УДК 530.12 + 531.51

ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ В КОСМОЛОГИИ НА ОСНОВЕ НЕЛИНЕЙНЫХ СИГМА-МОДЕЛЕЙ

Фомин И. В.[a,1]

[a] Московский Государственный Технический Университет им. Н.Э. Баумана, 105005, г. Москва, Россия

В работе рассматривается метод точного анализа космологической динамики на ранней инфляционной стадии эволюции Вселенной Фридмана и на стадии повторного ускоренного расширения на основе исходных модели с квинтэссенцией и двухкомпонентных киральных космологических моделей. Основу метода составляет приведение уравнений динамики к виду, аналогичному для моделей с одним скалярным полем, посредством конформных преобразований внутренней метрики пространства полей.

Ключевые слова: скалярное поле, киральные космологические модели, точные решения.

EXACT SOLUTIONS IN COSMOLOGY BASED ON NONLINIAR SIGMA-MODELS

Fomin I. V.[a,1]

[a] Bauman Moscow State Technical University, 105005, Moscow, Russia

The method of exact analysis of cosmological dynamics at the early inflation stage of the evolution of the Friedman Universe and at the stage of repeated accelerated expansion based on two-component chiral cosmological models is considered. The basis of the method is the reduction of the equations of dynamics to similar to the case of models with one scalar field, by means of conformal transformations of the internal field's space metric.

Keywords: scalar field, chiral cosmological models, exact solutions.

PACS: 04.20.Jb
DOI: 10.17238/issn2226-8812.2018.2.49-58

Введение

Несмотря на то, что стандартные инфляционные сценарии, основанные на теории гравитации Эйнштейна и постулировании существования некоторого скалярного поля, эволюция которого приводит к ускоренному расширению ранней Вселенной и образованию материи, успешно объясняют объясняют происхождение крупномасштабной структуры, анизотропию реликтового излучения и механизмы образования элементарных частиц [1–5], то есть дают последовательный метод объяснения происхождения Вселенной и ее дальнейшей эволюции, существуют проблемы, выходящие за рамки такого подхода, например, природа темной энергии и темной материи [7, 8] на стадии повторного расширения Вселенной.

Как правило, рассматривается два подхода к объяснению природы темной энергии: первый подход связан с введением различным типов скалярных полей [8], также, с увеличением числа скалярных полей и определения взаимодействия между ними в рамках ОТО [9], второй подход

[1] E-mail: ingvor@inbox.ru

основан на модификациях гравитации Эйнштейна [8,9]. Также, предлагаются различные способы описания темной материи [11,12].

Согласно современным наблюдениям, динамика Вселенной находится в хорошем соответствии с ΛCDM-моделью, которая включает космологическую постоянную, связанную с энергией вакуума, холодную темную материю и барионную компоненту [13].

В качестве другого источника ускоренного расширения Вселенной, в работах [9,14,15] рассматривались нелинейные сигма-модели с потенциалом взаимодействия или киральные космологические модели с мультиплетом скалярных полей, специфика которых заключается в описании взаимодействия между полями посредством внутреннего пространства целей (полей). В контексте повторного ускоренного расширения во Вселенной с холодной темной материей (CDM) такие модели получили название σCDM-моделей [14,15].

Целью данной работы является построение точных решений уравнений динамики для двухкомпонентных киральных космологических моделей на различных стадиях эволюции Вселенной на основе теории гравитации Эйнштейна. В данном случае, мы будем рассматривать обобщенные точные решения, подразумевающие описание как повторного ускоренного расширения, так и исходной инфляционной стадии, которую, в контексте использования нелинейных сигма-моделей, назовем σ-инфляцией.

Предложенный в работе метод точных решений уравнений космологической динамики базируется на том, что посредством простых конформных преобразований (растяжений и сжатий) метрики пространства полей, с заданными соотношениями между скалярными полями, исходные уравнения динамики приводятся к виду уравнений в моделях с одним полем.

Таким образом, появится возможность использовать методы генерирования точных решений в моделях с одним скалярным полем [16] для получения точных решений в двухполевых киральных космологических моделях.

1. Уравнения космологической динамики во Вселенной Фридмана

Вначале запишем действие, которое определяет динамику скалярного поля на стадии космологической инфляции в системе единиц $8\pi G = c = 1$

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{1}{2}F(\phi)R - \frac{1}{2}\omega(\phi)g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - V(\phi) - \frac{1}{2}\xi(\phi)R^2_{GB}\right], \tag{1}$$

где R – скаляр Риччи, ϕ – скалярное поле и $V(\phi)$ – его потенциал, функция $\omega(\phi)$ определяет взаимодействие поля и его кинетической энергии, $\xi(\phi)$ определяет взаимодействие скалярного поля и скаляра Гаусса-Бонне $R^2_{GB} = R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma} - 4R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} + R^2$.

Для случая однородной, изотропной, пространственно плоской вселенной Фридмана, геометрия которой определяется метрикой Фридмана-Робертсона-Уокера

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)\left(dx^2 + dy^2 + dz^2\right), \tag{2}$$

получим уравнения динамики в следующем виде [25]

$$3FH^2 + 3H\dot{F} - \frac{\omega}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi) - 12H^3\dot{\xi} = 0, \tag{3}$$

$$3FH^2 + 2H\dot{F} + 2F\dot{H} + \ddot{F} + \frac{\omega}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi) - 8H^3\dot{\xi} - 8H\dot{H}\dot{\xi} - 4H^2\ddot{\xi} = 0, \tag{4}$$

$$\omega\ddot{\phi} + 3\omega H\dot{\phi} + \frac{1}{2}\dot{\phi}^2\omega'_\phi + V'_\phi - 6H^2F'_\phi - 3\dot{H}F'_\phi + 12H^4\xi'_\phi + 12H^2\dot{H}\xi'_\phi = 0, \tag{5}$$

где точка означает производную по времени, параметр Хаббла $H = \dot{a}/a$, $V'_\phi = dV/d\phi$.

Из трех уравнений (3)–(5) только два являются независимыми, поэтому динамику Вселенной на стадии инфляции можно рассматривать на основе системы из двух нелинейных дифференциальных уравнений для различных случаев взаимодействия скалярного поля и кривизны. Таким образом, для анализа космологической динамики на ранней стадии эволюции Вселенной будем использовать первые два уравнения (3)–(4).

2. Киральные космологические модели

Запишем действие, определяющее динамику нелинейных сигма-моделей [9]

$$S=\int dx^4\sqrt{-g}\left(\frac{R}{2}+\frac{1}{2}h_{AB}\partial_\mu\Psi^A\partial_\nu\Psi^B g^{\mu\nu}-V(\phi,\psi)\right), \tag{6}$$

где $V(\phi,\psi)$ – потенциал, $g^{\mu\nu}$ – метрический тензор пространства Фридмана-Робертсона-Уокера, h_{ij} – метрический тензор пространства полей, $\Psi^1=\phi$, $\Psi^2=\psi$.

Метрика пространства полей определяется следующим образом

$$ds^2=h_{AB}(\Psi^k)d\Psi^A d\Psi^B. \tag{7}$$

Далее, запишем систему уравнений Эйнштейна и полевых уравнений в пространстве Фридмана-Робертсона-Уокера [9]

$$3H^2=\frac{1}{2}h_{11}\dot\phi^2+h_{12}\dot\phi\dot\psi+\frac{1}{2}h_{22}\dot\psi^2+V(\phi,\psi)-\frac{K}{a^m}, \tag{8}$$

$$-\dot H=\frac{1}{2}h_{11}\dot\phi^2+h_{12}\dot\phi\dot\psi+\frac{1}{2}h_{22}\dot\psi^2-\frac{K}{a^m}, \tag{9}$$

$$3H\left(h_{11}\dot\phi+h_{12}\dot\psi\right)+\frac{\partial}{\partial t}\left(h_{11}\dot\phi+h_{12}\dot\psi\right)-\frac{1}{2}\frac{\partial h_{11}}{\partial\phi}\dot\phi^2-\frac{\partial h_{12}}{\partial\phi}\dot\phi\dot\psi-\frac{1}{2}\frac{\partial h_{22}}{\partial\phi}\dot\psi^2+\frac{\partial V}{\partial\phi}=0, \tag{10}$$

$$3H\left(h_{12}\dot\phi+h_{22}\dot\psi\right)+\frac{\partial}{\partial t}\left(h_{12}\dot\phi+h_{22}\dot\psi\right)-\frac{1}{2}\frac{\partial h_{11}}{\partial\psi}\dot\phi^2-\frac{\partial h_{12}}{\partial\psi}\dot\phi\dot\psi-\frac{1}{2}\frac{\partial h_{22}}{\partial\psi}\dot\psi^2+\frac{\partial V}{\partial\psi}=0. \tag{11}$$

В уравнениях учитывается вклад темной энергии, которая, в общем случае, определяется посредством скалярного поля квинтэссенции ϕ с потенциалом $V(\phi)$, также некоторой материи, которая моделируются баротропной жидкостью с уравнением состояния $p_m=[(m-3)/3]\rho_m$, плотность которой меняется по закону $\rho_m=Ka^{-m}$, $K=\rho_{0m}$, для барионной и холодной темной материи $m=3$ и плотность ρ_{0m} рассматривается как сумма плотностей холодной темной материи и барионного вещества. Влиянием излучения на космологическую динамику пренебрегаем, поскольку его плотность гораздо ниже плотностей темной энергии, темной и барионной материи.

В работе [9] было показано, что уравнения (8)–(9) можно привести к виду (для случая $m=2$, для произвольного m преобразования производятся аналогично)

$$V(\phi,\psi)=3H^2+\dot H+\frac{2K}{a^m}, \tag{12}$$

$$\frac{1}{2}h_{11}\dot\phi^2+h_{12}\dot\phi\dot\psi+\frac{1}{2}h_{22}\dot\psi^2=-\dot H+\frac{K}{a^m}. \tag{13}$$

В моделях с одним скалярным полем квинтэссенции уравнения динамики можно записать следующим образом [17]

$$V(\phi)=3H^2+\dot H+\frac{2K}{a^m}, \tag{14}$$

$$\frac{1}{2}\dot\phi^2=-\dot H+\frac{K}{a^m}, \tag{15}$$

$$\ddot\phi+3H\dot\phi+V'_\phi=0. \tag{16}$$

Для тензора метрики пространства полей h_{AB} с компонентами $h_{11}=1$, $h_{12}=h_{21}=0$, $h_{22}=0$ уравнения динамики (8)–(11) сводятся к уравнениям (14)–(16). Единичный тензор h_{AB} с компонентами $h_{11}=1$, $h_{12}=h_{21}=1$, $h_{22}=1$ соответствует моделям с перекрестным взаимодействием между полями ϕ и ψ. В случае диагонального тензора с компонентами $h_{11}=1$, $h_{12}=h_{21}=0$, $h_{22}=1$ получим модели с двумя невзаимодействующими полями.

Новый метод генерирования точных решений в киральных космологических моделях основан на том, что, рассматривая единичный тензор h_{AB} с компонентами, умноженными на некоторые постоянные, то есть рассматривая простые конформные преобразования метрики пространства полей, также, задавая соотношение между полями, можно привести уравнения (12)–(13) к виду (14)–(15). Далее, полученные решения подставляются в полевые уравнения (10)–(11), которые определяют ограничения на константы рассматриваемых моделей.

3. Точные решения для σCDM-моделей и σ-инфляции

Вначале рассмотрим космологическую модель, динамика которой определяется эффективной космологической постоянной, появляющаяся как следствие взаимодействия скалярных полей ϕ и ψ.

Для этого рассмотрим тензор пространства полей следующего вида

$$h_{AB} = \begin{pmatrix} n/2 & 1 \\ 1 & 2/n \end{pmatrix},$$

где n – постоянный конформный множитель, со следующим соотношением между скалярными полями

$$\psi(t) = -\frac{n}{2}\phi(t) + const, \tag{17}$$

то есть суммарная кинетическая энергия скалярных полей ϕ и ψ компенсируется (кинетические энергии самих полей нулю не равны) и динамика Вселенной определяется эффективной космологической постоянной Λ_{eff}.

Из уравнений (8)–(11), для случая $m = 2$, получим решения

$$H(t) = \frac{\sqrt{K}}{a_0}\tanh\left(\frac{\sqrt{K}}{a_0}t - \frac{1}{2}\right), \tag{18}$$

$$a(t) = a_0\cosh\left(\frac{\sqrt{K}}{a_0}t - \frac{1}{2}\right), \tag{19}$$

$$V = \Lambda_{eff} = \frac{3K}{a_0^2}. \tag{20}$$

Таким образом, полученные решения соответствуют σ-инфляции во Вселенной Фридмана с ненулевой кривизной $K = 1$.

Диагональный тензор пространства полей

Далее, рассмотрим диагональный тензор пространства полей, с нулевыми компонентами $h_{12} = h_{21} = 0$, следующего вида

$$h_{AB} = \begin{pmatrix} n/2 & 0 \\ 0 & 2/n \end{pmatrix}$$

с соотношением между полями

$$\psi(t) = \frac{n}{2}\phi(t). \tag{21}$$

В результате, получим уравнения динамики

$$V(\phi,\psi) = 3H^2 + \dot{H} + \frac{2K}{a^m}, \tag{22}$$

$$\frac{n}{2}\dot{\phi}^2 = -\dot{H} + \frac{K}{a^m}, \tag{23}$$

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \frac{2}{n}\frac{\partial V}{\partial \phi} = 0, \tag{24}$$

$$\ddot{\psi} + 3H\dot{\psi} + \frac{n}{2}\frac{\partial V}{\partial \psi} = 0. \tag{25}$$

Также, из (24)–(25) и (21) получим уравнение

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \frac{2}{n}\frac{\partial V}{\partial \phi} = \ddot{\psi} + 3H\dot{\psi} + \frac{n}{2}\frac{\partial V}{\partial \psi} = 0, \tag{26}$$

следствием которого является связь между потенциалами

$$V(\psi) = \frac{n}{2}V(\phi), \qquad V(\phi,\psi) = \left(1 - \frac{n}{2}\right)V(\phi) + V(\psi). \tag{27}$$

Далее, рассмотрим космологические модели для случая $n = 1$.

Осциллирующая Вселенная

Рассмотрим модель с масштабным фактором

$$a(t) = A(mA^{2-m})^{1/m}\cos^{2/m}\left(\frac{\sqrt{K+B}}{A}(t+C)\right), \tag{28}$$

где A, B и C – некоторые постоянные.

Из уравнений (22)–(23) получим

$$\phi(t) = \pm\sqrt{\frac{2(3K+2B)}{m(K+B)}}\ln\left[\frac{1+\sin\left(\frac{\sqrt{K+B}}{A}(t+C)\right)}{\cos\left(\frac{\sqrt{K+B}}{A}(t+C)\right)}\right], \tag{29}$$

$$\psi(t) = \pm\sqrt{\frac{(3K+2B)}{2m(K+B)}}\ln\left[\frac{1+\sin\left(\frac{\sqrt{K+B}}{A}(t+C)\right)}{\cos\left(\frac{\sqrt{K+B}}{A}(t+C)\right)}\right], \tag{30}$$

$$V(t) = \frac{12(K+B)\sin^2\left(\frac{\sqrt{K+B}}{A}(t+C)\right) - 2mB}{m^2A^2\cos^2\left(\frac{\sqrt{K+B}}{A}(t+C)\right)}. \tag{31}$$

Далее, подставляя зависимость $t = t(\phi)$ в выражение (31), запишем

$$V(\phi) = \frac{1}{m^2A^2}\left[(6K+6B-mB)\cosh\left(\sqrt{\frac{2m(K+B)}{3K+2B}}\phi\right) - (6K+6B+mB)\right], \tag{32}$$

$$V(\psi) = \frac{1}{2m^2A^2}\left[(6K+6B-mB)\cosh\left(\sqrt{\frac{8m(K+B)}{3K+2B}}\psi\right) - (6K+6B+mB)\right]. \tag{33}$$

В общем случае, из уравнения (26) получим условие на константы

$$K = \frac{2B(2A^2m - B^2m - 12A^2 + 6B^2)}{3(B^2m + 8A^2 - 6B^2)} \tag{34}$$

и потенциал $V(\phi,\psi)$ можно записать как

$$V(\phi,\psi) = \frac{1}{2}V(\phi) + V(\psi) \tag{35}$$

$$V(\phi,\psi) = \frac{6K+6B-mB}{2m^2A^2}\left[\cosh\left(\sqrt{\frac{2m(K+B)}{3K+2B}}\phi\right) + \cosh\left(\sqrt{\frac{8m(K+B)}{3K+2B}}\psi\right)\right] - \\ - \frac{6K+6B+mB}{m^2A^2}. \tag{36}$$

Отметим, что в данном случае, в потенциале отсутствует слагаемое, определяющее взаимодействие между полями вида $U(\phi,\psi)$ [9], поскольку мы рассматриваем постоянный тензор пространства полей h_{AB}. Рассматривая $m=3$ получим точные решения для σCDM-модели. Также, полученные решения можно редуцировать к описанию стадии космологической σ-инфляции в плоской Вселенной Фридмана для $K=0$.

Теперь, в качестве частного случая, рассмотрим модель с эффективной космологической постоянной $V=\Lambda_{eff}=const$.

Исходя из (31), (36) и условия $6K+6B-mB=0$ получим

$$V=\frac{6-m}{3mK}=const,\quad B=\frac{6K}{m-6},\quad A=\frac{3}{4}\sqrt{K^2+4K}. \tag{37}$$

Из уравнения (26) заключаем, что условие $V=const$ выполняется только для случая $m=2$, то есть $V=\frac{2}{3K}$, $B=-\frac{3}{2}K$, что соответствует σ-инфляции во Вселенной Фридмана с ненулевой кривизной на малых временах.

В качестве другого примера космологической динамики осциллирующей Вселенной рассмотрим

$$a(t)=A(mA^{2-m})^{1/m}\sin^{2/m}\left(\frac{\sqrt{K+B}}{A}(t+C)\right), \tag{38}$$

$$\phi(t)=\pm\sqrt{\frac{2(3K+2B)}{m(K+B)}}\ln\left[\frac{\sin\left(\frac{\sqrt{K+B}}{A}(t+C)\right)}{1+\cos\left(\frac{\sqrt{K+B}}{A}(t+C)\right)}\right], \tag{39}$$

$$\psi(t)=\pm\sqrt{\frac{(3K+2B)}{2m(K+B)}}\ln\left[\frac{\sin\left(\frac{\sqrt{K+B}}{A}(t+C)\right)}{1+\cos\left(\frac{\sqrt{K+B}}{A}(t+C)\right)}\right], \tag{40}$$

$$V(t)=\frac{12(K+B)\cos^2\left(\frac{\sqrt{K+B}}{A}(t+C)\right)-2mB}{m^2A^2\sin^2\left(\frac{\sqrt{K+B}}{A}(t+C)\right)}, \tag{41}$$

с тем же потенциалами и константами (32)–(37), что и в предыдущей модели.

Космологические модели с ускоренным расширением Вселенной

Задавая масштабный фактор следующим образом

$$a(t)=A(mA^{2-m})^{1/m}\sinh^{2/m}\left(\frac{\sqrt{K+B}}{A}(t+C)\right), \tag{42}$$

получим точные решения

$$\phi(t)=\pm\sqrt{\frac{2(3K+2B)}{m(K+B)}}\left[\pm\ln\left(e^{\frac{\sqrt{K+B}}{A}(t+C)}+1\right)\mp\ln\left(e^{\frac{\sqrt{K+B}}{A}(t+C)}-1\right)\right], \tag{43}$$

$$V(t)=\frac{12(K+B)\cosh^2\left(\frac{\sqrt{K+B}}{A}(t+C)\right)-2mB}{m^2A^2\sinh^2\left(\frac{\sqrt{K+B}}{A}(t+C)\right)}, \tag{44}$$

$$V(\phi)=\frac{1}{m^2A^2}\left[(6K+6B-mB)\cosh\left(\sqrt{\frac{2m(K+B)}{3K+2B}}\phi\right)+(6K+6B+mB)\right], \tag{45}$$

$$V(\psi)=\frac{1}{2m^2A^2}\left[(6K+6B-mB)\cosh\left(\sqrt{\frac{8m(K+B)}{3K+2B}}\psi\right)+(6K+6B+mB)\right]. \tag{46}$$

Для $m = 2$ получим эффективную космологическую постоянную $V = -\frac{2}{3K}$ и соответствующее соотношение $B = -\frac{3}{2}K$.

Также, рассмотрим модель с масштабным фактором

$$a(t) = A(mA^{2-m})^{1/m}\cosh^{2/m}\left(\frac{\sqrt{K+B}}{A}(t+C)\right), \tag{47}$$

$$\phi(t) = \pm 2\sqrt{-\frac{2(3K+2B)}{m(K+B)}}\arctan\left[e^{\frac{\sqrt{K+B}}{A}(t+C)}\right], \tag{48}$$

$$\psi(t) = \pm\sqrt{-\frac{2(3K+2B)}{m(K+B)}}\arctan\left[e^{\frac{\sqrt{K+B}}{A}(t+C)}\right], \tag{49}$$

$$V(t) = \frac{12(K+B)\sinh^2\left(\frac{\sqrt{K+B}}{A}(t+C)\right) - 2m(K-B)}{m^2A^2\cosh^2\left(\frac{\sqrt{K+B}}{A}(t+C)\right)}. \tag{50}$$

После подстановки зависимости $t = t(\phi)$ в выражение (50) и тригонометрических преобразований получим

$$V(\phi) = \frac{1}{m^2A^2}\left[(6K+6B-mB+mK)\cosh\left(\sqrt{\frac{m(K+B)}{2(K+2B)}}\phi\right) + (6K+6B+mB-mK)\right], \tag{51}$$

$$V(\psi) = \frac{1}{2m^2A^2}\left[(6K+6B-mB+mK)\cosh\left(\sqrt{\frac{2m(K+B)}{(K+2B)}}\psi\right) + (6K+6B+mB-mK)\right]. \tag{52}$$

В общем случае, из уравнений (24)–(25) получим условие на константы

$$K = \frac{2B(2A^2m - B^2m - 12A^2 + 6B^2)}{4A^2m + 3B^2m + 24A^2 - 18B^2} \tag{53}$$

с потенциалом вида (35).

Исходя из (31) и условия $6K + 6B - mB + mK = 0$ получим

$$V = \frac{24(m-6)}{(m+6)^2} = const, \quad B = \frac{K(m+6)}{(m-6)} \tag{54}$$

Из уравнений (24)–(25) заключаем, что условие $V = const$ выполняется только для случая $m = 6/5$, для которого $V = -\frac{50}{27K}$, $B = -\frac{3}{2}K$, то есть для экзотической материи, с уравнением состояния $p_m = -\frac{3}{5}\rho_m$ в плоской Вселенной Фридмана.

Также отметим, что, учитывая ненулевую энергию вакуума, потенциалы можно записать как $V \to V + const$.

Степенное расширение Вселенной

Теперь рассмотрим модель с произвольным значением n и масштабным фактором

$$a(t) = At^n, \tag{55}$$

где A – некоторая положительная постоянная.

Для случая $n = 2/m$, из уравнений (22)–(23) получим

$$\phi(t) = \sqrt{AKm+2}\ln t, \tag{56}$$

$$\psi(t) = \frac{1}{m}\sqrt{AKm+2}\ln t, \tag{57}$$

$$V(t)=\frac{2}{m^2}\left(AKm^2-m+6\right)t^{-2}, \tag{58}$$

$$V(\phi)=\frac{2}{m^2}\left(AKm^2-m+6\right)\exp\left(-\frac{2\phi}{\sqrt{AKm+2}}\right), \tag{59}$$

$$V(\psi)=\frac{1}{m^3}\left(AKm^2-m+6\right)\exp\left(-\frac{2m\psi}{\sqrt{AKm+2}}\right), \tag{60}$$

$$V(\phi,\psi)=\left(1-\frac{n}{2}\right)V(\phi)+V(\psi)=\left(1-\frac{1}{m}\right)V(\phi)+V(\psi)=$$
$$\frac{2}{m^2}\left(AKm^2-m+6\right)\left[\left(1-\frac{1}{m}\right)\exp\left(-\frac{2\phi}{\sqrt{AKm+2}}\right)+\frac{1}{2m}\exp\left(-\frac{2m\psi}{\sqrt{AKm+2}}\right)\right]. \tag{61}$$

Из уравнения (26) получим

$$K=\frac{2(m-6)}{Am(5m-6)}. \tag{62}$$

Потенциал равен нулю $V=0$ для двух случаев: $m=2$ с масштабным фактором $a(t)\propto t$ и для $m=6$ с масштабным фактором $a(t)\propto t^{1/3}$, ускоренное расширение Вселенной происходит при $m<2$, то есть для моделей σ-инфляции с ненулевым потенциалом и $K\neq 0$.

В данном случае, конформный множитель n связан как уравнением состояния материи, так и с темпом расширения Вселенной.

Заключение

В настоящей работе были получены обобщенные точные решения для киральных космологических моделей с различной динамикой на основе редукции уравнений космологической динамики к уравнениям для моделей с одним скалярным полем.

Полученные решения можно рассматривать как в контексте повторного ускоренного расширения Вселенной, так и для описания ранней инфляционной стадии. Унифицированное описание двух стадий ускоренного расширения Вселенной основывалось на параметрах K и m, которые имеют различные значение и смысл на стадии инфляции и стадии повторного ускоренного расширения.

Перспективой дальнейших исследований в данном направлении является обобщение рассмотренных космологических моделей на случай модификаций теории гравитации Эйнштейна на основе методов предложенных в работах [13, 17, 18].

Список литературы

1. Starobinsky A.A. A New Type of Isotropic Cosmological Models Without Singularity. *Phys. Lett. B*. 1980. V. 91. S. 99-102.

2. Guth A.H. The Inflationary Universe: A Possible Solution to the Horizon and Flatness Problems. *Phys. Rev. D*. 1981. V. 23. S. 347-356.

3. Linde A.D. A New Inflationary Universe Scenario: A Possible Solution of the Horizon, Flatness, Homogeneity, Isotropy and Primordial Monopole Problems. *Phys. Lett. B*. 1982. V. 108. S. 389-393.

4. Linde A.D. Particle physics and inflationary cosmology. *Contemp. Concepts Phys.* 1990. V. 5. S. 1-362.

5. Liddle A.R. and Lyth D.H. Cosmological Inflation and Large-Scale Structure. Cambridge.: Cambridge University Press, 2000.

6. Frieman J., Turner M. and Huterer D. Dark Energy and the Accelerating Universe. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 2008. V. 46. S. 385-432.

7. Nojiri S. and Odintsov S.D. Modified non-local-F(R) gravity as the key for the inflation and dark energy. *Phys. Lett. B*. 2008. V. 659. S. 821-826.

8. Armendariz-Picon C. et.al. A Dynamical solution to the problem of a small cosmological constant and late time cosmic acceleration. *Phys. Rev. Lett.* 2000. V. 85. S. 4438-4441.

9. Chervon S.V. Chiral Cosmological Models: Dark Sector Fields Description. *Quantum Matter.* 2013. V. 2. S. 71-82.

10. Clifton T., Ferreira P.G., Padilla A. and Skordis C. Modified Gravity and Cosmology. *Phys. Rept.* 2012. V. 513. S. 1-189.

11. Garrett K. and Duda G. Dark Matter: A Primer. *Adv. Astron.* 2011. V. 2011. S. 968283.

12. Maeder, A. An alternative to the ΛCDM model: The case of scale invariance. *Astrophys. J.* 2017. V. 834. S.194.

13. Ade P.A.R. et al [Planck Collaboration]. Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters. *Astron. Astrophys.* 2016. V. 594. S. A13.

14. Abbyazov R.R., Chervon S.V. Interaction of chiral fields of the dark sector with cold dark matter. *Grav. Cosmol.* 2012. V. 18. S. 262-269.

15. Abbyazov R.R., Chervon S.V., Müller V. σCDM coupled to radiation: Dark energy and Universe acceleration. *Mod. Phys. Lett. A.* 2015. V. 30. № 26. S. 1550114.

16. Фомин И.В. Обобщенные точные решения в космологии Фридмана // Известия высших учебных заведений. Физика. 2018. Т.61. №5. С. 36-42.

17. Hawkins R.M. and Lidsey J.E. The Ermakov-Pinney equation in scalar field cosmologies. *Phys. Rev. D.* 2002. V. 66. S. 023523.

18. Fomin I.V., Chervon S.V. Exact inflation in Einstein-Gauss-Bonnet gravity. *Grav. Cosmol.* 2017. V. 23. S. 367-374.

19. Fomin I.V., Chervon S.V. A new approach to exact solutions construction in scalar cosmology with a Gauss-Bonnet term. *Mod. Phys. Lett. A.* 2017. V. 32. S. 1750129.

20. Фомин И.В. Точные решения в космологии Фридмана со скалярными полями // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2018. №1. С. 36-45.

References

1. Starobinsky A.A. A New Type of Isotropic Cosmological Models Without Singularity. *Phys. Lett. B*, 1980, vol. 91, pp. 99-102.

2. Guth A.H. The Inflationary Universe: A Possible Solution to the Horizon and Flatness Problems. *Phys. Rev. D*, 1981, vol. 23, pp. 347-356.

3. Linde A.D. A New Inflationary Universe Scenario: A Possible Solution of the Horizon, Flatness, Homogeneity, Isotropy and Primordial Monopole Problems. *Phys. Lett. B.*, 1982, vol. 108, pp. 389-393.

4. Linde A.D. Particle physics and inflationary cosmology. *Contemp. Concepts Phys.*, 1990, vol. 5, pp. 1-362.

5. Liddle A.R. and Lyth D.H. *Cosmological Inflation and Large-Scale Structure.* Cambridge.: Cambridge University Press, 2000, 414 p.

6. Frieman J., Turner M. and Huterer D. Dark Energy and the Accelerating Universe. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 2008, vol. 46, pp. 385-432.

7. Nojiri S., Odintsov S.D. Modified non-local-F(R) gravity as the key for the inflation and dark energy. *Phys. Lett. B.*, 2008., vol. 659, pp. 821-826.

8. Armendariz-Picon C. et.al. A Dynamical solution to the problem of a small cosmological constant and late time cosmic acceleration. *Phys. Rev. Lett.*, 2000., vol. 85, pp. 4438-4441.

9. Chervon S.V. Chiral Cosmological Models: Dark Sector Fields Description. *Quantum Matter.*, 2013, vol. 2, pp. 71-82.

10. Clifton T., Ferreira P.G., Padilla A. and Skordis C. Modified Gravity and Cosmology. *Phys. Rept.*, 2012, vol. 513, pp.1-189.

11. Garrett K. and Duda G. Dark Matter: A Primer. *Adv. Astron.*, 2011, vol. 2011, p. 968283.

12. Maeder A. An alternative to the ΛCDM model: The case of scale invariance. *Astrophys. J.*, 2017, vol. 834, p.194.

13. Ade P.A.R. et al [Planck Collaboration]. Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters. *Astron. Astrophys.*, 2016, vol. 594, p. A13.

14. Abbyazov R.R., Chervon S.V. Interaction of chiral fields of the dark sector with cold dark matter. *Grav. Cosmol.*, 2012, vol. 18, pp. 262-269.

15. Abbyazov R.R., Chervon S.V. and Müller V. σCDM coupled to radiation: Dark energy and Universe acceleration. *Mod. Phys. Lett. A*, 2015, vol. 30, no. 26, p. 1550114.

16. Fomin I.V. Generalized exact solutions in Friedmann cosmology. News of higher educational institutions. Physics. 2018, vol.61, no. 5, pp. 36-42.

17. Hawkins R.M. and Lidsey J.E. The Ermakov-Pinney equation in scalar field cosmologies. *Phys. Rev. D*, 2002, vol. 66, p. 023523.

18. Fomin I.V., Chervon S.V. Exact inflation in Einstein-Gauss-Bonnet gravity. *Grav. Cosmol.*, 2017, vol. 23, pp. 367-374.

19. Fomin I.V., Chervon S.V. A new approach to exact solutions construction in scalar cosmology with a Gauss–Bonnet term. *Mod. Phys. Lett. A,* 2017, vol. 32, p. 1750129.

20. Fomin I.V. Exact solutions in Friedmann cosmology with scalar fields. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2018, no. 1, pp. 46-53.

Авторы

Фомин Игорь Владимирович, к. ф.-м. н., доцент кафедры физики; сотрудник лаборатории электродинамики движущихся сред, Московский Государственный Технический Университет им. Н.Э. Баумана, 2-я Бауманская улица, д. 5, г. Москва, 105005, Россия.
E-mail: ingvor@inbox.ru

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Фомин И. В. Точные решения в космологии на основе нелинейных сигма-моделей // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2018. № 2. С. 49—58.

Authors

Fomin Igor Vladimirovich, Ph.D., Associate Professor of Physics Department, researcher in the Laboratory of Electrodynamics of Moving Media, Bauman Moscow State Technical University, 2-nd Baumanskaya str., 5, Moscow, 105005, Russia.
E-mail: ingvor@inbox.ru

Please cite this article in English as:

Fomin I. V. Exact solutions in cosmology based on nonliniar sigma-models. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2018, no. 2, pp. 49–58.