимость поля ψ от времени t:

$$\psi = (Ut)^{\frac{1}{2-k}}, \; k \neq 2, \tag{89}$$

где $U = \frac{Bk(k-2)}{3H_0}$.

Случай, когда $k = 2$ приводит к следующей зависимости ψ от времени t

$$\psi = \exp\left(-\frac{2B}{3H_0}t\right), \; k = 2, \tag{90}$$

Рассмотрим решение (89) для случая $k \neq 2$. Подставляя решение (89) в заданный потенциал

$$V_*(\psi) = B\psi^k, \tag{91}$$

находим

$$V_*(\chi) = B\left(U\chi/\sqrt{2}\right)^{\frac{k}{2-k}}. \tag{92}$$

Стандартным образом находим потенциал $W_3(\chi)$ из решения (78)

$$W_3(\chi) = 2\epsilon a_0^{-2} e^{-\sqrt{2}H_0\chi} - W_2^{(0)} + \kappa B\left(U\chi/\sqrt{2}\right)^{\frac{k}{2-k}}. \tag{93}$$

Решение в этом случае определяется формулами (68), (70), (74), (77), (89), (92) и (93).

Случай $k = 2$ приводит к следующему решению:

$$\psi = \exp\left(-\frac{2B\chi}{3\sqrt{2}H_0}\right), \tag{94}$$

$$V_*(\chi) = B\exp\left(-\frac{4B\chi}{3\sqrt{2}H_0}\right), \tag{95}$$

$$W_3(\chi) = 2\epsilon a_0^{-2} e^{-\sqrt{2}H_0\chi} - W_2^{(0)} + \kappa B\exp\left(-\frac{4B\chi}{3\sqrt{2}H_0}\right). \tag{96}$$

5. Алгоритм решения для 2-го анзаца

Для упрощения уравнения на связь компонент киральной метрики $h_{22}(\phi)$ в (33) мы предполагаем, что киральное поле χ линейно зависит от t (37), тогда

$$h_{22}(\phi(t)) = \frac{\epsilon}{a_*^2(t)}. \tag{97}$$

Представим уравнение (20) как два уравнения с учетом выбранного разбиения (32):

$$\ddot{\phi} h_{11} + 3H_* \dot{\phi} h_{11} + \frac{\partial W_1(\phi)}{\partial \phi} = 0, \tag{98}$$

$$-\frac{1}{2}\frac{\partial h_{22}(\phi)}{\partial \phi}\dot{\chi}^2 + \frac{\partial W_2(\phi)}{\partial \phi} = 4\kappa V^*(\psi)\frac{\partial \ln \Omega}{\partial \phi}. \tag{99}$$

Уравнение (98) аналогично уравнению (10.27) работы [9] и уравнению (38). Из уравнения (32) определяется киральное поле ϕ в квадратурах, по формуле (40).

Предполагаем, что $\Omega(\phi,\chi) = \Omega_1(\phi)\Omega_2(\chi)$, при этом, очевидно: $\ln\Omega(\phi,\chi) = \ln\Omega_1(\phi) + \ln\Omega_2(\chi)$. Тогда, домножая (99) на $\dot{\phi}$, и учитывая соотношения (33) и (37), получаем:

$$\dot{W}_2(\phi) = 4\kappa V_*(\psi)\dot{\omega}_1 - 2\frac{\epsilon \dot{a}_*}{a_*^3}, \tag{100}$$

где $\omega_1 = \ln\Omega_1$. Полученное уравнение аналогично уравнению на $\dot{W}_2(\phi)$ (47). Отличие составляет правая часть, содержащая масштабный фактор.

Остановимся подробнее на уравнении (19) в данном разбиении:

$$3H_*\dot{\chi}h_{22} + \partial_t(h_{22}\dot{\chi}) + \frac{\partial W_3(\chi)}{\partial \chi} = 4\kappa V_*(\psi)\frac{\partial \ln\Omega_2(\chi)}{\partial \chi}. \tag{101}$$

Выполняем переход к временной зависимости, учитывая результаты раздела "10.2.1. Специфика вычислений" работы [9]. Для этого умножаем уравнение (101) на $\dot{\chi}$ и получаем

$$3H_*\dot{\chi}^2 h_{22} + \partial_t(h_{22}\dot{\chi})\dot{\chi} + \dot{W}_3(t) = 4\kappa V_*(\psi)\partial_t(\ln\Omega_2(\chi)). \tag{102}$$

Из этого уравнения находим $\dot{W}_3(t)$, подставляя h_{22} из (97) и χ из (37) находим:

$$\dot{W}_3(t) = 4\kappa V_*(\psi)\partial_t(\ln\Omega_2(\chi)) - 2H_*\frac{\epsilon}{a_*^2}. \tag{103}$$

Алгоритм генерирования решений аналогичный тому, который использовался для системы уравнений **АНЗАЦ 1**. Задаем масштабный фактор $a(t)$, отвечающий за инфляционное решение, и потенциал скалярного поля $V(\psi)$. Используя эти данные, можно найти функциональные зависимости для потенциалов киральных полей $W_1(\phi)$ из (98), $W_2(\phi)$ из (100) и $W_3(\chi)$ из (103). Указанным способом исследованы решения для степенной инфляции и инфляции де Ситтера для потенциалов скалярного поля следующих видов: $V_*(\psi) = -D\ln\psi$, $V_*(\psi) = B\psi^k$, $V_*(\psi) = V_0\exp(\mu\psi)$.

5.1. Степенная инфляция для заданных потенциалов

При рассмотрении степенной инфляции некоторые формулы решения остаются такими же, как и для системы уравнений **АНЗАЦ 1**. А именно, $\phi(t)$ и $W_1(\phi)$ представлены формулами (51) и (52) соответственно. Воспроизведем эти формулы

$$W_1(\phi) = m(3m-1)\exp\left(-\phi\sqrt{\frac{2}{m}}\right), \tag{104}$$

$$\phi(t) = \sqrt{2m}\ln t. \tag{105}$$

Находим вид компонента киральной метрики для степенной инфляции по уравнению (97):

$$h_{22}(\phi) = 2\frac{\epsilon}{c^2}\exp\left(-\sqrt{2m}\phi\right). \tag{106}$$

Решения для потенциалов $W_2(\phi)$ (100), $W_3(\chi)$ (103) отличны от тех, которые получены для системы уравнений **АНЗАЦ 1** и ниже приведены в таблице.

Потенциал	**Решение**
$V_*(\psi) = -D\ln\psi$	$\psi = t\sqrt{\frac{D}{3m}}$, $W_2(\phi) = -4D\kappa\int\ln\left(\sqrt{\frac{D}{3m}}\exp\left(\frac{\phi}{\sqrt{2m}}\right)\right)\frac{d\omega 1}{d\phi}d\phi + \frac{\epsilon}{c^2}\exp\left(-\frac{2\phi}{\sqrt{2m}}\right)$ $W_3(\chi) = -4D\kappa\int\ln\left(\sqrt{\frac{D}{3m}}\sqrt{2}\chi\right)\frac{d\omega 2}{d\chi}d\chi + \frac{\epsilon}{c^2 2^m\chi^{2m}}$
$V_*(\psi) = V_0\exp(\mu\psi)$	$\psi = \mu^{-1}\ln\left(\frac{6m}{t^2V_0\mu^2}\right)$ $W_2(\phi) = 4\kappa\int\frac{6m}{\mu^2}\exp\left(-\frac{2\phi}{\sqrt{2m}}\right)\frac{\partial\omega 1}{\partial\phi}d\phi + \frac{\epsilon}{c^2}\exp\left(-\frac{2\phi}{\sqrt{2m}}\right)$ $W_3(\chi) = 4\kappa\int\frac{6m}{\mu^2}\frac{2}{\chi^2}\frac{\partial\omega 2}{\partial\chi}d\chi + \frac{\epsilon}{c^2 2^m\chi^{2m}}$
$V_*(\psi) = B\psi^k, k \neq 2$	$\psi = \left(-\frac{t^2(2-k)Bk}{6m}\right)^{\frac{1}{2-k}}$ $W_2(\phi) = 4\kappa BQ^{\frac{k}{2-k}}\int\exp\left[\frac{2k\phi}{\sqrt{2m}(2-k)}\right]\frac{\partial\omega 1}{\partial\phi}d\phi + \frac{\epsilon}{c^2}\exp\left(-\frac{2\phi}{\sqrt{2m}}\right)$ $W_3(\chi) = 4\kappa BQ^{\frac{k}{2-k}}\int\left(\frac{\chi}{\sqrt{2}}\right)^{\frac{2k}{2-k}}\frac{\partial\omega 2}{\partial\chi}d\chi + \frac{\epsilon}{c^2 2^m\chi^{2m}}$ где $Q = \left(\frac{Bk(2-k)}{6m}\right)$.
$V_*(\psi) = B\psi^k,\ k = 2$	$\psi = \psi_0 e^{-\frac{Bt^2}{3m}}$ $W_2(\phi) = 4\kappa B\psi_0\int\exp\left[-\frac{2B}{3m}\exp\left(\frac{2\phi}{\sqrt{2m}}\right)\right]\frac{\partial\omega 1}{\partial\phi}d\phi + \frac{\epsilon}{c^2}\exp\left(-\frac{2\phi}{\sqrt{2m}}\right)$ $W_3(\chi) = 4\kappa B\psi_0\int\exp\left(-\frac{B\chi^2}{3m}\right)\frac{\partial\omega 2}{\partial\chi}d\chi + \frac{\epsilon}{c^2 2^m\chi^{2m}}$

5.2. Инфляция де Ситтера для заданных потенциалов

В этом случае класс решений существенно сужается, так как анализ уравнений системы **АНЗАЦ 2** приводит к единственной возможности по параметру ϵ, а именно $\epsilon = 0$. Таким образом, при любом заданном потенциале не-гравитационного скалярного поля $V_*(\psi(t))$, имеем:

$$a_*(t) = a_0\exp(H_0 t), \quad H_* = H_0 = const., \tag{107}$$

$$\phi = \phi_0 = const., \quad h_{22}(\phi_0) = 0, \tag{108}$$

$$W_1 = 3H_0, \quad W_2 = 0, \quad W_3 = -\kappa V_*(\psi), \quad V_* = V_0\exp(-4\omega_2(\chi)). \tag{109}$$

Не-гравитационное скалярное поле ψ находится из уравнения

$$3H_0\dot{\psi}^2 + \dot{V}_* = 0. \tag{110}$$

6. Заключение

Тензорно-мульти-скалярная теория гравитации, как обобщение скалярно-тензорной теории, может привести к более точному описанию космологической инфляции, основанной на неминимальном взаимодействии поля Хиггса с гравитацией. Более того, не исключена возможность, что гравитационные скалярные поля разного происхождения, смогут естественным образом объяснить эффект ускоренного расширения Вселенной в настоящее время. Таким образом, исследование ТМС ТГ может привести к космологической модели, где естественно возникают два этапа ускоренного расширения Вселенной: ранняя и поздняя инфляция. В настоящей работе мы исследовали именно раннюю инфляцию.

Первый вывод, который отмечен нами, это тот факт, что решения, полученные ранее в работах [20–22], подтверждают существование инфляционных решений в ТМС ТГ при отсутствии источника гравитации, то есть для вакуумных решений. Далее нами рассмотрена стандартная инфляция, когда источником гравитационного поля является инфлатон и уравнения космологической динамики рассматриваются в приближении медленного скатывания. Для этого случая найдены решения для степенной инфляции и де ситтеровского расширения. При этом мы использовали свободу конформного преобразования при отсутствии неминимального взаимодействия в картине Йордана.

Полученные результаты требуют дальнейшего изучения в свете развития ранней инфляции, а именно, изменения количества e-фолдов при переходе к ТМС ТГ и изменения при вычислении спектральных параметров. Этот вопрос планируется исследовать в дальнейшем и представить в отдельной публикации.

Список литературы

1. Bezrukov F.L., Shaposhnikov M. *Phys. Lett. B.* 659 (2008) 703 [arXiv:0710.3755 [hep-th]].

2. Jordan P. Zum gegenwärtigen Stand der Diracschen kosmologischen Hypothesen. *Zeitschrift für Physik.* 1959, vol. 157, no. 1, pp. 112–121.

3. Fierz M. *Helv. Phys. Acta.* 29 128 (1956).

4. Brans C.H., Dicke R.H. Mach's Principle and a Relativistic Theory of Gravitation. *Physical Review*, 1961, vol. 124, pp. 925-935.

5. Bergmann P.G. *Int. J. Theor. Phys.*1968 1 25.

6. Nordtvedt K. *Astrophys. J.*1970 161 1059

7. Wagoner R.V. 1970 *Phys Rev. D* 1 3209.

8. Damour T., Esposito-Farèse G. *Class Quantum Grav.* 1992, 9 (1992).

9. Червон С.В., Фомин И.В., Кубасов А.С. Скалярные и киральные поля в космологии. Ульяновск: УлГПУ, 2015. 216 с.

10. Chervon S.V. *Quantum Matter*, 2013, v.2, pp. 71-82.

11. Damour T., Esposito-Farèse G. *Tensor-scalar gravity and binary-pulsar experiments* arXiv:9602056 [gr-qc] 27 Feb 1996, (1996).

12. Greenwood R.N., Kaiser D.I., Evangelos I *Multfield Dynamics of Higgs Inflation* arXiv:1210.8190v2 [hep-ph] 20 Mar 2013, (2013).

13. Kuusk P., Järv L., Randla E. Scalar-tensor and multiscalar-tensor gravity and cosmological models. *Algebra, Geometry and Mathematical Physics.*

14. Horbatsch M., Silva H.O., Gerosa D., Pani P., Berti E., Gualtieri L., Sperhake U., arXiv:1505.07462v2 [gr-qc] 8 Jun 2015, (2015).

15. Brans C., Dicke R. *Phys.Rev.* 1961, vol. 124, pp. 925–935.

16. Berkin A.L., Hellings R.W. *Multiple Field Scalar-Tensor Theories of Gravity and Cosmology*, arXiv:gr-qc/9401033v1 28 Jan 1994, (1994).

17. Kuusk P., Järv L., Vilson O. *Invariant quantities in the multiscalar-tensor theory* arXiv:1509.02903v2 [gr-qc] 22 Jan 2016, (2016).

18. Линде А.Д. Физика элементарных частиц и инфляционная космология. М.: Наука, 1990. 280 с.

19. Cliftona T., Ferreiraa P.G., Padillab A., Skordisb C. *Modified Gravity and Cosmology*, arXiv:1106.2476v3 [astro-ph.CO] 12 Mar 2012 (2012).

20. Beesham A., Maharaj S.D., Chervon S.V., Kubasov. A.S. *Int. J. Theor. Phys.*, 2015, 54:884-895.

21. Beesham A., Maharaj S.D., Chervon S.V., Kubasov A.S. *Quantum Matter*, 2013, v. 2, pp. 388-395.

22. Maharaj S.D., Beesham A., Chervon S.V., Kubasov A.S. *Grav. Cosmol.*, 2017, v. 23, no. 4, pp. 375-380.

23. Barrow J.D., Paliathanasis A. *Phys.Rev.*, D94, 083518 (2016).

24. Barrow J.D. , Parsons P. *Phys.Rev.*, D52 (1995) 5576-5587.

References

1. Bezrukov F.L., Shaposhnikov M. *Phys. Lett. B.* 659 (2008) 703 [arXiv:0710.3755 [hep-th]].

2. Jordan P. Zum gegenwärtigen Stand der Diracschen kosmologischen Hypothesen. *Zeitschrift für Physik.* 1959, vol. 157, no. 1, pp. 112–121.

3. Fierz M. *Helv. Phys. Acta.* 29 128 (1956).

4. Brans C.H., Dicke R.H. Mach's Principle and a Relativistic Theory of Gravitation. *Physical Review*, 1961, vol. 124, pp. 925-935.

5. Bergmann P.G. *Int. J. Theor. Phys.* 1968 1 25.

6. Nordtvedt K. *Astrophys. J.* 1970 161 1059

7. Wagoner R.V. 1970 *Phys Rev. D* 1 3209.

8. Damour T., Esposito-Farèse G. *Class Quantum Grav.* 1992, 9 (1992).

9. Chervon S.V., Fomin I.V., Kubasov A.S. *Skaljarnye i kiral'nye polja v kosmologii.* Ulyanovsk, Ulyanovsk St. Ped. Univ. Publ., 2015, 216 p. (in Russ.)

10. Chervon S.V. *Quantum Matter*, 2013, v.2, pp. 71-82.

11. Damour T., Esposito-Farèse G. *Tensor-scalar gravity and binary-pulsar experiments* arXiv:9602056 [gr-qc] 27 Feb 1996, (1996).

12. Greenwood R.N., Kaiser D.I., Evangelos I *Multfield Dynamics of Higgs Inflation* arXiv:1210.8190v2 [hep-ph] 20 Mar 2013, (2013).

13. Kuusk P., Järv L., Randla E. Scalar-tensor and multiscalar-tensor gravity and cosmological models. *Algebra, Geometry and Mathematical Physics.*

14. Horbatsch M., Silva H.O., Gerosa D., Pani P., Berti E., Gualtieri L., Sperhake U., arXiv:1505.07462v2 [gr-qc] 8 Jun 2015, (2015).

15. Brans C., Dicke R. *Phys.Rev.* 1961, vol. 124, pp. 925–935.

16. Berkin A.L., Hellings R.W. *Multiple Field Scalar-Tensor Theories of Gravity and Cosmology*, arXiv:gr-qc/9401033v1 28 Jan 1994, (1994).

17. Kuusk P., Järv L., Vilson O. *Invariant quantities in the multiscalar-tensor theory* arXiv:1509.02903v2 [gr-qc] 22 Jan 2016, (2016).

18. Linde A.D. *Fizika ehlementarnihkh chastic i inflyacionnaya kosmologiya* [Particle Physics and Inflationary Cosmology]. Moscow, Nauka Publ., 1990. 280 p. (in Russ.)

19. Cliftona T., Ferreiraa P.G., Padillab A., Skordisb C. *Modified Gravity and Cosmology*, arXiv:1106.2476v3 [astro-ph.CO] 12 Mar 2012 (2012).

20. Beesham A., Maharaj S.D., Chervon S.V., Kubasov. A.S. *Int. J. Theor. Phys.*, 2015, 54:884-895.

21. Beesham A., Maharaj S.D., Chervon S.V., Kubasov A.S. *Quantum Matter*, 2013, v. 2, pp. 388-395.

22. Maharaj S.D., Beesham A., Chervon S.V., Kubasov A.S. *Grav. Cosmol.*, 2017, v. 23, no. 4, pp. 375-380.

23. Barrow J.D., Paliathanasis A. *Phys.Rev.*, D94, 083518 (2016).

24. Barrow J.D. , Parsons P. *Phys.Rev.*, D52 (1995) 5576-5587.

Авторы

Червон Сергей Викторович, проф., д.ф.-м.н., Лаборатория гравитации, космологии, астрофизики, Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н.Ульянова, площадь 100-летия со дня рождения В. И. Ленина, д. 4, г. Ульяновск, 432071, Россия.
E-mail: `chervon.sergey@gmail.com`

Кубасов Александр Сергеевич, к.ф.-м.н., АО «Ульяновское конструкторское бюро приборостроения», ул. Крымова, д. 10а, г. Ульяновск, 432071, Россия.
E-mail: `as-kubasov@rambler.ru`

Большакова Катерина Александровна, аспирант, Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н.Ульянова, площадь 100-летия со дня рождения В. И. Ленина, д. 4,

г. Ульяновск, 432071, Россия.
E-mail: katerina.novokozlova@gmail.com

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:
Червон С. В., Кубасов А. С., Большакова К. А. Космологическая инфляция в тензорно-мульти-скалярной теории гравитации // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2018. № 1. С. 50—66.

Authors

Chervon Sergey Viktorovich, Professor, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Department of Physics and Technical Disciplines, Ulyanovsk State Pedagogical University, 100-years V.I. Lenin's Birthday Square, Buld. 4, Ulyanovsk, 432071, Russia.
E-mail: chervon.sergey@gmail.com

Kubasov Aleksandr Sergeevich, PhD in Physics, AO «Ulyanovsk Design Bureau of Instrument Engineering», Krymova St., 10a, Ulyanovsk, 432071, Russia.
E-mail: as-kubasov@rambler.ru

Bolshakova Katerina Aleksandrovna, Postgraduate at the Department of Physics and Technical Disciplines, Ulyanovsk State Pedagogical University, 100-years V.I. Lenin's Birthday Square, Buld. 4, Ulyanovsk, 432071, Russia.
E-mail: katerina.novokozlova@gmail.com

Please cite this article in English as:
Chervon S. V., Kubasov A. S., Bolshakova K. A. Cosmological inflation in tensor-multi-scalar theory of gravitation. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2018, no. 1, pp. 50–66.