

ОПТИКА

УДК 535.36

© Шаповалов К.А., 2018

РАССЕЯНИЕ СВЕТА МНОГОСЛОЙНЫМ ЦИЛИНДРОМ В ПРИБЛИЖЕНИИ
ВЕНТЦЕЛЯ-КРАМЕРСА-БРИЛЛЮЭНАШаповалов К.А.^{a,1}^a ФГБОУ ВО КрасГМУ им. проф. В.Ф. Войно-Ясенецкого Минздрава России, г. Красноярск, 660022, Россия

Получены формулы для амплитуды светорассеяния, факторов эффективности ослабления и поглощения многослойного кругового цилиндра в приближении Вентцеля-Крамерса-Бриллюэна (ВКБ) в скалярном виде при падении света перпендикулярно оси цилиндра. Проведено численное сравнение факторов эффективности ослабления и поглощения в приближении ВКБ конечного двухслойного цилиндра с результатами расчета для бесконечно длинного двухслойного цилиндра (строгое решение методом разделения переменных). Получено хорошее согласие в области применения приближения ВКБ.

Ключевые слова: рассеяние света, факторы эффективности, приближение Вентцеля-Крамерса-Бриллюэна.

LIGHT SCATTERING BY A MULTILAYER CYLINDER IN THE
WENTZEL-KRAMERS-BRILLOUIN APPROXIMATIONShapovalov K.A.^{a,1}^a Krasnoyarsk State Medical University named after Prof. V.F.Voino-Yasenetsky, Krasnoyarsk, 660022, Russia

The formulas in the Wentzel-Kramers-Brillouin (WKB) approximation in scalar form for light scattering amplitude, extinction and absorption efficiency factors of multilayer circular cylinder illuminated by an incident light normally to cylinder's axis are obtained. Numerical results of extinction and absorption efficiency factors for finite two-layered cylinder in the WKB approximation and infinite long two-layered cylinder (rigorous solution by separation of variables) are compared. The good agreement in the range of validity of the WKB approximation are obtained.

Keywords: light scattering, efficiency factors, Wentzel-Kramers-Brillouin approximation.

DOI: 10.17238/issn2226-8812.2018.3.54-61

Введение

В оптике аэрозолей, биологических взвесей, коллоидной химии для быстрого анализа характеристик светорассеяния частицами произвольной формы и структуры используются различные приближения [1-6]. Если светорассеивающие частицы оптически «мягкие» ($|m - 1| \ll 1$, где

¹E-mail: sh_const@mail.ru

$m = n + i\chi$ — относительный показатель преломления частицы), то чаще применяют приближения Рэлея-Ганса-Дебая (РГД), Вентцеля-Крамерса-Бриллюэна (ВКБ), и Аномальной Дифракции (АД). В приближении РГД и АД получены формулы для характеристик светорассеяния многослойных сферических частиц, сфероидов, эллипсоидов, которыми обычно моделируют клетки и биологические частицы [2-7].

Целью настоящей работы является анализ светорассеяния многослойными цилиндрическими частицами в приближении ВКБ. Ранее автором показано аналитически [8], что выражения для фактора эффективности ослабления однородной частицы любой формы в приближениях ВКБ в скалярном виде и Аномальной дифракции (АД) совпадают с точностью до знака χ . Поэтому полученные далее формулы для фактора эффективности ослабления ВКБ могут быть полезны и для приближения АД.

1. Амплитуда светорассеяния в приближении ВКБ и РГД

Предположим, что на коаксиальный многослойный цилиндр высоты H и внешнего радиуса R_N , состоящий из N слоев, падает плоская электромагнитная волна в плоскости ZOY прямоугольной системы координат под углом θ_i к оси z (рис. 1), каждый j -слой радиуса R_j имеет собственный относительный показатель преломления m_j (по отношению к внешней среде).

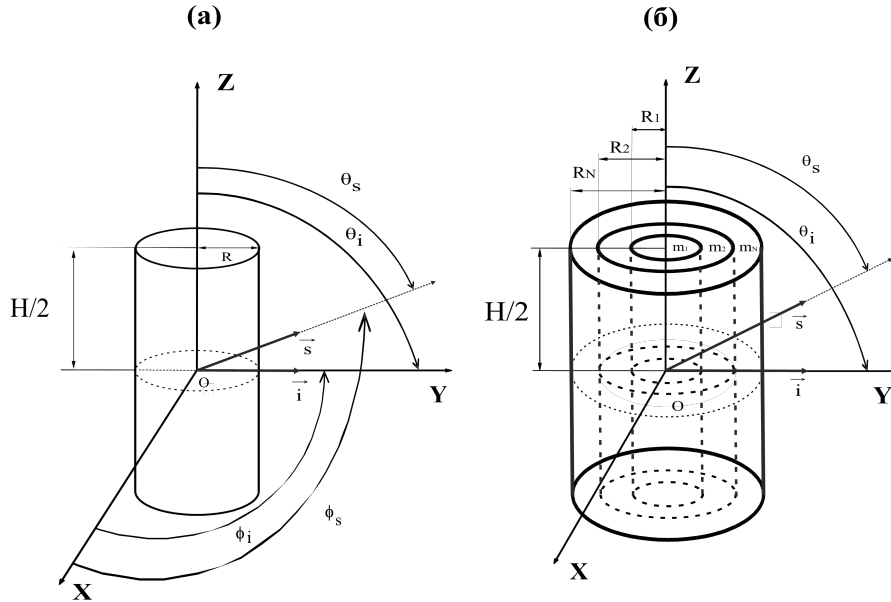


Рис. 1. Геометрия светорассеяния однородным (а) и многослойным круговым цилиндром (б) высоты H .

Используем интегральное представление амплитуды светорассеяния в приближении ВКБ и РГД [8, 9]:

$$\mathbf{f}(\mathbf{s}, \mathbf{i}) = \frac{k^2}{4\pi} [-\mathbf{s} \times (\mathbf{s} \times \mathbf{e}_i)] \int (m^2 - 1) T \exp [ik(A(m-1)(\mathbf{r} \cdot \mathbf{i} - \xi_1) + \mathbf{r}(\mathbf{i} - \mathbf{s}))] dV, \quad (1)$$

где $\mathbf{s}, \mathbf{i}$ — единичные векторы вдоль направления рассеяния и распространения света соответственно, ξ_1 — входная координата на поверхности частицы для волны, проходящей через точку $\mathbf{r}$, $T = T(m, \theta_i)$ — коэффициент пропускания Френеля (причем $T(m, \pi/2) = 2/(m+1)$), $\mathbf{r}$ — радиус-вектор точки внутри частицы, постоянный коэффициент $A = \{0, 1\}$ (A равен 0 и 1 для РГД и ВКБ приближений соответственно).

Тогда из (1) для амплитуды цилиндрической многослойной частицы (см. рис. 1 б) при $\theta_i = \pi/2$

в скалярном виде ВКБ имеем [8]:

$$f(\mathbf{s}, \mathbf{i}) = \frac{k^2(m-1)}{2\pi} \int_{-R_N}^{R_N} \int_{z_1}^{z_2} \int_{y_1}^{y_2} \exp[i(kA(m-1)(y-y_1) + k'_1x + k'_2y + k'_3z)] dy dz dx, \quad (2)$$

где z_1, z_2, y_1, y_2 – входные и выходные координаты соответственно для z и y на поверхности частицы, $k_1 = k[\sin\theta_i \cos\phi_i - \sin\theta_s \cos\phi_s]$, $k_2 = k[\sin\theta_i \sin\phi_i - \sin\theta_s \sin\phi_s]$, $k_3 = k[\cos\theta_i - \cos\theta_s]$, $k'_1 = k_1$, $k'_2 = k_2 \sin\theta_i + k_3 \cos\theta_i$, $k'_3 = k_3 \sin\theta_i - k_2 \cos\theta_i$, $\theta_i, \phi_i, \theta_s, \phi_s$ – углы, указывающие направление падающего и рассеянного света, в сферической системе координат.

Интегрируя (2), для оптически «мягкого» цилиндра (рис. 1 б), состоящего из N слоев (см. форм-фактор многослойных РГД частиц [2-4]), запишем амплитуду светорассеяния в скалярном виде в приближении РГД:

$$f = \frac{k^2 j_0\left(\frac{k_3 H}{2}\right)}{2\pi} \cdot \left[(m_N - 1) V_N F(R_N) + \sum_{j=1}^{N-1} (m_j - m_{j+1}) V_j F(R_j) \right], \quad (3)$$

где $k_4 = \sqrt{k_1^2 + k_2^2}$, $F(x) = \frac{2J_1(k_4 x)}{k_4 x}$, $J_1(x)$ – функция Бесселя первого порядка, $j_0(x) = \frac{\sin x}{x}$ – сферическая функция Бесселя нулевого порядка, $V_j = \pi R_j^2 H$ – объем j -ого слоя.

Для приближения ВКБ амплитуда светорассеяния многослойного цилиндра в скалярном виде выглядит более громоздко и не выражается через сумму форм-факторов слоев в отличие от приближения РГД.

2. Факторы эффективности светорассеяния, ослабления, поглощения

Сечение светорассеяния σ_s по [9], нормированное на площадь S проекции частицы на плоскость, перпендикулярную оси пучка, (или фактор эффективности светорассеяния Q_s) равно:

$$\frac{\sigma_s}{S} = Q_s = \frac{1}{S} \int_{4\pi} |f(\mathbf{s}, \mathbf{i})|^2 d\omega, \quad (4)$$

где $d\omega$ – элемент телесного угла (в сферической системе координат $\sin\theta_s d\theta_s d\phi_s$).

Согласно оптической теореме [3], сечение ослабления σ_e , нормированное на площадь S проекции частицы в плоскости, перпендикулярной оси пучка, (или фактор эффективности ослабления Q_e) равно:

$$Q_e = \frac{\sigma_e}{S} = \frac{4\pi}{kS} \text{Im}[\mathbf{f}(\mathbf{i}, \mathbf{i})] \cdot \mathbf{e}_i. \quad (5)$$

Сечение поглощения σ_a по [9], нормированное на площадь S проекции частицы в плоскости, перпендикулярной оси пучка, (или фактор эффективности поглощения Q_a) равно:

$$\frac{\sigma_a}{S} = Q_a = \frac{1}{S} \int_V k\varepsilon_r'' |\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2 dV, \quad (6)$$

где $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ – полное электрическое поле внутри частицы, $\varepsilon_r'' = 2n\chi$ – мнимая часть относительной диэлектрической проницаемости частицы ($m^2 = \varepsilon_r' + i\varepsilon_r''$).

Рассмотрим частный случай: падение света под углом $\theta_i = \pi/2$ на однородный цилиндр радиуса R и высоты H вдоль оси Оу (рис. 1 а). Используя амплитуду светорассеяния (2), получим из (5) фактор эффективности ослабления в приближении ВКБ в скалярном виде [8]:

$$Q_e = \frac{\sigma_e}{S} = \frac{2}{S} \text{Re} \left(\int_S (1 - \exp[ik(m-1)(y_2 - y_1)]) dS \right), \quad (7)$$

где y_1, y_2 – входные и выходные координаты соответственно для y на поверхности частицы.

Используя площадь $S = 2RH$ и выражение (7), окончательно имеем [8]:

$$Q_{e90} = \pi \text{Str} H_1(\Delta_0), \quad (8)$$

где $\text{Str} H_1(x)$ – функция Струве первого порядка, $\Delta_0 = 2kR(m-1)$ – фазовый сдвиг «центрального» луча.

Заметим, что выражения для фактора эффективности ослабления в приближении ВКБ в скалярном виде (7) и (8) совпадают с таковыми в приближении АД [6].

Для многослойного (N -слоев) цилиндра высоты H при падении света под углом $\theta_i = \pi/2$ (см. рис. 1 б) факторы эффективности слоев не суммируются, но суммируется фазовый сдвиг от каждого слоя. Поэтому получим в приближении ВКБ фактор эффективности ослабления Q_{e90} в скалярном виде:

$$Q_{e90} = 2 - \frac{2}{R_N} \text{Re} \left(\int_0^{R_N} \exp[i\Delta] dx \right), \quad (9)$$

где R_{j-1} , R_j – радиусы внутреннего $j-1$ и внешнего j слоев соответственно, имеющих относительные показатели преломления m_{j-1} , m_j , а $\Delta = \Delta(x)$ – общий фазовый сдвиг, зависящий от положения x точки входа излучения

$$\Delta = \begin{cases} \Delta_1 + \sum_{j=2}^N \Delta_j^{j-1} & 0 \leq x \leq R_1 \\ \dots & \dots \\ \Delta_q + \sum_{j=q+1}^N \Delta_j^{j-1} & R_{q-1} < x \leq R_q \\ \Delta_N & R_{N-1} < x \leq R_N \end{cases},$$

$$\Delta_j^{j-1} = 2(m_j - 1)k \left(\sqrt{R_j^2 - x^2} - \sqrt{R_{j-1}^2 - x^2} \right),$$

$$\Delta_1 = 2(m_1 - 1)k \sqrt{R_1^2 - x^2}, \quad \Delta_N = 2(m_N - 1)k \sqrt{R_N^2 - x^2}.$$

Для двухслойного цилиндра с радиусом оболочки R_2 и ядра R_1 при падении света под углом $\theta_i = \pi/2$ в приближении ВКБ имеем из (9):

$$Q_{e90} = 2 - \frac{2}{R_2} \text{Re} \left(\int_0^{R_2} \exp[i\Delta] dx \right), \quad (10)$$

$$\text{где } \Delta = \begin{cases} \Delta_1 + \Delta_2^1 & 0 \leq x \leq R_1 \\ \Delta_2 & R_1 < x \leq R_2 \end{cases},$$

$$\Delta_1 = 2(m_1 - 1)k \sqrt{R_1^2 - x^2}, \quad \Delta_2 = 2(m_2 - 1)k \sqrt{R_2^2 - x^2},$$

$$\Delta_2^1 = 2(m_2 - 1)k \left(\sqrt{R_2^2 - x^2} - \sqrt{R_1^2 - x^2} \right).$$

В приближении ВКБ для фактора эффективности поглощения из (6):

$$Q_a = 2kn\chi \int |T(m, \theta_i)|^2 \cdot \exp[-2k\chi(y - y_1)] dV,$$

интегрирование по y (см. [8]) дает

$$Q_a = n \int |T(m, \theta_i)|^2 \cdot (1 - \exp[-2k\chi(y_2 - y_1)]) dS. \quad (11)$$

Таким образом, используя (11), получим выражение для фактора эффективности поглощения однородного цилиндра радиуса R и высоты H в приближении ВКБ [8]:

$$Q_{a90} = \frac{4n}{(n+1)^2 + \chi^2} \left[\frac{\pi}{2} (I_1(4kR\chi) - L_1(4kR\chi)) \right], \quad (12)$$

где $I_1(x) = -iJ_1(ix)$ – модифицированная функция Бесселя 1 рода, $L_1(x) = -StrH_1(ix)$ – модифицированная функция Струве.

В приближении ВКБ для многослойного (N -слоев) оптически «мягкого» цилиндра высоты H при падении света под углом $\theta_i = \pi/2$ получим фактор эффективности поглощения Q_{a90} :

$$Q_{a90} = \frac{4n_N}{(n_N + 1)^2 + \chi_N^2} \left(1 - \frac{1}{R_N} \int_0^{R_N} \exp[-2Im(\Delta)] dx \right). \quad (13)$$

где Δ – общий фазовый сдвиг, зависящий от x также, как и в формуле (9).

Очевидно, что фактор эффективности поглощения Q_{a90} в скалярном виде в приближении ВКБ (13) переходит в соответствующую формулу в приближении АД при условии достаточной оптической «мягкости» $m \rightarrow 1$, поскольку коэффициент $4n_N / ((n_N + 1)^2 + \chi_N^2)$ в (13) стремится к 1.

Отметим также, что даже при падении света на цилиндр под углом близким к $\theta_i = \pi/2$ можно также использовать формулы для фактора эффективности ослабления Q_{e90} (9), (10) и поглощения Q_{a90} (13) в приближении ВКБ, после деления общего фазового сдвига Δ на $\sin \theta_i$, как и в приближении АД [6].

Решение для двухслойного бесконечно длинного цилиндра получено ранее в [10–12]. Итак, для бесконечно длинного двухслойного цилиндра при падении света строго перпендикулярно оси цилиндра имеем [11, 12]:

$$\begin{aligned} a_{n||} &= 0, \quad b_{n\perp} = 0, \\ a_{n\perp} &= \frac{J_n(x_2) [J'_n(m_2x_2) - A_n Y'_n(m_2x_2)] - m_2 J'_n(x_2) [J_n(m_2x_2) - A_n Y_n(m_2x_2)]}{H_n^{(1)}(x_2) [J'_n(m_2x_2) - A_n Y'_n(m_2x_2)] - m_2 H_n^{(1)}(x_2) [J_n(m_2x_2) - A_n Y_n(m_2x_2)]}, \\ b_{n||} &= \frac{m_2 J_n(x_2) [J'_n(m_2x_2) - B_n Y'_n(m_2x_2)] - J'_n(x_2) [J_n(m_2x_2) - B_n Y_n(m_2x_2)]}{m_2 H_n^{(1)}(x_2) [J'_n(m_2x_2) - B_n Y'_n(m_2x_2)] - H_n^{(1)}(x_2) [J_n(m_2x_2) - B_n Y_n(m_2x_2)]}, \\ A_n &= \frac{m_2 J_n(m_2x_1) J'_n(m_1x_1) - m_1 J'_n(m_2x_1) J_n(m_1x_1)}{m_2 Y_n(m_2x_1) J'_n(m_1x_1) - m_1 Y'_n(m_2x_1) J_n(m_1x_1)}, \\ B_n &= \frac{m_2 J_n(m_1x_1) J'_n(m_2x_1) - m_1 J'_n(m_1x_1) J_n(m_2x_1)}{m_2 Y'_n(m_2x_1) J_n(m_1x_1) - m_1 Y_n(m_2x_1) J'_n(m_1x_1)}. \end{aligned} \quad (14)$$

где $x_1 = kR_1$, $x_2 = kR_2$, $J_n(x)$, $Y_n(x)$ – функции Бесселя и Неймана целого порядка, $H_n^{(1)}(x) = J_n(x) + iY_n(x)$ – функция Ганкеля 1 рода.

Факторы эффективности светорассеяния Q_s , ослабления Q_e и поглощения Q_a запишем для двух поляризаций [3]:

$$\begin{aligned} Q_{s||} &= \frac{2}{x_2} \left[|b_{0||}|^2 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} |b_{n||}|^2 \right], \quad Q_{e||} = \frac{2}{x_2} Re \left(b_{0||} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} b_{n||} \right), \\ Q_{s\perp} &= \frac{2}{x_2} \left[|a_{0\perp}|^2 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} |a_{n\perp}|^2 \right], \quad Q_{e\perp} = \frac{2}{x_2} Re \left(a_{0\perp} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} a_{n\perp} \right), \end{aligned} \quad (15)$$

очевидно, для неполяризованного света в скалярном виде будем иметь

$$Q_e = \frac{Q_{e||} + Q_{e\perp}}{2}, \quad Q_s = \frac{Q_{s||} + Q_{s\perp}}{2}, \quad Q_a = Q_e - Q_s. \quad (16)$$

Далее нами проведено сравнение результатов расчета факторов эффективности ослабления Q_{e90} и поглощения Q_{a90} для конечного двухслойного цилиндра высоты H в приближении ВКБ по формулам (10), (13) и бесконечно длинного цилиндра (16). На рис. 2 и 3 показаны зависимости величин фактора эффективности ослабления Q_{e90} и поглощения Q_{a90} от модуля фазового сдвига

$2kR_2|m_2 - 1|$ для конечного в приближении ВКБ и бесконечно длинного двухслойных цилиндров (см. алгоритм в [11, 12]) с относительными показателями преломления слоев $m_1 = 1, 2 + i0,02$, $m_2 = 1, 1 + i0,01$ при постоянных отношениях: $R_1/R_2 = 0,5$; $R_1/R_2 = 0,9$. Отметим, что значения фактора эффективности ослабления Q_{e90} и поглощения Q_{a90} в приближении ВКБ несколько ниже (не более 10%), чем соответствующие значения для бесконечно длинного двухслойного цилиндра (см. рис. 2, 3).

Заключение

Таким образом, получены выражения для факторов эффективности ослабления и поглощения в приближении ВКБ многослойного кругового цилиндра в скалярном виде при падении света перпендикулярно оси цилиндра. Также проведено численное сравнение факторов эффективности ослабления Q_{e90} и поглощения Q_{a90} для конечного в приближении ВКБ и бесконечно длинного двухслойных цилиндров. Отмечено неплохое согласие в области применения приближения ВКБ. Полученные выражения для факторов эффективности ослабления и поглощения в приближении ВКБ многослойного цилиндра могут быть обобщены в дальнейшем для произвольного угла падения света.

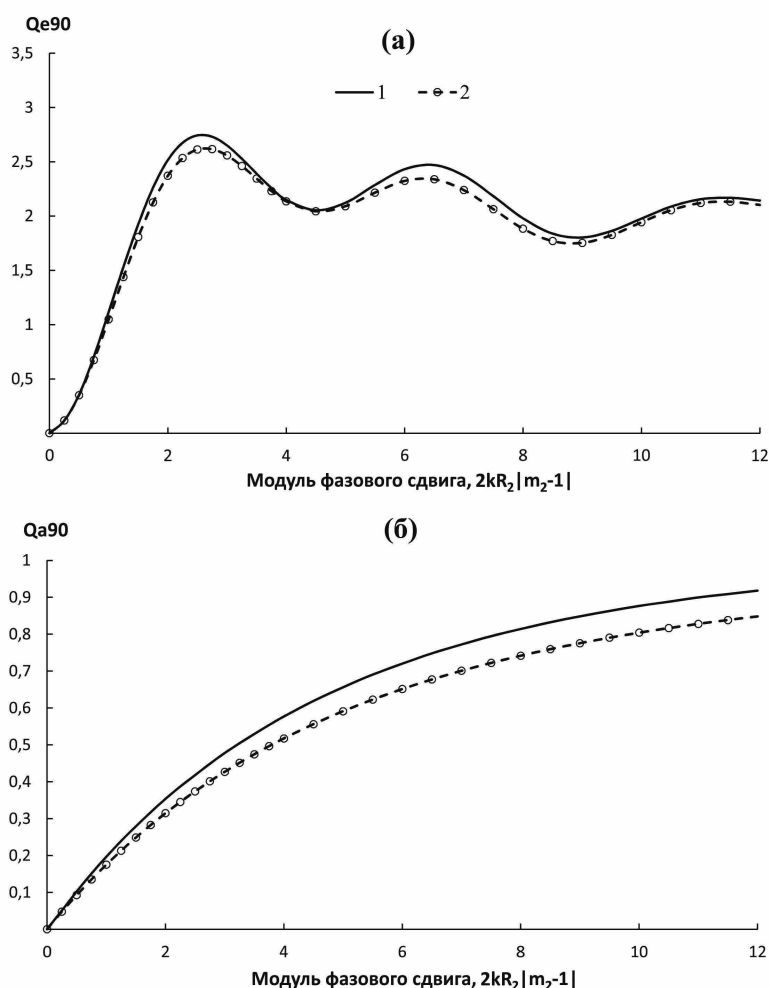


Рис. 2. Зависимость величины фактора эффективности ослабления Q_{e90} (а) и поглощения Q_{a90} (б) от модуля фазового сдвига $2kR_2|m_2 - 1|$ в приближении ВКБ для конечного (2) и бесконечно длинного (строгое решение) (1) двухслойных цилиндров с относительными показателями преломления слоев $m_1 = 1, 2 + i0,02$, $m_2 = 1, 1 + i0,01$ при $R_1/R_2 = 0,5$.

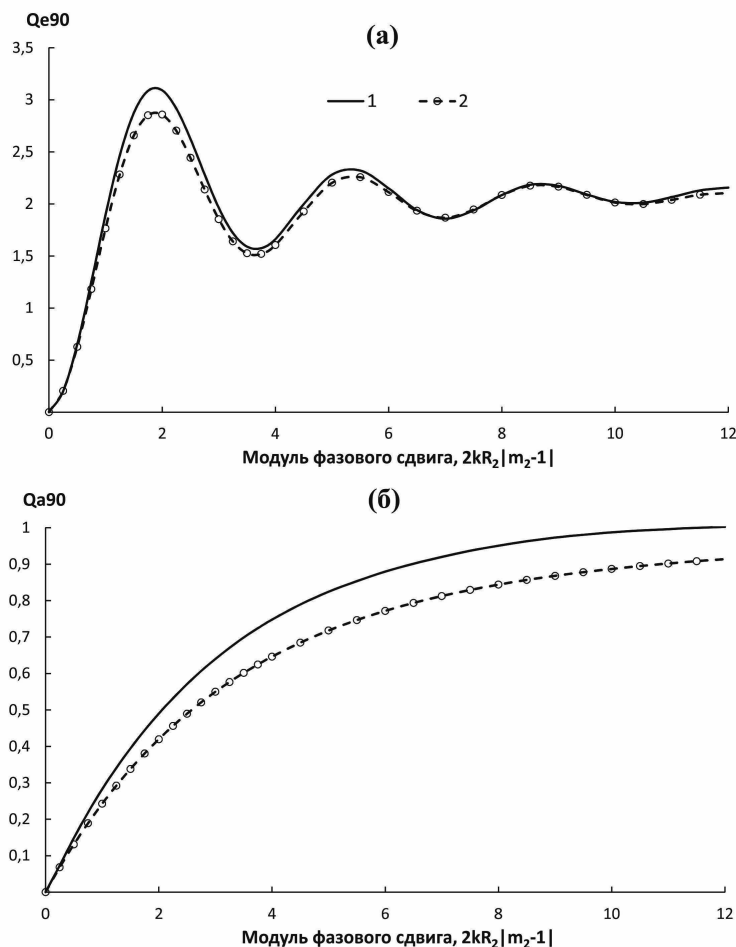


Рис. 3. Зависимость величины фактора эффективности ослабления Q_{e90} (а) и поглощения Q_{a90} (б) от модуля фазового сдвига $2kR_2|m_2 - 1|$ в приближении ВКБ для конечного (2) и бесконечно длинного (строгое решение) (1) двухслойных цилиндров с относительными показателями преломления слоев $m_1 = 1, 2 + i0,02$, $m_2 = 1, 1 + i0,01$ при $R_1/R_2 = 0,9$.

Список литературы

1. Сидько Ф.Я., Лопатин В.Н., Парамонов Л.Е. Поляризационные характеристики взвесей биологических частиц. Новосибирск: Наука, 1990. 120 с.
2. Лопатин В.Н., Сидько Ф.Я. Введение в оптику взвесей клеток. Новосибирск: Наука, 1988. 240 с.
3. Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М.: Мир, 1986. 660 с.
4. Kerker M. The scattering of light and other electromagnetic radiation. New York, London: Academic Press, 1969. 666 p.
5. Шаповалов К.А. Рассеяние света частицами цилиндрической формы в приближении Рэлея-Ганса-Дебая. 1. Строго ориентированные частицы // Оптика атмосферы и океана. 2004. Т. 17. № 4. С. 350-353.
6. Ван де Хюлст Г. Рассеяние света малыми частицами. М.: ИЛ, 1961. 536 с.
7. Фарафонов В.Г. Рассеяние света многослойными эллипсоидами в Релеевском приближении // Оптика и спектроскопия. 2000. Т. 88. № 3. С. 492-494.
8. Шаповалов К.А. Рассеяние света произвольно ориентированным цилиндром в приближении Вентцеля-Крамерса-Бриллюэна. 1. Факторы эффективности ослабления и поглощения // Оптика атмосферы и океана. 2009. Т. 22. № 4. С. 321-324.
9. Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. М.: Мир, 1981. Т. 1. 280 с.

10. Кинг Р., Тай-Цзунь У. Рассеяние и дифракция электромагнитных волн. М.: ИЛ, 1962. 194 с.
11. Adey A.W. Scattering of electromagnetic waves by coaxial cylinders // *Can. J. Phys.* 1956. Vol. 34. № 5. PP. 510-520.
12. Kerker M., Matijevic E. Scattering of electromagnetic waves from concentric infinite cylinders // *J. Opt. Soc. Am.* 1961. Vol. 51. PP. 506-508.

References

1. Sid'ko F.YA., Lopatin V.N., Paramonov L.E. *Polyarizacionnye karakteristiki vzvesej biologicheskikh chastic*. Novosibirsk, Nauka Publ., 1990. 120 p. (in Russian)
2. Lopatin V.N., Sid'ko F.YA. *Vvedenie v optiku vzvesej kletok*. Novosibirsk, Nauka Publ., 1988. 240 p.
3. Boren K., Hafmen D. *Pogloshchenie i rasseyanie sveta malymi chasticami*. Moscow, Mir Publ., 1986. 660 p. (in Russian)
4. Kerker M. *The scattering of light and other electromagnetic radiation*. New York, London, Academic Press, 1969. 666 p.
5. Shapovalov K.A. Rasseyanie sveta chasticami cilindricheskoj formy v priblizhenii Rehleya-Gansa-Debaya. 1. Strogo orientirovannye chasticy. *Optika atmosfery i okeana*, 2004, vol. 17, no. 4, pp. 350-353. (in Russian)
6. Van de Hyulst G. *Rasseyanie sveta malymi chasticami*. Moscow, IL Publ., 1961. 536 p. (in Russian)
7. Farafonov V.G. Rasseyanie sveta mnogoslojnymi ehllipsoidami v Releevskom priblizhenii. *Optika i spektroskopiya*, 2000, vol. 88, no. 3, pp. 492-494. (in Russian)
8. Shapovalov K.A. Rasseyanie sveta proizvol'no orientirovannym cilindrom v priblizhenii Ventcelya-Kramersa-Brillyuehna. 1. Faktory ehffektivnosti oslableniya i pogloshcheniya. *Optika atmosfery i okeana*, 2009, vol. 22, no. 4, pp. 321-324. (in Russian)
9. Isimaru A. *Rasprostranenie i rasseyanie voln v sluchajno-neodnorodnyh sredah*. Moscow, Mir Publ., 1981. Pt. 1, 280 p. (in Russian)
10. King R., Taj-Czun' U. *Rasseyanie i difrakciya ehlektromagnitnyh voln*. Moscow, IL Publ., 1962. 194 p.
11. Adey A.W. Scattering of electromagnetic waves by coaxial cylinders. *Can. J. Phys.*, 1956, vol. 34, no. 5, pp. 510-520.
12. Kerker M., Matijevic E. Scattering of electromagnetic waves from concentric infinite cylinders. *J. Opt. Soc. Am.*, 1961, vol. 51, pp. 506-508.

Авторы

Шаповалов Константин Алексеевич, доцент, к.ф.-м.н., кафедра медицинской и биологической физики, ФГБОУ ВО КрасГМУ им. проф. В.Ф. Войно-Ясенецкого Минздрава России, ул. Партизана Железняка, 1, г. Красноярск, 660022, Россия.

E-mail: sh_const@mail.ru

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Шаповалов К.А. Рассеяние света многослойным цилиндром в приближении Вентцеля-Крамерса-Бриллюэна // *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*. 2018. № 3. С. 54–61.

Authors

Shapovalov Konstantin Alekseevich, Associate professor, PhD in physical and mathematical sciences, Department of Medical and Biological Physics, Krasnoyarsk State Medical University named after Prof. V.F.Voino-Yasenetsky, Partizana Zheleznyaka Street, 1, Krasnoyarsk, 660022, Russia.

E-mail: sh_const@mail.ru

Please cite this article in English as:

Shapovalov K.A. Light scattering by a multilayer cylinder in the Wentzel-Kramers-Brillouin approximation. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2018, no. 3, pp. 54–61.