ГРАВИТАЦИЯ, КОСМОЛОГИЯ И ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ПОЛЯ

***

УДК 517.917

САМОДЕЙСТВИЕ СКАЛЯРНОГО ЗАРЯДА В ЗАРЯЖЕННОЙ ЭКСТРЕМАЛЬНОЙ АНТИ-ДИЛАТОННОЙ КРОТОВОЙ НОРЕ

Аслан О.[a,1], Попов А. А.[a,2]

[a] Казанский федеральный университет, г. Казань, 420008, Россия.

Вычислена сила самодействия скалярного заряда в пространство-времени экстремальной заряженной анти-дилатонной кротовой норы. Предполагается, что скалярный заряд является источником безмассового скалярного поля, минимально связанного с кривизной пространства-времени.

Ключевые слова: эффект самодействия; кротовая нора.

SELF-ACTION OF A SCALAR CHARGE IN A CHARGED EXTREME ANTI-DILATONIC WORMHOLE

Aslan O.[a,1], Popov A. A.[a,2]

[a] Kazan Federal University, Kazan, 420008, Russia.

The self-force of a scalar charge in a charged extreme anti-dilatonic wormhole is determined. It was assumed that the scalar charge is the source of a massless scalar field with a minimal coupling to the space-time curvature.

Keywords: self-force; wormhole.

PACS: 34D08, 93C15
DOI: 10.17238/issn2226-8812.2018.2.4-17

Введение

Кротовые норы — это топологические ручки в пространстве-времени, связывающие различные вселенные или удаленные части одной и той же вселенной. Интерес к таким конфигурациям восходит к работе Флама [1], написаннной еще в 1916 году. Впоследствии, оживление интереса к этой теме связано с работой Эйнштейна и Розена [2] и более поздней серией работ Уилера [3]. Современный интерес к кротовым норам был порожден работами Морриса, Торна и Юртсевера [4, 5]. Хорошо известно, что в рамках классической общей теории относительности проходимые кротовые норы могут порождаться только экзотическим веществом, нарушающим нулевое энергетическое условие $T_{\mu\nu}u^\mu u^\nu \geq 0$, где $T_{\mu\nu}$ – тензор энергии-импульса вещества, искривляющего пространство-время, а u^μ – произвольный световой вектор. Решения, описывающие кротовые норы, были получены в рамках различных моделей, таких как теории со скалярными полями [6, 7];

[1]E-mail: alsucuk@gmail.com
[2]E-mail: apopov@kpfu.ru

теории Эйнштейна-Гаусса-Бонне [8, 9]; в рамках полуклассической теории гравитации [12–14]; в модифицированных теориях гравитации [15–19] и т.п. Описание геометрии кротовых нор, а также обзор по рассматриваемой теме могут быть найдены в книге Виссера [22].

Для удалённого наблюдателя статические сферически симметричные кротовые норы выглядят как черные дыры. Эффект самодействия заряда на себя является одним из эффектов, позволяющих различить эти два пространства-времени. Такой эффект для зарядов различных типов в искривленном пространстве-времени изучался в ряде работ. Обзор этих работ можно найти в [23–26]. Эффект самодействия заряда на себя связан с нелокальной структурой поля, источником которого является заряд, и определяется геометрией всего пространства-времени и его топологией. В плоском пространстве-времени этот эффект определяется третьими производными по времени от координат заряда. Сила самодействия для электрически заряженных частиц в плоском пространстве-времени дается формулой Абрахама-Лоренца-Дирака [27, 28].

В статическом искривленном пространстве-времени и пространстве-времени с нетривиальной топологией сила самодействия может отличаться от нуля даже для заряда, находящегося в состоянии покоя (здесь и дальше слова «в состоянии покоя» означают, что скорость заряда коллинеарна времениподобному вектору Киллинга, который всегда существует в статическом пространстве-времени). Такого типа результаты были получены для статических зарядов в плоских пространствах-временах с топологическими дефектами [29–35]. Формальное выражение для силы самодействия электрического заряда в произвольном искривленном пространстве-времени было впервые получено ДеВиттом и Бремом [36], а некоторые исправления были позднее сделаны Хоббсом [37]. Мино, Сасаки и Танака [38] и независимо от них Куинн и Вальд [39] получили аналогичное выражение для силы гравитационного самодействия точечной массы. Сила самодействия заряда, взаимодействующего с безмассовым минимально связанным с кривизной скалярным полем, источником которого является этот заряд, рассматривалась Куинном [40]. Недавний интерес к эффекту гравитационного самодействия был порожден попытками промоделировать излучение гравитационных волн двойными системами [41–43]. Этот интерес был вызван подготовкой детекторов гравитационных волн, излучаемых при падении компактного объекта на сверхмассивную черную дыру. Для черной дыры Шварцшильда сила самодействия статического заряда q была вычислена в работах [44, 45] $f \sim q^2/r^3$, где r – шварцшильдова радиальная координата заряда.

Значительные усилия были предприняты для расчета силы самодействия на фоне различных типов черных дыр [46–68]. Сила самодействия для покоящегося заряда в пространстве-времени статической сферически симметричной кротовой норы определяется профилем горловины кротовой норы и константой связи скалярного поля с кривизной пространства-времени [69–77]. В работах [72, 76] было показано, что существует бесконечный набор значений константы связи скалярного поля с кривизной, для которого сила самодействия на статический скалярный заряд расходится. Природа этого расхождения не совсем ясна. Целью настоящей статьи является анализ эффекта самодействия для статического скалярного заряда в экстремальной заряженной анти-дилатонной кротовой норе, описанной в [78, 79]. Эта проблема имеет математические трудности. Поле заряда в рассматриваемой задаче определяется функцией Грина некоторого обыкновенного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка (см. уравнение (7) ниже). Эта функция Грина может быть выражена в виде произведения независимых решений соответствующего однородного уравнения. Как правило, вронскианы таких решений совпадают, с точностью до константы нормировки, с коэффициентом перед дельта-функцией в уравнении на функцию Грина. В рассматриваемом случае это не так. Чтобы решить эту проблему, мы использовали свойства дельта-функции (см. (9)), что позволило свести задачу к стандартному случаю. Статья организована следующим образом. В разделе II мы описываем геометрию пространства-времени экстремальной заряженной анти-дилатонной кротовой норы и получаем неперенормированное выражение для потенциала самодействия статического скалярного заряда на рассматриваемом гравитационном фоне. В разделе III описывается процедура перенормировки потенциала самодействия и результат.

В статье мы используем единицы $c = G = 1$.

1. Потенциал самодействия статического скалярного заряда

Метрика пространства-времени экстремальной заряженной анти-дилатонной кротовой норы может быть записана в следующем виде [78, 79]

$$ds^2 = -e^{-2\alpha(r)}dt^2 + e^{2\alpha(r)}\left[dr^2 + \left(r^2 + Q^2\right)\left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2\right)\right], \tag{1}$$

где $-\infty < r < \infty, \theta \in [0, \pi], \varphi \in [0, 2\pi]$,

$$2\alpha(r) \quad = \quad \frac{\pi^2}{4} - \arctan^2\left(\frac{r}{|Q|}\right), \tag{2}$$

а Q – электрический заряд кротовой норы, M – масса кротовой норы и Q_ϕ – дилатонный заряд кротовой норы связаны следующими соотношениями

$$Q_\phi = M = \frac{\pi^2}{2}|Q|. \tag{3}$$

Рассмотрим скалярное поле ϕ, создаваемое источником j. Соответствующее уравнение поля имеет вид

$$\phi^{;\mu}_{;\mu} = -4\pi j = -4\pi q \int \delta^{(4)}(x^\mu, \tilde{x}^\mu(\tau))\frac{d\tau}{\sqrt{-g^{(4)}}}, \tag{4}$$

где $g^{(4)}$ – определитель метрического тензора $g_{\mu\nu}$, q – скалярный заряд и τ – его собственное время. Функции $\tilde{x}^\mu(\tau)$ определяют мировую линию заряда. Для неподвижной частицы в статическом пространстве-времени (1) уравнение поля (4) можно переписать следующим образом

$$\begin{aligned}&\left\{ e^{-2\alpha}\left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2r}{(r^2+Q^2)}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{(r^2+Q^2)}\left(\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \cot\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right.\right.\right.\\ &\left.\left.\left.+\frac{1}{\sin^2(\theta)}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right)\right]\right\}\phi(r,\theta,\varphi;\tilde{r},\tilde{\theta},\tilde{\varphi}) = -\frac{4\pi q\delta(r,\tilde{r})\delta(\theta,\tilde{\theta})\delta(\varphi,\tilde{\varphi})}{e^{3\alpha}(r^2+Q^2)\sin\theta},\end{aligned} \tag{5}$$

где принято во внимание, что для статического заряда $d\tau/dt = \sqrt{-g_{tt}} = e^{-\alpha(r)}$. В силу сферической симметрии рассматриваемой задачи потенциал может быть представлен в виде

$$\phi = 4\pi q \sum_{l,m} Y_{lm}(\Omega)Y^*_{lm}(\tilde{\Omega})g_l(r,\tilde{r}) = q\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)\,P_l(\cos\gamma)g_l(r,\tilde{r}), \tag{6}$$

где $Y_{lm}(\Omega)$ – сферические функции аргумента $\Omega = (\theta, \varphi)$, $\cos\gamma \equiv \cos\theta\cos\tilde{\theta} + \sin\theta\sin\tilde{\theta}\cos(\varphi - \tilde{\varphi})$. Радиальная часть потенциала g_l, удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^2 g_l(r,\tilde{r})}{\partial r^2} + \frac{2r}{(r^2+Q^2)}\frac{\partial g_l(r,\tilde{r})}{\partial r} - \frac{l(l+1)}{(r^2+Q^2)}g_l(r,\tilde{r}) = -\frac{\delta(r,\tilde{r})}{e^{\alpha(r)}(r^2+Q^2)}. \tag{7}$$

Вводя новую функцию

$$G_l(r,\tilde{r}) = e^{\alpha(\tilde{r})}g_l(r,\tilde{r}) \tag{8}$$

и учитывая

$$\frac{\delta(r,\tilde{r})}{e^{\alpha(r)}} = \frac{\delta(r,\tilde{r})}{e^{\alpha(\tilde{r})}}, \tag{9}$$

можно получить следующее уравнение для $G_l(r,\tilde{r})$

$$\frac{\partial^2 G_l(r,\tilde{r})}{\partial r^2} + \frac{2r}{(r^2+Q^2)}\frac{\partial G_l(r,\tilde{r})}{\partial r} - \frac{l(l+1)}{(r^2+Q^2)}G_l(r,\tilde{r}) = -\frac{\delta(r,\tilde{r})}{(r^2+Q^2)}. \tag{10}$$

Обозначим два независимых решения соответствующего однородного уравнения

$$\frac{d^2\Psi}{dr^2} + \frac{2r}{(r^2+Q^2)}\frac{d\Psi}{dr} - \frac{l(l+1)}{(r^2+Q^2)}\Psi = 0 \tag{11}$$

$\Psi_1(r)$ и $\Psi_2(r)$. $\Psi_1(r)$ выберем так, чтобы при $r \to +\infty$ это решение стремилось к нулю, а при $r \to -\infty$ расходилось. $\Psi_2(r)$ выберем так, чтобы при $r \to +\infty$ это решение расходилось, а при $r \to -\infty$ стремилось к нулю, т.е.

$$\begin{aligned}\lim_{r\to+\infty}\Psi_1 &= 0, \ \lim_{r\to+\infty}\Psi_2=\infty,\\ \lim_{r\to-\infty}\Psi_1 &= \infty, \ \lim_{r\to-\infty}\Psi_2=0.\end{aligned} \tag{12}$$

Тогда решение уравнения (10) можно представить в следующем виде

$$G_l=\theta(r-\tilde r)\Psi_1(r)\Psi_2(\tilde r)+\theta(\tilde r-r)\Psi_1(\tilde r)\Psi_2(r). \tag{13}$$

Нормировка Ψ достигается путем интегрирования (10) по r от $(\tilde r-\epsilon)$ до $(\tilde r+\epsilon)$ и взятия предела $\epsilon\to 0$. Это приводит к условию на вронскиан

$$W(\Psi_1,\Psi_2)=\Psi_1\frac{d\Psi_2}{dr}-\Psi_2\frac{d\Psi_1}{dr}=\frac{1}{r^2+Q^2}. \tag{14}$$

Рассмотрим уравнение (11) в областях $r>0$ и $r<0$. Мы можем построить независимые решения этого уравнения для этих двух областей

$$\begin{aligned}\phi^1_+(r) &= P_l\left(\frac{ir}{|Q|}\right), \quad \phi^2_+(r)=Q_l\left(\frac{ir}{|Q|}\right), \quad r>0,\\ \phi^1_-(r) &= P_l\left(\frac{-ir}{|Q|}\right), \quad \phi^2_-(r)=Q_l\left(\frac{-ir}{|Q|}\right), \quad r<0,\end{aligned} \tag{15}$$

где P_l and Q_l многочлены Лежандра первого и второго рода. Асимптотики этих решений имеют вид

$$\phi^1_\pm|_{r\to\pm\infty}\sim r^l, \quad \phi^2_\pm|_{r\to\pm\infty}\sim r^{-l-1}. \tag{16}$$

Вронскиан $\phi^1_\pm$, $\phi^2_\pm$ легко вычисляется (см. [80])

$$W(\phi^1_\pm,\phi^2_\pm)=\frac{\pm i|Q|}{r^2+Q^2}. \tag{17}$$

Решения (11) во всём пространстве можно записать следующим образом

$$\begin{aligned}\Psi_1 &= \begin{cases}\alpha^1_+\phi^1_+ + \beta^1_+\phi^2_+ & r>0,\\ \alpha^1_-\phi^1_- + \beta^1_-\phi^2_- & r<0,\end{cases}\\ \Psi_2 &= \begin{cases}\alpha^2_+\phi^1_+ + \beta^2_+\phi^2_+ & r>0,\\ \alpha^2_-\phi^1_- + \beta^2_-\phi^2_- & r<0,\end{cases}\end{aligned} \tag{18}$$

где $\alpha^{1,2}_\pm,\beta^{1,2}_\pm$ являются константами. Подставляя граничные условия (12) в (18) и используя (16) получим

$$\alpha^1_+=0, \quad \alpha^2_-=0. \tag{19}$$

Тогда выражения (18) сводятся к следующему виду

$$\begin{aligned}\Psi_1 &= \begin{cases}\beta^1_+\phi^2_+ & r>0,\\ \alpha^1_-\phi^1_- + \beta^1_-\phi^2_- & r<0,\end{cases}\\ \Psi_2 &= \begin{cases}\alpha^2_+\phi^1_+ + \beta^2_+\phi^2_+ & r>0,\\ \beta^2_-\phi^2_- & r<0.\end{cases}\end{aligned} \tag{20}$$

Подставляя эти выражения в вронскиан и принимая во внимание (17), получим

$$W(\Psi_1,\Psi_2) = \begin{cases}-\alpha^2_+\beta^1_+\dfrac{i|Q|}{(r^2+Q^2)}, & r>0,\\ -\alpha^1_-\beta^2_-\dfrac{i|Q|}{(r^2+Q^2)}, & r<0.\end{cases} \tag{21}$$

Сравнивая это выражение с (14), получим следующие соотношения между коэффициентами:

$$\alpha^2_+\beta^1_+ = \alpha^1_-\beta^2_- \quad = \quad \frac{-1}{i|Q|} = \frac{i}{|Q|}. \tag{22}$$

Выпишем условия сшивки решений $\Psi_1(r)$ и $\Psi_2(r)$ при $r = 0$

$$\begin{aligned} &\lim_{r\to+0}\Psi_1(r) = \lim_{r\to-0}\Psi_1(r), \quad \lim_{r\to+0}\frac{d\Psi_1(r)}{dr} = \lim_{r\to-0}\frac{d\Psi_1(r)}{dr}, \\ &\lim_{r\to+0}\Psi_2(r) = \lim_{r\to-0}\Psi_2(r), \quad \lim_{r\to+0}\frac{d\Psi_2(r)}{dr} = \lim_{r\to-0}\frac{d\Psi_2(r)}{dr}. \end{aligned} \tag{23}$$

Используя эти условия и выражения (20), можно получить следующие соотношения

$$\beta^1_+\phi^2_+(0) = \alpha^1_-\phi^1_-(0) + \beta^1_-\phi^2_-(0), \quad \alpha^2_+\phi^1_+(0) + \beta^2_+\phi^2_+(0) = \beta^2_-\phi^2_-(0), \tag{24}$$

$$\beta^1_+\frac{d\phi^2_+}{dr}\bigg|_0 = \alpha^1_-\frac{d\phi^1_-}{dr}\bigg|_0 + \beta^1_-\frac{d\phi^2_-}{dr}\bigg|_0, \ \alpha^2_+\frac{d\phi^1_+}{dr}\bigg|_0 + \beta^2_+\frac{d\phi^2_+}{dr}\bigg|_0 = \beta^2_-\frac{d\phi^2_-}{dr}\bigg|_0. \tag{25}$$

Эти выражения можно разрешить относительно $\alpha^1_-, \beta^1_-, \alpha^2_+, \beta^2_+$

$$\begin{aligned} &\alpha^1_- = \beta^1_+\left.\frac{W(\phi^2_+,\phi^2_-)}{W(\phi^1_-,\phi^2_-)}\right|_0, \ \beta^1_- = \beta^1_+\left.\frac{W(\phi^1_-,\phi^2_+)}{W(\phi^1_-,\phi^2_-)}\right|_0, \\ &\alpha^2_+ = -\beta^2_-\left.\frac{W(\phi^2_+,\phi^2_-)}{W(\phi^1_+,\phi^2_+)}\right|_0, \ \beta^2_+ = +\beta^2_-\left.\frac{W(\phi^1_+,\phi^2_-)}{W(\phi^1_+,\phi^2_+)}\right|_0. \end{aligned} \tag{26}$$

Принимая во внимание (15) и используя свойства функций $P_l(z)$ и $Q_l(z)$ (см.Ref. [80]), получим

$$P_l(0) \quad = \quad \frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma(\frac12-\frac{l}{2})\Gamma(1+\frac{l}{2})}, \ \ P'_l(0) = -\frac{2\sqrt{\pi}}{\Gamma(\frac12+\frac{l}{2})\Gamma(-\frac{l}{2})}, \tag{27}$$

$$Q_l(0) \quad = \quad \frac{\sqrt{\pi}}{2}e^{-i\frac{\pi}{2}(l+1)}\frac{\Gamma(\frac12+\frac{l}{2})}{\Gamma(1+\frac{l}{2})}, \ \ Q'_l(0) = \sqrt{\pi}e^{-i\frac{\pi}{2}l}\frac{\Gamma(1+\frac{l}{2})}{\Gamma(\frac12+\frac{l}{2})} \tag{28}$$

Это позволяет вычислить вронскианы в (26)

$$\begin{aligned} &W(\phi^2_+,\phi^2_-)|_0 = -\frac{\pi(-1)^l}{|Q|}, \quad W(\phi^1_-,\phi^2_+)|_0 = \frac{i\pi}{|Q|}(-1)^l, \quad W(\phi^1_-,\phi^2_-)|_0 = -\frac{i}{|Q|}, \\ &W(\phi^1_+,\phi^2_+)|_0 = \frac{i}{|Q|}, \quad W(\phi^1_+,\phi^2_-)|_0 = -\frac{i(-1)^l}{|Q|} \end{aligned} \tag{29}$$

и переписать выражения (26) следующим образом

$$\begin{aligned} &\alpha^1_- = -i\pi(-1)^l\beta^1_+, \quad \beta^1_- = -\pi(-1)^l\beta^1_+, \\ &\alpha^2_+ = i\pi(-1)^l\beta^2_-, \qquad \beta^2_+ = -(-1)^l\beta^2_-. \end{aligned} \tag{30}$$

Используя эти соотношения и выражения (13, 15, 20, 22), получим для $r > \tilde r > 0$

$$\begin{aligned} G_l(r,\tilde r) \quad &= \quad \frac{i}{|Q|}\phi^2_+(r)\phi^1_+(\tilde r) + \frac{i}{|Q|}\left.\frac{W(\phi^1_+,\phi^2_-)}{W(\phi^2_+,\phi^2_-)}\right|_0 \phi^2_+(r)\phi^2_+(\tilde r), \\ &= \quad \frac{i}{|Q|}\phi^2_+(r)\phi^1_+(\tilde r) + \frac{1}{\pi|Q|}\phi^2_+(r)\phi^2_+(\tilde r) \\ &= \quad \frac{i}{|Q|}Q_l(z)P_l(\tilde z) + \frac{1}{\pi|Q}|Q_l(z)Q_l(\tilde z), \end{aligned} \tag{31}$$

где $z = \dfrac{ir}{|Q|}$ и $\tilde z = \dfrac{i\tilde r}{|Q|}$. Подставив это выражение в (8), а затем в (6), можно получить (для случая $r > \tilde r > 0$, $\theta = \tilde\theta$ и $\varphi = \tilde\varphi$)

$$\phi(r,\tilde r) = q\frac{e^{-\alpha(\tilde r)}}{|Q|}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)\left\{iP_l(\tilde z)Q_l(z) + \frac{1}{\pi}Q_l(\tilde z)Q_l(z)\right\}. \tag{32}$$

Для вычисления первого члена рассматриваемой суммы можно воспользоваться формулой Гейне (Heine) [80]

$$\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)P_l(\tilde{z})Q_l(z) = \frac{1}{z-\tilde{z}}.$$

При вычислении второго члена суммы воспользуемся интегральным представлением функции Лежандра второго рода [80]

$$Q_l(z) = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1}\frac{P_l(t)}{z-t}dt, \tag{33}$$

что позволяет получить следующее выражение

$$\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)Q_l(i\tilde{x})Q_l(ix) \quad = \quad -\frac{\arctan x - \arctan\tilde{x}}{x-\tilde{x}}. \tag{34}$$

Поэтому для $r > \tilde{r} > 0$, $\theta = \tilde{\theta}$ и $\varphi = \tilde{\varphi}$ получим

$$\phi(r,\tilde{r}) \quad = \quad qe^{-\alpha(\tilde{r})}\left[\frac{1}{r-\tilde{r}} - \frac{\arctan\frac{r}{|Q|} - \arctan\frac{\tilde{r}}{|Q|}}{\pi(r-\tilde{r})}\right]. \tag{35}$$

2. Перенормировка и результат

Процедура определения силы самодействия требует перенормировки скалярного потенциала $\phi(x;\tilde{x})$, который расходится в пределе $x \to \tilde{x}$ (см., например, работы [81,82]). Такая перенормировка может быть достигнута путём вычитания контрчлена деВитта-Швингера $\phi_{\text{DS}}(x;\tilde{x})$ из $\phi(x;\tilde{x})$ и взатия предела $x \to \tilde{x}$

$$\phi_{ren}(x) = \lim_{\tilde{x}\to x}\left(\phi(x;\tilde{x}) - \phi_{\text{DS}}(x;\tilde{x})\right). \tag{36}$$

Контрчлен ДеВитта-Швингера $\phi_{\text{DS}}(x;\tilde{x})$ для покоящегося скалярного заряда в статическом искривленном пространстве-времени имеет следующий вид [83]

$$\phi_{\text{DS}}(x^i;\tilde{x}^i) = q\left(\frac{1}{\sqrt{2\sigma}} + \frac{\partial g_{tt}(\tilde{x})}{\partial\tilde{x}^i}\frac{\sigma^i}{4g_{tt}(\tilde{x})\sqrt{2\sigma}}\right), \tag{37}$$

где [84, 85]

$$\begin{aligned}
\sigma^i \quad &= \quad -\left(x^i - \tilde{x}^i\right) - \frac{1}{2}\Gamma^i_{jk}\left(x^j - \tilde{x}^j\right)\left(x^k - \tilde{x}^k\right) \\
&\quad -\frac{1}{6}\left(\Gamma^i_{jm}\Gamma^m_{kl} + \frac{\partial\Gamma^i_{jk}}{\partial\tilde{x}^l}\right)\left(x^j - \tilde{x}^j\right)\left(x^k - \tilde{x}^k\right)\left(x^l - \tilde{x}^l\right) + O\left((x-\tilde{x})^4\right), \\
\sigma \quad &= \quad \frac{g_{ij}(\tilde{x})}{2}\sigma^i\sigma^j,
\end{aligned} \tag{38}$$

Γ^i_{jk} – символы Кристоффеля второго рода, вычисленные в точке $\tilde{x}$. Контрчлен ДеВитта-Швингера $\phi_{\text{DS}}(x;\tilde{x})$ в переделе $\theta = \tilde{\theta},\ \varphi = \tilde{\varphi}$ легко вычисляется в пространстве-времени (1)

$$\phi_{\text{DS}}(r,\tilde{r}) = \frac{qe^{-\alpha(\tilde{r})}}{|r-\tilde{r}|}. \tag{39}$$

Используя выражение (35) для $\phi(\tilde{r}, r)$ получим перенормированное выражение для ϕ в области $r > 0$

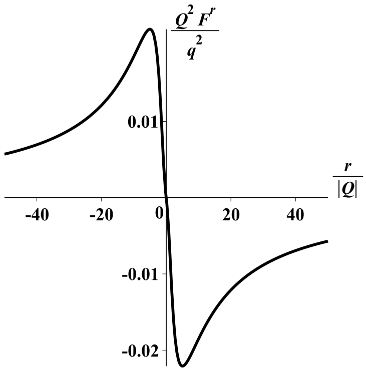
$$\phi_{ren}(r) = \lim_{\tilde{r}\to r}\left[\phi(r,\tilde{r}) - \phi_{\text{DS}}(r,\tilde{r})\right] = -\frac{q|Q|e^{-\alpha(r)}}{\pi(r^2+Q^2)}. \tag{40}$$

В области $r < 0$, ϕ_{ren} совпадает с этим выражением из-за симметрии $r \leftrightarrow -r$ задачи. Асимптотика потенциала $\phi_{ren}(r)$ при $r \to \infty$ имеет следующий вид

$$\phi_{ren}(r) \approx -\frac{q|Q|}{\pi r^2}. \tag{41}$$

Единственной ненулевой компонентой силы самодействия является

$$F^r(r) = -\frac{q}{2} g^{rr} \frac{\partial \phi_{ren}(r)}{\partial r} = -\frac{q^2 e^{-3\alpha(r)} \left(\frac{r}{|Q|} - \frac{1}{2} \arctan(\frac{r}{|Q|}) \right)}{\pi Q^2 \left(1 + r^2/Q^2\right)^2}. \tag{42}$$



Таким образом, вычислено аналитическое выражение (55) для силы самодействия статического скалярного заряда в пространстве-времени экстремальной заряженной кротовой норы (1).

Благодарности

Работа выполнена за счет средств субсидии, выделенной в рамках государственной поддержки Казанского (Приволжского) федерального университета в целях повышения его конкурентоспособности среди ведущих мировых научно-образовательных центров.

Список литературы

1. Flamm L. Beiträge zur Einateinschen Gravitationstheorie, *Physsik. Zeitschr.*, 1916, vol. 17, pp. 448–454.

2. Einstein A. and Rosen N. The particle problem in the general theory of relativity, *Phys. Rev.*, 1935, vol. 48, pp. 73–77.

3. Wheeler J.A. "Geons *Phys. Rev.*, 1955, Vol. 97, pp. 511–536.

4. Morris M.S. and Thorne K.S. Wormholes in Spacetime and Their Use for Interstellar Travel: A Tool for Teaching General Relativity, *Am. J. Phys.*, 1988, Vol. 56, pp. 395–412.

5. Morris M.S., Thorne K.S., and Yurtsever U. Wormholes, Time Machines, and the Weak Energy Condition, *Phys. Rev. Lett.*, 1988, Vol. 61, pp. 1446–1449.

6. Barcelo C. and Visser M. Scalar fields, energy conditions, and traversable wormholes, *Classical Quantum Gravity*, 2000, Vol. 17, pp. 3843–3864.

7. Sushkov S.V. and Kim S.W. Wormholes supported by the kink-like configuration of a scalar field, *Classical Quantum Gravity*, 2002, Vol. 19, pp. 4909–4922.

8. Richarte M. and Simeone C. Thin-shell wormholes supported by ordinary matter in Einstein-Gauss-Bonnet gravity, *Phys. Rev. D*, 2007, Vol. 76, 087502.

9. Kanti P., Kleihaus B. and Kunz J. Wormholes in Dilatonic Einstein-Gauss-Bonnet Theory, *Phys. Rev. Lett.*, 2011, Vol. 107, 271101.

10. Nojiri S., Obregon O., Odintsov S.D. and Osetrin K.E. Induced wormholes due to quantum effects of spherically reduced matter in large N approximation, *Phys. Lett. B*, 1999, Vol. 449, 173–179.

11. Nojiri S., Obregon O., Odintsov S.D. and Osetrin K.E. Can primordial wormholes be induced by GUTs at the early Universe?, *Phys. Lett. B*, 1999, Vol. 458, 19–28.

12. Hochberg D., Popov A.A., Sushkov S.V. Self-consistent wormhole solutions of semiclassical gravity, *Phys. Rev. Lett.*, 1997, Vol. 78, pp. 2050–2053.

13. Popov A.A. Long throat of a wormhole created from vacuum fluctuations, *Class. Quantum Grav.*, 2005, Vol. 22, pp. 5223-–5230.

14. Garattini R. and Lobo F.S.N. Self-sustained phantom wormholes in semi-classical gravity, *Class. Quant. Grav.*, 2007, Vol. 24, pp. 2401–2413.

15. Lobo F.S.N. and Oliveira M.A. Wormhole geometries in f(R) modified theories of gravity, *Phys. Rev. D*, 2009, Vol. 80, 104012.

16. Garcia N.M. and Lobo F.S.N. Wormhole geometries supported by a nonminimal curvature-matter coupling *Phys. Rev. D*, 2010, Vol. 82, 104018.

17. Garcia N.M. and Lobo F.S.N. Nonminimal curvature-matter coupled wormholes with matter satisfying the null energy condition, *Class. Quant. Grav.*, 2011, Vol. 28, 085018.

18. DeBenedictis A. and Horvat D. On Wormhole Throats in f(R) Gravity Theory, *Gen. Rel. Grav.*, 2012, Vol. 44, pp . 2711–2744.

19. Capozziello S., Harko T., Koivisto T.S., Lobo F.S.N., and Olmo G.J. Wormholes supported by hybrid metric-Palatini gravity, *Phys. Rev. D.*, 2012, Vol. 86, 127504.

20. Boehmer C.G., Harko T. and Lobo F.S.N. Wormhole geometries in modified teleparralel gravity and the energy conditions, *Phys. Rev. D*, 2012, Vol. 85, 044033.

21. Bahamonde S., Camci U., Capozziello S., and Jamil M. Scalar-tensor teleparallel wormholes by Noether symmetries, *Phys. Rev. D*, 2016, Vol. 94, 084042.

22. Visser M. *Lorentzian Wormholes: From Einstein to Hawking*, Woodbury, NY: AIP Press, 1995, 412 p.

23. Detweiler S. Perspective on gravitational self-force analyses, *Classical Quantum Gravity*, 2005, Vol. 22, pp. 681–716.

24. Khusnutdinov N. Particle self-action effects in a gravitational field, *Phys. Usp.*, 2005, Vol. 48, pp. 577–593,

25. Casals M., Dolan S., Ottewill A. and Wardell B. Self-Force Calculations with Matched Expansions and Quasinormal Mode Sums, *Phys.Rev.D*, 2009, Vol. 79, 015014

26. Poisson E., Pound A., and Vega I. The motion of point particles in curved spacetime, *Living Rev. Rel.*, 2011, Vol. 14, pp. 1-190.

27. Dirac P. Classical theory of radiating electrons, *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, 1938, Vol. 167, pp. 148–169.

28. Poisson E. *An introduction to the Lorentz-Dirac equation*, gr-qc/9912045.

29. Linet B. Force on a charge in the space-time of a cosmic string, *Phys. Rev. D*, 1986, Vol. 33, pp. 1833–1834.

30. Linet B. On the wave equation in the spacetime of a cosmic string, *Ann. Inst. Henri Poincaré*, 1986, Vol. 45, pp. 249–256.

31. Smith A. Gravitational effects of an infinite straight cosmic string on classical and quantum fields: Self-forces and vacuum fluctuations *The Formation and Evolution of Cosmic Strings*, Cambridge: Cambridge University Press, 1990, pp. 263–293.

32. Khusnutdinov N. Self-interaction force for a particle in cone spacetime, *Class. Quantum Grav.*, 1994, Vol. 11, pp. 1807–1813.

33. Khusnutdinov N. Self - Interaction Force for Charged Particle in the Space Time of Supermassive Cosmic String, *Quantum Field Theory under the Influence of External Conditions* (Teubner-Texte zur Physik, Bd. 30, Ed.M.Bordag) (Stuttgart: B.G. Teubner Verlagsgesellschaft), 1996, pp. 97–98.

34. Khusnutdinov N. Charged particle in the spacetime of a supermassive cosmic string, *Theor. Math. Phys.*, 1995, Vol. 103, pp. 603–611.

35. De Lorenci V. and Moreira Jr.E. Classical self-forces in a space with a topological defect, *Phys.Rev. D*, 2002, Vol. 65, 085013

36. DeWitt B and Brehme R. Radiation damping in a gravitational field, *Ann. Phys.*, 1960, Vol. 9, pp. 220–259.

37. Hobbs J. A vierbien formalism of radiation damping ,*Ann. Phys.*, 1968, Vol. 47, pp. 141–165.

38. Mino Y., Sasaki M., and Tanaka T. Gravitational radiation reaction to a particle motion, *Phys. Rev. D*, 1997, Vol. 55, pp. 3457–3476.

39. Quinn T.C. and Wald R.M. Axiomatic approach to electromagnetic and gravitational radiation reaction of particles in curved space-time, *Phys. Rev. D*, 1997, Vol. 56, pp. 3381–3394.

40. Quinn T.C. Axiomatic approach to radiation reaction of scalar point particles in curved space-time *Phys. Rev. D*, 2000, Vol. 62, 064029.

41. Barack L. and Sago N. Gravitational self-force on a particle in eccentric orbit around a Schwarzschild black hole , *Phys. Rev. D*, 2010, Vol. 81, 084021.

42. Diener P., Vega I., Wardell B., and Detweiler S. Self-consistent orbital evolution of a particle around a Schwarzschild black hole (2011), arXiv:1112.4821.

43. Warburton N., Akcay S., Barack L., Gair J.R., and Sago N. Evolution of inspiral orbits around a Schwarzschild black hole, *Phys. Rev. D*, 2012, Vol. 85, 061501.

44. Vilenkin A. Self-interaction of charged particles in the gravitational field, *Phys. Rev. D*, 1979, Vol. 20, pp. 373–376.

45. Smith A.G. and Will C.M. Force on a static charge outside a Schwarzschild black hole, *Phys. Rev. D*, 1980, Vol. 22, pp. 1276–1284.

46. DeWitt C.M. and DeWitt B.S. Radiation damping in a gravitational field, *Physics*, 1964, Vol. 1, pp. 3–28.

47. MacGruder C.H. Field energies and principles of equivalence, *Nature (London)*, 1978, Vol. 272, pp. 806–807.

48. Ori A. Radiative evolution of orbits around a Kerr black hole, *Phys. Lett. A*, 1995, Vol. 202, pp. 347–351.

49. Ori A. Radiative evolution of the Carter constant for generic orbits around a Kerr black hole, *Phys. Rev. D*, 1997, Vol. 55, pp. 3444–3456.

50. Burko L.M. Self-force on static charges in Schwarzschild spacetime,*Class. Quantum Grav.*, 2000, Vol. 17, pp. 227–250.

51. Burko L.M. Self-Force on a Particle in Orbit around a Black Hole, *Phys. Rev. Lett.*, 2000, Vol. 84, pp. 4529–4532.

52. Barack L. and Ori A. Mode sum regularization approach for the self-force in black hole space-time, *Phys. Rev. D*, 2000, Vol. 61, 061502.

53. Barack L. Self-force on a scalar particle in spherically symmetric space-time via mode-sum regularization: Radial trajectories, *Phys. Rev. D*, 2000, Vol. 62, 084027.

54. Lousto C.O. Pragmatic Approach to Gravitational Radiation Reaction in Binary Black Holes, *Phys. Rev. Lett.*, 2000, Vol. 84, pp. 5251–5254.

55. Barack L. and Burko L.M. Radiation-reaction force on a particle plunging into a black hole, *Phys. Rev. D*, 2000, Vol. 62, 084040.

56. Burko L.M. and Liu Y.T. Self-force on a scalar charge in the space-time of a stationary, axisymmetric black hole, *Phys. Rev. D*, 2001, Vol. 64, 024006.

57. Nakano H., Mino Y. and M. Sasaki M. Self-Force on a Scalar Charge in Circular Orbit around a Schwarzschild Black Hole, *Prog. Theor. Phys.*, 2001, Vol. 106, pp. 339–362.

58. Barack L. Gravitational self-force by mode sum regularization, *Phys. Rev. D*, 2001, Vol. 64, 084021.

59. Detweiler S. Radiation Reaction and the Self-Force for a Point Mass in General Relativity, *Phys. Rev. Lett.*, 2001, Vol. 68, 1931.

60. Barack L., Mino Y., Nakano H., Ori A., and Sasaki M. Calculating the gravitational self-force in Schwarzschild spacetime, *Phys. Rev. Lett.*, 2002, Vol. 88, 091101.

61. Pfenning M.J. and Poisson E. Scalar, electromagnetic, and gravitational self-forces in weakly curved spacetimes, *Phys. Rev. D*, 2002, Vol. 65, 084001.

62. Barack L. and Lousto C.O. Computing the gravitational self-force on a compact object plunging into a Schwarzschild black hole, *Phys. Rev. D*, 2002, Vol. 66, 061502.

63. Barack L. and Ori A. Regularization parameters for the self-force in Schwarzschild spacetime: Scalar case , *Phys.Rev. D*, 2002, Vol. 66, 084022.

64. Barack L. and Ori A. Gravitational self-force on a particle orbiting a Kerr black hole, *Phys. Rev. Lett.*, 2003, Vol. 90, 111101.

65. Mino Y., Nakano H., and Sasaki M. Covariant self-force regularization of a particle orbiting a Schwarzschild black hole, *Prog. Theor. Phys.*, 2003, Vol. 108, pp. 1039-1064.

66. Detweiler S. and Whiting B.F. Self force of a scalar field for circular orbits about a Schwarzschild black hole, *Phys. Rev. D*, 2003, Vol. 67, 024025.

67. Barack L. and Ori A. Regularization parameters for the selfforce in Schwarzschild space-time. II. Gravitational and electromagnetic cases, *Phys.Rev. D*, 2003, Vol. 67, 024029.

68. Detweiler S., Messaritaki E., and Whiting B.F. Self-force of a scalar field for circular orbits about a Schwarzschild black hole, *Phys. Rev. D*, 2003, Vol. 67, 104016.

69. Khusnutdinov N. and Bakhmatov I. Self-action of a point charge in a wormhole space-time, *Phys. Rev. D*, 2007, Vol. 76, 124015.

70. Linet B. Electrostatics in a wormhole geometry, arXiv:0712.0539 [gr-qc]

71. Krasnikov S. Electrostatic interaction of a pointlike charge with a wormhole, *Class. Quantum Grav.*, 2008, Vol. 25, 245018.

72. Bezerra V.B. and Khusnutdinov N. Self-force on a scalar particle in a class of wormhole spacetimes, *Phys. Rev. D*, 2009, Vol. 79, 064012.

73. Popov A. Self-force on a scalar point charge in the long throat, *Physics Letters B*, 2010, Vol. 693, pp. 180-183.

74. Khusnutdinov N., Popov A., Lipatova L. Self-force of a point charge in the spacetime of a massive wormhole, *Classical and Quantum Gravity*, 2010, Vol. 27, 215012.

75. Popov A. Self-force on a static charge in the long throat of a wormhole, *General Relativity and Gravitation*, 2013, Vol. 45, pp. 1567-1578.

76. Taylor P. Self-force on an arbitrarily coupled static scalar particle in a wormhole space-time *Phys. Rev. D*, 2013, Vol. 87, 024046.

77. Popov A. and Aslan O. Scalar self-force on static charge in a long throat, *International Journal of Modern Physics A.*, 2015, Vol. 30, 1550143.

78. Clement G., Fabris J.C., and Rodrigues E.M. *Phys.Rev.D*, 2009, Vol. 79, 064021.

79. Попов А.А. Статические сферически симметричные решения в 4D-теории Эйнштейна-Максвелла-анти-дилатона // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2015. Вып. 1. - С. 24-37.

80. Bateman H. and Erdelyi F. *Higher Transcedental Functions Vol. I*, New York: McGraw-Hill, 1953, 292 p.

81. Rosenthal E. Massive field approach to the scalar self force in curved space-time, *Phys. Rev. D*, 2004, Vol. 69, 064035.

82. Rosenthal E. Scalar self force on a static particle in Schwarzschild using the massive field approach, *Phys. Rev. D*, 2004, Vol. 70, 124016.

83. Popov A. Renormalization for the self-potential of a scalar charge in static space-times, *Phys.Rev.D*, 2011, Vol. 84, 064009.

84. Synge J.L. *Relativity: The General Theory* (North-Holland, Amsterdam, 1960).

85. Popov A. Local expansion of the bivector of geodesic parallel displacement, *Gravitation & Cosmol.*, 2007, Vol. 13, pp. 119–122.

References

1. Flamm L. Beiträge zur Einateinschen Gravitationstheorie, *Physsik. Zeitschr.*, 1916, Vol. 17, pp. 448–454.

2. Einstein A. and Rosen N. The particle problem in the general theory of relativity, *Phys. Rev.*, 1935, Vol. 48, pp. 73–77.

3. Wheeler J.A. "Geons", *Phys. Rev.*, 1955, Vol. 97, pp. 511–536.

4. Morris M.S. and Thorne K.S. Wormholes in Spacetime and Their Use for Interstellar Travel: A Tool for Teaching General Relativity, *Am. J. Phys.*, 1988, Vol. 56, pp. 395–412.

5. Morris M.S., Thorne K.S., and Yurtsever U. Wormholes, Time Machines, and the Weak Energy Condition, *Phys. Rev. Lett.*, 1988, Vol. 61, pp. 1446–1449.

6. Barcelo C. and Visser M. Scalar fields, energy conditions, and traversable wormholes, *Classical Quantum Gravity*, 2000, Vol. 17, pp. 3843–3864.

7. Sushkov S.V. and Kim S.W. Wormholes supported by the kink-like configuration of a scalar field, *Classical Quantum Gravity*, 2002, Vol. 19, pp. 4909–4922.

8. Richarte M. and Simeone C. Thin-shell wormholes supported by ordinary matter in Einstein-Gauss-Bonnet gravity, *Phys. Rev. D*, 2007, Vol. 76, 087502.

9. Kanti P., Kleihaus B. and Kunz J. Wormholes in Dilatonic Einstein-Gauss-Bonnet Theory, *Phys. Rev. Lett.*, 2011, Vol. 107, 271101.

10. Nojiri S., Obregon O., Odintsov S.D. and Osetrin K.E. Induced wormholes due to quantum effects of spherically reduced matter in large N approximation, *Phys. Lett. B*, 1999, Vol. 449, 173–179.

11. Nojiri S., Obregon O., Odintsov S.D. and Osetrin K.E. Can primordial wormholes be induced by GUTs at the early Universe?, *Phys. Lett. B*, 1999, Vol. 458, pp. 19–28.

12. Hochberg D., Popov A.A., Sushkov S.V. Self-consistent wormhole solutions of semiclassical gravity, *Phys. Rev. Lett.*, 1997, Vol. 78, pp. 2050–2053.

13. Popov A.A. Long throat of a wormhole created from vacuum fluctuations, *Class. Quantum Grav.*, 2005, Vol. 22, pp. 5223-–5230.

14. Garattini R. and Lobo F.S.N. Self-sustained phantom wormholes in semi-classical gravity, *Class. Quant. Grav.*, 2007, Vol. 24, pp. 2401–2413.

15. Lobo F.S.N. and Oliveira M.A. Wormhole geometries in f(R) modified theories of gravity, *Phys. Rev. D*, 2009, Vol. 80, 104012.

16. Garcia N.M. and Lobo F.S.N. Wormhole geometries supported by a nonminimal curvature-matter coupling *Phys. Rev. D*, 2010, Vol. 82, 104018.

17. Garcia N.M. and Lobo F.S.N. Nonminimal curvature-matter coupled wormholes with matter satisfying the null energy condition, *Class. Quant. Grav.*, 2011, Vol. 28, 085018.

18. DeBenedictis A. and Horvat D. On Wormhole Throats in f(R) Gravity Theory, *Gen. Rel. Grav.*, 2012, Vol. 44, pp . 2711–2744.

19. Capozziello S., Harko T., Koivisto T.S., Lobo F.S.N., and Olmo G.J. Wormholes supported by hybrid metric-Palatini gravity, *Phys. Rev. D.*, 2012, Vol. 86, 127504.

20. Boehmer C.G., Harko T. and Lobo F.S.N. Wormhole geometries in modified teleparralel gravity and the energy conditions, *Phys. Rev. D*, 2012, Vol. 85, 044033.

21. Bahamonde S., Camci U. Capozziello S., and Jamil M. Scalar-tensor teleparallel wormholes by Noether symmetries, *Phys. Rev. D*, 2016, Vol. 94, 084042.

22. Visser M. Lorentzian Wormholes: From Einstein to Hawking, Woodbury, NY: AIP Press, 1995, 412 p.

23. Detweiler S. Perspective on gravitational self-force analyses, *Classical Quantum Gravity*, 2005, Vol. 22, pp. 681–716.

24. Khusnutdinov N. Particle self-action effects in a gravitational field, *Phys. Usp.*, 2005, Vol. 48, pp. 577–593,

25. Casals M., Dolan S., Ottewill A. and Wardell B. Self-Force Calculations with Matched Expansions and Quasinormal Mode Sums, *Phys.Rev.D*, 2009, Vol. 79, 015014

26. Poisson E., Pound A., and Vega I. The motion of point particles in curved spacetime, *Living Rev. Rel.*, 2011, Vol. 14, pp. 1-190.

27. Dirac P. Classical theory of radiating electrons, *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, 1938, Vol. 167, pp. 148–169.

28. Poisson E. An introduction to the Lorentz-Dirac equation, gr-qc/9912045.

29. Linet B. Force on a charge in the space-time of a cosmic string, *Phys. Rev. D*, 1986, Vol. 33, pp. 1833–1834.

30. Linet B. On the wave equation in the spacetime of a cosmic string, *Ann. Inst. Henri Poincaré*, 1986, Vol. 45, pp. 249–256.

31. Smith A. Gravitational effects of an infinite straight cosmic string on classical and quantum fields: Self-forces and vacuum fluctuations *The Formation and Evolution of Cosmic Strings*, Cambridge: Cambridge University Press, 1990, pp. 263–293.

32. Khusnutdinov N. Self-interaction force for a particle in cone spacetime, *Class. Quantum Grav.*, 1994, Vol. 11, pp. 1807–1813.

33. Khusnutdinov N. Self - Interaction Force for Charged Particle in the Space Time of Supermassive Cosmic String, *Quantum Field Theory under the Influence of External Conditions* (Teubner-Texte zur Physik, Bd. 30, Ed.M.Bordag) (Stuttgart: B.G. Teubner Verlagsgesellschaft), 1996, pp. 97–98.

34. Khusnutdinov N. Charged particle in the spacetime of a supermassive cosmic string, *Theor. Math. Phys.*, 1995, Vol. 103, pp. 603–611.

35. De Lorenci V. and Moreira Jr.E. Classical self-forces in a space with a topological defect, *Phys.Rev. D*, 2002, Vol. 65, 085013

36. DeWitt B and Brehme R. Radiation damping in a gravitational field, *Ann. Phys.*, 1960, Vol. 9, pp. 220–259.

37. Hobbs J. A vierbien formalism of radiation damping ,*Ann. Phys.*, 1968, Vol. 47, pp. 141–165.

38. Mino Y., Sasaki M., and Tanaka T. Gravitational radiation reaction to a particle motion, *Phys. Rev. D*, 1997, Vol. 55, pp. 3457–3476.

39. Quinn T.C. and Wald R.M. Axiomatic approach to electromagnetic and gravitational radiation reaction of particles in curved space-time, *Phys. Rev. D*, 1997, Vol. 56, pp. 3381–3394.

40. Quinn T.C. Axiomatic approach to radiation reaction of scalar point particles in curved space-time *Phys. Rev. D*, 2000, Vol. 62, 064029.

41. Barack L. and Sago N. Gravitational self-force on a particle in eccentric orbit around a Schwarzschild black hole , *Phys. Rev. D*, 2010, Vol. 81, 084021.

42. Diener P., Vega I., Wardell B., and Detweiler S. Self-consistent orbital evolution of a particle around a Schwarzschild black hole (2011), arXiv:1112.4821.

43. Warburton N., Akcay S., Barack L., Gair J.R., and Sago N. Evolution of inspiral orbits around a Schwarzschild black hole, *Phys. Rev. D*, 2012, Vol. 85, 061501.

44. Vilenkin A. Self-interaction of charged particles in the gravitational field, *Phys. Rev. D*, 1979, Vol. 20, pp. 373–376.

45. Smith A.G. and Will C.M. Force on a static charge outside a Schwarzschild black hole, *Phys. Rev. D*, 1980, Vol. 22, pp. 1276–1284.

46. DeWitt C.M. and DeWitt B.S. Radiation damping in a gravitational field, *Physics*, 1964, Vol. 1, pp. 3–28.

47. MacGruder C.H. Field energies and principles of equivalence, *Nature (London)*, 1978, Vol. 272, pp. 806–807.

48. Ori A. Radiative evolution of orbits around a Kerr black hole, *Phys. Lett. A*, 1995, Vol. 202, pp. 347–351.

49. Ori A. Radiative evolution of the Carter constant for generic orbits around a Kerr black hole, *Phys. Rev. D*, 1997, Vol. 55, pp. 3444–3456.

50. Burko L.M. Self-force on static charges in Schwarzschild spacetime,*Class. Quantum Grav.*, 2000, Vol. 17, pp. 227–250.

51. Burko L.M. Self-Force on a Particle in Orbit around a Black Hole, *Phys. Rev. Lett.*, 2000, Vol. 84, pp. 4529–4532.

52. Barack L. and Ori A. Mode sum regularization approach for the self-force in black hole space-time, *Phys. Rev. D*, 2000, Vol. 61, 061502.

53. Barack L. Self-force on a scalar particle in spherically symmetric space-time via mode-sum regularization: Radial trajectories, *Phys. Rev. D*, 2000, Vol. 62, 084027.

54. Lousto C.O. Pragmatic Approach to Gravitational Radiation Reaction in Binary Black Holes, *Phys. Rev. Lett.*, 2000, Vol. 84, pp. 5251–5254.

55. Barack L. and Burko L.M. Radiation-reaction force on a particle plunging into a black hole, *Phys. Rev. D*, 2000, Vol. 62, 084040.

56. Burko L.M. and Liu Y.T. Self-force on a scalar charge in the space-time of a stationary, axisymmetric black hole, *Phys. Rev. D*, 2001, Vol. 64, 024006.

57. Nakano H., Mino Y. and M. Sasaki M. Self-Force on a Scalar Charge in Circular Orbit around a Schwarzschild Black Hole, *Prog. Theor. Phys.*, 2001, Vol. 106, pp. 339–362.

58. Barack L. Gravitational self-force by mode sum regularization, *Phys. Rev. D*, 2001, Vol. 64, 084021.

59. Detweiler S. Radiation Reaction and the Self-Force for a Point Mass in General Relativity, *Phys. Rev. Lett.*, 2001, Vol. 68, 1931.

60. Barack L., Mino Y., Nakano H., Ori A., and Sasaki M. Calculating the gravitational self-force in Schwarzschild spacetime, *Phys. Rev. Lett.*, 2002, Vol. 88, 091101.

61. Pfenning M.J. and Poisson E. Scalar, electromagnetic, and gravitational self-forces in weakly curved space-times, *Phys. Rev. D*, 2002, Vol. 65, 084001.

62. Barack L. and Lousto C.O. Computing the gravitational self-force on a compact object plunging into a Schwarzschild black hole, *Phys. Rev. D*, 2002, Vol. 66, 061502.

63. Barack L. and Ori A. Regularization parameters for the self-force in Schwarzschild spacetime: Scalar case , *Phys.Rev. D*, 2002, Vol. 66, 084022.

64. Barack L. and Ori A. Gravitational self-force on a particle orbiting a Kerr black hole, *Phys. Rev. Lett.*, 2003, Vol. 90, 111101.

65. Mino Y., Nakano H., and Sasaki M. Covariant self-force regularization of a particle orbiting a Schwarzschild black hole, *Prog. Theor. Phys.*, 2003, Vol. 108, pp. 1039-1064.

66. Detweiler S. and Whiting B.F. Self force of a scalar field for circular orbits about a Schwarzschild black hole, *Phys. Rev. D*, 2003, Vol. 67, 024025.

67. Barack L. and Ori A. Regularization parameters for the selfforce in Schwarzschild space-time. II. Gravitational and electromagnetic cases, *Phys.Rev. D*, 2003, Vol. 67, 024029.

68. Detweiler S., Messaritaki E., and Whiting B.F. Self-force of a scalar field for circular orbits about a Schwarzschild black hole, *Phys. Rev. D*, 2003, Vol. 67, 104016.

69. Khusnutdinov N. and Bakhmatov I. Self-action of a point charge in a wormhole space-time, *Phys. Rev. D*, 2007, Vol. 76, 124015.

70. Linet B. Electrostatics in a wormhole geometry, arXiv:0712.0539 [gr-qc]

71. Krasnikov S. Electrostatic interaction of a pointlike charge with a wormhole, *Class. Quantum Grav.*, 2008, Vol. 25, 245018.

72. Bezerra V.B. and Khusnutdinov N. Self-force on a scalar particle in a class of wormhole spacetimes, *Phys. Rev. D*, 2009, Vol. 79, 064012.

73. Popov A. Self-force on a scalar point charge in the long throat, *Physics Letters B*, 2010, Vol. 693, pp. 180-183.

74. Khusnutdinov N., Popov A., Lipatova L. Self-force of a point charge in the spacetime of a massive wormhole, *Classical and Quantum Gravity*, 2010, Vol. 27, 215012.

75. Popov A. Self-force on a static charge in the long throat of a wormhole, *General Relativity and Gravitation*, 2013, Vol. 45, pp. 1567-1578.

76. Taylor P. Self-force on an arbitrarily coupled static scalar particle in a wormhole space-time *Phys. Rev. D*, 2013, Vol. 87, 024046.

77. Popov A. and Aslan O. Scalar self-force on static charge in a long throat *International Journal of Modern Physics A.*, 2015, Vol. 30, 1550143.

78. Clement G., Fabris J.C., and Rodrigues E.M. *Phys.Rev.D*, 2009, Vol. 79, 064021.

79. Popov A. Staticheskie sfericheski simmetrichnye reshenija v 4D-teorii Einsteina-Maksvella-anti-dilatona [Static spherically symmetric solutions in 4D Einstein-Maxwell-anti-dilaton theory], *Space, time and fundamental interactions*, 2015, no. 24, pp. 24–38.

80. Bateman H. and Erdelyi F. *Higher Transcedental Functions Vol. I*, New York: McGraw-Hill, 1953, 292 p.

81. Rosenthal E. Massive field approach to the scalar self force in curved space-time, *Phys. Rev. D*, 2004, Vol. 69, 064035.

82. Rosenthal E. Scalar self force on a static particle in Schwarzschild using the massive field approach, *Phys. Rev. D*, 2004, Vol. 70, 124016.

83. Popov A. Renormalization for the self-potential of a scalar charge in static space-times, *Phys.Rev.D*, 2011, Vol. 84, 064009.

84. Synge J.L. *Relativity: The General Theory* (North-Holland, Amsterdam, 1960).

85. Popov A. Local expansion of the bivector of geodesic parallel displacement, *Gravitation & Cosmol.*, 2007, Vol. 13, pp. 119–122.

Авторы

Аслан Осман, аспирант, кафедра геометрии, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского, Казанский федеральный университет, ул. Кремлевская, д. 18, г. Казань, 420008, Россия.
E-mail: alsucuk@gmail.com

Попов Аркадий Александрович, д. ф.-м. н., кафедра геометрии, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского, Казанский федеральный университет, ул. Кремлевская, д. 18, г. Казань, 420008, Россия.
E-mail: apopov@kpfu.ru

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:
Аслан О., Попов А. А. Самодействие скалярного заряда в заряженной экстремальной антидилатонной кротовой норе // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2018. № 2. С. 4—17.

Authors

Aslan Osman, Postgraduate student, Lobachevsky Institute of Mathematics and Mechanics, Kazan Federal University, Kremlyovskaya str., 18, Kazan, 420008, Russia.
E-mail: alsucuk@gmail.com

Popov Arkadiy Aleksandrovich, Doctor of Physics and Mathematics, Lobachevsky Institute of Mathematics and Mechanics, Kazan Federal University, Kremlyovskaya str., 18, Kazan, 420008, Russia.
E-mail: apopov@kpfu.ru

Please cite this article in English as:
Aslan O., Popov A. A. Self-action of a scalar charge in a charged extreme anti-dilatonic wormhole. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2018, no. 2, pp. 4–17.