УДК 517.917

ТЕМПЕРАТУРНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ В ПОДКРЕПЛЕННОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ ПРИ НАГРЕВЕ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНЫМ ТЕПЛОВЫМ ПОТОКОМ*

Горюнов А. В.[a,1], Прокофьев А. И.[a,2], Романенков А. М.[a,3]

[a] ФГБОУ ВО Московский Авиационный Институт (Научно-исследовательский университет), г. Москва, 125993, Россия.

Работа посвящена исследованию поведения тонкостенной цилиндрической оболочки, подкрепленной по торцам шпангоутами и подвергающейся нагреву импульсным тепловым потоком от бесконечно удаленного источника излучения. Представлены асимптотические решения задачи теплопроводности, полученные операционным методом, описывающие распределение температур в конструкции при малых временах и интенсивном конвективном теплообмене с окружающей средой. Комплексным методом построено аналитическое решение линейной задачи термоупругости, описывающее напряженно-деформированное состояние конструкции. Представленные инженерные методики обеспечивают достаточную для практических расчетов точность при анализе тонкостенных элементов конструкции авиационной техники.

Ключевые слова: температурные напряжения, цилиндрические оболочки, задача термоупругости.

THERMAL STRESSES IN STIFFENED CYLINDRICAL SHELL BY HEATING PLANE PARALLEL HEAT FLOW

Goryunov A. V.[a,1], Prokofiev A. I.[a,2], Romanenkov A. M.[a,3]

[a] Moscow Aviation Institute (State University of Aerospace Technologies), Moscow, 125993, Russia.

The work is devoted to the study of the behavior of a thin-walled cylindrical shell supported at the ends by frames and subjected to heating by a pulsed heat flux from an infinitely remote radiation source. The paper presents asymptotic solutions of the heat conduction problem obtained by the operational method, describing the temperature distribution in the structure at short times and intense convective heat exchange with the environment. An analytical solution of the linear thermoelasticity problem describing the stress-strain state of the structure is constructed by a complex method. The presented engineering methods provide sufficient accuracy for practical calculations in the analysis of thin-walled structural elements of aircraft.

Keywords: thermal stresses, cylindrical shells, the problem of thermoelasticity.

PACS: 34D08, 93C15
DOI: 10.17238/issn2226-8812.2018.4.110-117

Введение

В авиационной технике широкое распространение получили тонкостенные элементы конструкций типа подкрепленных цилиндрических оболочек. Поэтому при проектировании летатель-

*Работа выполнена при поддержке гранта Министерства образования и науки Российской Федерации (проект № 3.1526.2014/K).

[1]E-mail: kafedra812@yandex.ru
[2]E-mail: kafedra812@yandex.ru
[3]E-mail: romanaleks@gmail.com

ных аппаратов [1] большой практический интерес представляет разработка инженерных аналитических методик расчета несущей способности таких элементов при различных тепловых и силовых воздействиях.

В данной работе исследуется влияние нагрева тонкостенной цилиндрической оболочки плоскопараллельным импульсным лучистым тепловым потоком от бесконечно удаленного источника излучения на её термонапряженное состояние. Оболочка по торцам подкреплена шпангоутами. Тепловой поток падает на оболочку перпендикулярно её оси. В начальный момент времени температура конструкции равна температуре окружающей среды, которая в рассматриваемом временном промежутке остаётся постоянной и равной нулю. Считается, что подкрепляющие элементы имеют прямоугольное сечение. Между оболочкой и шпангоутами существует идеальный тепловой контакт. Температурное поле оболочки формируется под действием падающего на нее лучистого теплового потока, и в результате конвективного теплообмена с окружающей средой, происходящего по закону Ньютона. Во времени тепловой поток изменяется произвольно. Принято допущение о равномерном прогреве оболочки по толщине. Геометрические характеристики сечений шпангоутов малы по сравнению с радиусом оболочки.

Линейная несвязанная квазистатическая задача термоупругости решается в два этапа:

1) Исследование температурного поля конструкции;

2) Проведение анализа её термонапряженного состояния.

1. Определение температурного поля конструкции.

а) Температурное поле вдали от торцов оболочки. Пусть $t = t(F_0, \varphi)$ - функция распределения температуры в средней части оболочки. Она является решением параболической начально-краевой задачи:

$$\frac{\partial t}{\partial F_0} = \frac{\partial^2 t}{\partial \varphi} + \frac{q\left(F_0\right)}{h}\eta\left(\varphi\right)\sin\left(\varphi\right) - Bi^* t$$

при начальном

$$t|_{F_0} = 0$$

и граничных

$$\left.\frac{\partial t}{\partial F_0}\right|_{\varphi=\frac{\pi}{2}} = \left.\frac{\partial t}{\partial F_0}\right|_{\varphi=-\frac{\pi}{2}} = 0$$

условиях. Здесь введены обозначения:

$$t = \frac{t^0\lambda^0}{q^0_{max}R}, \quad F_0 = \frac{\alpha^0\tau^0}{R^0}, \quad h = \frac{h^0}{R}, \quad Bi^* = \frac{\alpha_0 R^2}{\lambda^0 h^0}, \quad q\left(F_0\right) = \frac{q^0\left(F_0\right)}{q^0_{max}},$$

где R - радиус оболочки h^0 - ее толщина, α_0 - коэффициент теплоотдачи от оболочки в окружающую среду вследствие конвективного теплообмена,$q^0\left(F_0\right)$ - мощность лучистого теплового потока, приходящаяся на единицу площади поверхности оболочки, q_max^0 - максимальное значение мощности теплового обмена, τ^0 - время, t^0 - функция распределения температуры по оболочке , φ - угловая координата на торцевом сечение оболочки (так как температурное поле оболочки будет оставаться симметричным относительно плоскости, проходящей через ось оболочки параллельно направлению теплового потока, то рассматривается половина оболочки $-\pi/2 <= \varphi <= \pi/2$, $\eta\left(\varphi\right)$ -функция Хевисайда,λ^0 и α^0 - коэффициенты тепло- и температуропроводности материала оболочки.

Асимптотическое решение данной задачи, описывающее температурное поле оболочки во время действия импульсного теплового потока, можно представить в виде [2]

$$t = \frac{\eta\left(\varphi\right)\sin\varphi}{h}\int_0^{F_0} q\left(\xi\right)d\xi,$$

для расчетов температурных полей конструкции во время ее последующего остывания вследствие конвективного теплообмена с окружающей средой можно использовать выражение

$$t = \frac{\eta\left(\varphi\right)\sin\varphi}{h}\int_0^{F_0} q\left(\xi\right)d\xi * e^{-F_0^*},$$

где $F_{0_u} = F_0|_{\tau^0=\tau_u^0} * \tau_u^0$ - длительность теплового импульса.
б) Температурное поле оболочки в области подкрепляющих элементов.

Считается, что между оболочкой и шпангоутами существует идеальный тепловой контакт, геометрические характеристики сечения подкрепляющих элементов малы по сравнению с радиусом оболочки, процессом теплопередачи в окружном направлении по сравнению с распространением тепла в осевом направлении можно пренебречь, шпангоуты имеют прямоугольное сечение.

При таких допущениях функцию распределения температуры можно найти из решения задачи теплопроводности

$$\frac{1}{a}\frac{\varphi t_1}{\varphi F_0} = \frac{\varphi^2 t_1}{\varphi x^2} - Bi_1^* t_1,$$
$$\frac{\varphi t}{\varphi F} = \frac{\varphi^2 t}{\varphi x^2} - Bi^* t + \frac{q\left(F_0\right)\sin\left(\varphi\right)}{h}\tau\left(\varphi\right)$$
$$t_1|_{F_0=0} = t|_{F_0=0} = 0,$$
$$\left.\frac{\varphi t_1}{\varphi x}\right|_{x=-1} = \left.\frac{\varphi t}{\varphi x}\right|_{x\to\infty} = 0,$$
$$t_1|_{x=0} = t|_{x=0}, \quad \lambda H\left.\frac{\varphi t_1}{\varphi x}\right|_{x=0} = \left.\frac{\varphi t}{\varphi x}\right|_{x=0},$$
$$t_1 = \frac{\lambda_1 t_1^0}{l q_{max}^0}, \quad t = \frac{\lambda^0 t^0}{l q_{max}}, \quad F_0 = \frac{a^0\tau}{l^2}, \quad x = \frac{x^0}{l},$$
$$H = \frac{h_1}{h_0}, \quad h = \frac{h^0}{l}, \quad \lambda = \frac{\lambda_1^0}{\lambda^0}, \quad a = \frac{a_1^0}{a^0}, \quad Bi_1^* = \frac{\alpha_1 l}{\lambda_1^0 h_1^0}, \quad Bi* = \frac{\alpha^0 l^2}{\lambda^0 h^0}$$

где t_1^0 - функция распределения температуры по высоте ребра, h_1^0 и l – толщина и высота сечения шпангоута, a_1^0 и λ_1^0 - коэффициенты температуро- и теплопроводности материала шпангоута, α_1^0-коэффициент теплоотдачи от подкрепляющего элемента в окружающую среду, x_1^0 - криволинейная пространственная координата, проходящая от нижнего основания сечения шпангоута к верхнему и далее перпендикулярно подкрепляющему элементу в срединной поверхности оболочки. Асимптотическое решение этой задачи для случая $H = a = \lambda = 1, \alpha_1^0 = \alpha^0$, построенное с помощью преобразования Лапласа по времени, может быть записано в виде [3]:

$$t_1 = \frac{\eta\left(\varphi\right)\sin\varphi}{h}\int_0^{F_0} q\left(F_0-\tau\right)\cdot e^{-B_i^*\tau}\left(erfc\frac{|x|}{2\sqrt{\tau}} + erfc\frac{2-|x|}{2\sqrt{\tau}}\right)d\tau,$$
$$t = \frac{\eta\left(\varphi\right)\sin\varphi}{h}2e^{-Bi^* F_0}\left(\int_0^{F_0} q\left(\tau\right)d\tau + \right.$$
$$\left. + \int_0^{F_0} q\left(F_0-\tau\right)e^{Bi^*\tau}\left(artc\frac{2+x}{2\sqrt{\tau}} - erfc\frac{x}{2\sqrt{\tau}}\right)d\tau\right)$$

2. Определение термонапряженного состояния оболочки

Анализ представленных выше зависимостей показал, что ширина зоны влияния подкрепляющих элементов на температурное поле оболочки имеет порядок высоты ребра и уменьшается с уменьшением длительности теплового импульса и с увеличением интенсивности конвективного теплообмена между конструкцией и окружающей среды. Поэтому возможно принятие допущения о постоянстве температуры на длине оболочки.

Во время действия импульсного теплового потока функция распределения температуры может быть записана следующим образом:

$$t = Q^* \eta \left(\frac{\pi}{2} - |\varphi|\right) \cos\varphi \int_0^\tau q\left(\xi\right) d\xi,$$

где $\tau = \frac{\tau^0}{R}\sqrt{\frac{E}{\rho(1-\mu^2)}}, Q^* = \frac{\alpha_t R q^0_{max}}{h^0 c^0}\sqrt{\frac{1-\mu^2}{\rho^0 E}}, E$ - модуль упругости, μ- коэффициент Пуассона, α_t- коэффициент линейного температурного расширения. Далее, считается, что выполняются условия

$$F_{0_u} < 10^{-2}, F^*_{0_u} < 0,1.$$

Выполнение этих условий позволяет пренебречь процессом теплопроводности в срединной поверхности оболочки и конвективным теплообменом между конструкцией и окружающей средой. В случае интенсивного конвективного теплообмена ($Bi^* > 10$) температурное поле оболочки может быть представлено в виде

$$t = Q^*_u e_{\theta^*(\tau-\tau_u)} \cos\varphi \eta \left(\frac{\pi}{2} - |\varphi|\right),$$

$$Q^*_u = \frac{\alpha_t R q^0_{max}}{h^0 c^0}\sqrt{\frac{1-\mu^2}{\rho^0 E}} \int_0^{\tau_u} q\left(\xi\right) d\xi, \quad Q^* = \frac{\alpha^0 R}{h^0 c^0}\sqrt{\frac{1-\mu^2}{\rho^0 E}},$$

$$\tau_u = \tau|_{\tau^0 = \tau^0_u}|$$

Здесь принято, что $\varphi = 0$ на образующей, где тепловой поток падает на оболочку перпендикулярно ее поверхности. Основное уравнение теории цилиндрических оболочек в комплексной форме может быть записано следующим образом [4]

$$\Delta^4 \widetilde{T} + \frac{\partial^2 \widetilde{T}}{\partial \phi^2} + i2b^2 \frac{\partial^2 \widetilde{T}}{\partial x^2} = i2b^2 \left(\Delta \widetilde{q'_n} + \frac{\partial \widetilde{q_\varphi}}{\partial \varphi} - \frac{\partial \widetilde{q_x}}{\partial x}\right),$$

$$\Delta^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}, \quad \tilde{T} = \widetilde{N_x} + \widetilde{N_\phi}, \quad \widetilde{N_x} = N_x - i\sqrt{\frac{1-\mu^2}{12}} h\left(\chi_\varphi - \chi_T\right),$$

$$\widetilde{N_\varphi} = N_\varphi - i\sqrt{\frac{1-\mu^2}{12}} h\left(\chi_x - \chi_T\right), \quad \widetilde{N_{x\varphi}} = N_{x\varphi} - i\sqrt{\frac{1-\mu^2}{12}} h\chi_{x\varphi}$$

$$\widetilde{M_x} = M_x + i\sqrt{\frac{1-\mu^2}{12}} \frac{(\epsilon_\varphi - \epsilon_T)}{h}, \quad \widetilde{M_\phi} = M_\varphi + i\sqrt{\frac{1-\mu^2}{12}} \frac{(\epsilon_\varphi - \epsilon_T)}{h}$$

$$\widetilde{M_{x\varphi}} = M_{x\phi} - i\sqrt{\frac{1-\mu^2}{12}} \frac{\epsilon_{xp}}{2h}, \quad \chi_x = \frac{12}{1-\mu^2}\left(M_x - \mu M_\varphi\right) + \chi_T,$$

$$\chi_\varphi = \frac{12}{1-\mu^2}\left(M_\varphi - \mu M_x\right) + \chi, \quad \chi_{x\varphi} = \frac{12}{1-\mu} M_{x\varphi}, \quad \epsilon_T = \int_{-0,5}^{0,5} t dz$$

$$\chi_T = \frac{12}{h}\int_{-0,5}^{0,5} tz dz,$$

$$\widetilde{q'_n} = q_n + i\frac{h}{\sqrt{12\left(1-\mu^2\right)}}\left(\frac{\partial\left(\widetilde{q_x} + \mu \bar{\widetilde{q_x}}\right)}{\partial x} + \frac{\partial\left(\widetilde{q_\varphi} + \mu \bar{\widetilde{q_\phi}}\right)}{\partial \varphi}\right) \approx \widetilde{q_n},$$

$$\widetilde{q_x} = q_x + iq^T_x, t = \alpha_t t^0, \quad \widetilde{q_\varphi} = q_\varphi + iq^T_\varphi,$$

$$q^T_x = -\sqrt{\frac{1-\mu^2}{h}}\left(\chi_T + \Delta\left(\epsilon_T\right)\right), \quad \chi_\varphi = R\chi^0_\phi,$$

$$\chi_x = R\chi^0_x, \quad \chi_{x\varphi} = R\chi^0_{x\varphi}, \bar{\widetilde{q_x}} = q_x - iq^T_x, \quad \bar{\widetilde{q_\varphi}} = q_\varphi - iq^T_\varphi,$$

$$q_n = \frac{q^0_n R}{E h^0}\left(1-\mu^2\right), \quad q_\varphi = \frac{q^0_\varphi R}{E h^0}\left(1-\mu^2\right), q_x = \frac{q^0_x R}{E h^0}\left(1-\mu^2\right),$$

$$N_x = \frac{N_x^0}{Eh^0}\left(1-\mu^2\right), \quad N_\phi = \frac{N_\varphi^0}{Eh^0}\left(1-\mu^2\right), N_{x\varphi} = \frac{N_{x\varphi}^0}{Eh^0}\left(1-\mu^2\right),$$

$$\epsilon_x = \frac{N_x}{1-\mu^2} - \frac{\mu}{1-\mu^2}N_\phi + t, \quad \epsilon_\phi = \frac{N_\varphi}{1-\mu^2} - \frac{\mu}{1-\mu^2}N_x + t, \epsilon_{x\phi} = \frac{2}{1-\mu^2}N_{x\varphi},$$

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \epsilon_\phi = \frac{\partial v}{\partial \varphi} + w, \quad \epsilon_{x\varphi} = \frac{\partial u}{\partial \varphi} + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad u = \frac{u^0}{R},$$

$$V = \frac{V^0}{R}, \quad \omega = \frac{\omega^0}{R}, \quad b = \sqrt[4]{\frac{3\left(1-\mu^2\right)}{h^2}}$$

где w^0-прогиб,u^0 и v^0-тангенциальные перемещения, N_x^0 и N_φ^0-нормальные усилия, $N_{x\varphi}^0$-сдвигающее усилие,M_x^0 и M_φ^0-изгибающие моменты, $M_{x\varphi}^0$-крутящий момент, ϵ_x,ϵ_φ и $\epsilon_\varphi x$ – компоненты тангенциальной деформации, $\chi_x^0, \chi_\varphi^0, \chi_x\varphi^0$-компоненты изгибной, $q_x^0, q_\varphi^0, q_n^0$ – компоненты силовой нагрузки. В данном случае (силовая нагрузка отсутствует, температура постоянна по толщине и образующей) основное уравнение принимает вид

$$\Delta^4 \tilde{T} + \frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial \varphi^2} + i2b^2 \frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial x^2} = -\left(1-\mu^2\right)\left(\frac{\partial^4 t}{\partial \varphi^4} + \frac{\partial^2 t}{\partial \phi^2}\right),$$

Комплексные усилия определяются через функцию $\tilde{T}$по формулам

$$\widetilde{N_\varphi} = \frac{i}{2b^2}\Delta^2 \widetilde{T} + \widetilde{q_n}, \widetilde{N_x} = T - \widetilde{N_\varphi}, \frac{\partial \widetilde{N_{x\varphi}}}{\partial \varphi} = -\widetilde{q_x} - \frac{\partial \widetilde{N_x}}{\partial x},$$

$$\frac{\partial \widetilde{N_{x\varphi}}}{\partial x} = -\widetilde{q_\varphi} - \frac{i}{2b^2}\frac{\partial \widetilde{T}}{\partial \phi} - \frac{\partial \widetilde{N}}{\partial \phi}$$

Комплексные перемещения определяются через комплексные усилия с помощью соотношений закона Гука

$$\widetilde{\epsilon_x} = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\widetilde{N_x}}{1-\mu^2} - \frac{\mu}{1-\mu^2}\widetilde{N_\varphi} + i\sqrt{\frac{12}{1-\mu^2}}hM_\phi^* + t,$$

$$\widetilde{\epsilon_\varphi} = \frac{\partial \widetilde{v}}{\partial \varphi} + \widetilde{w} = \frac{\widetilde{N_\varphi}}{1-\mu^2} - \frac{M}{1-\mu^2}\widetilde{N_\varphi} + i\sqrt{\frac{12}{1-\mu^2}}hM_x^* + t,$$

$$\widetilde{\epsilon_{x\varphi}} = \frac{\partial \widetilde{u}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \widetilde{v}}{\partial x} = \frac{2}{1-\mu}\widetilde{N_{x\varphi}} - i\sqrt{\frac{12}{1-\mu^2}}2hM_{x\varphi}^*,$$

где $M_\varphi^*, M_x^*, M_{x\varphi}^*$-статическая система функций.

Задачу будем решать методом разделения переменных представляя все искомые функции в виде рядов Фурье по угловой координате. Функцию распределения температуры аппроксимируем формулой

$$t = t_m\left(\frac{1}{\pi} + \frac{1}{2}\cos\varphi + 0,212\cos 2\varphi\right), t_m = t|_{\varphi=0}$$

Далее для каждой гармоники из основного уравнения теории цилиндрических оболочек в комплексной форме определяем функцию $\tilde{T}$ затем находим комплексные усилия и комплексные перемещения (при этом принимаем $M_\varphi^* = M_x^* = M_{x\varphi}^* = 0$) и после отделения вещественных частей находим выражения для перемещений, куда входят неизвестные константы. Эти константы определяем из граничных условий. Выражения, описывающие напряженно-деформированное состояние защемленной по торцам $x = 0, x = x_1$ цилиндрической оболочки во время импульсного нагрева получены в виде:

$$N_x = -Q^* \left(1-\mu^2\right) \left(\frac{1}{\pi} + \frac{1}{2}\cos\varphi + 0,212\cos 2\phi\right) \int_0^\tau q\left(\xi\right) d\xi$$

$$N_\varphi = -Q^* \left(1-\mu^2\right)\left(1+\mu\right) \cdot \Big(e^{-bx}\left(\cos bx + \sin bx\right) + e^{-b(x_1-x)}\left(\cos b\left(x_1-x\right)\right.$$

$$\left. + \sin b\left(x_1-x\right)\right) \cdot \left(\frac{1}{\pi} + \frac{1}{2}\cos\varphi + 0,212\cos 2\varphi\right) \int_0^\tau q\left(\xi\right) d\xi$$

$$N_{x\varphi} = 0, \quad u = 0, \quad v = 0$$

$$w = Q^*\left(1+\mu\right)\left(\frac{1}{\pi} + \frac{1}{2}\cos\varphi + 0,212\cos 2\varphi\right) \cdot$$

$$\cdot \Big(1 - e^{-bx}\left(\cos bx + \sin bx\right) - e^{-b(x_1-x)}\left(\cos b\left(x_1-x\right)\right.$$

$$\left. + \sin b\left(x_1-x\right)\right) \int_0^\tau q\left(\xi\right) d\xi$$

$$M_x = -\frac{Q^*}{h}\sqrt{\frac{1-\mu^2}{12}} \cdot$$

$$\cdot \left(1+\mu\right)\left(\frac{1}{\pi} + \frac{1}{2}\cos\varphi + 0,212\cos 2\varphi\right)\Big(\big(e^{-bx}\left(\cos bx - \sin bx\right)$$

$$+ e^{-b(x_1-x)}\left(\cos b\left(x_1-x\right) - \sin b\left(x_1-x\right)\right)\Big) \int_0^\tau q\left(\xi\right) d\xi$$

$$M_\varphi = \mu M_x, \quad M_{x\varphi} = 0$$

Во время последующего остывания оболочки при интенсивном конвективном теплообмене решение задачи может быть записано следующим образом

$$N_x = -Q^* e^{-\theta(\tau-\tau_u)}\left(1-\mu^2\right)\left(\frac{1}{\pi} + \frac{1}{2}\cos\varphi + 0,212\cos 2\varphi\right),$$

$$N_\varphi = -Q e^{-\theta^*(\tau-\tau_u)}\left(1-\mu^2\right) \cdot$$

$$\cdot \left(1+\mu\right)\left(\frac{1}{\pi} + \frac{1}{2}\cos\varphi + 0,212\cos 2\varphi\right)\Big(e^{-bx}\left(\cos bx + \sin bx\right)$$

$$+ e^{-b(x_1-x)}\left(\cos b\left(x_1-x\right) + \sin b\left(x_1-x\right)\right),$$

$$N_{x\varphi} = 0, \quad u = 0, \quad v = 0,$$

$$\omega = Q_u^* e^{-\theta^*(\tau-\tau_u)}\left(1+\mu\right)\left(\frac{1}{\pi} + \frac{1}{2}\cos\varphi + 0,212\cos 2\varphi\right) \cdot$$

$$\cdot \Big(1 - e^{-bx}\left(\cos bx + \sin bx\right) - e^{-b(x_1-x)}\left(\cos b\left(x_1-x\right) + \right.$$

$$\left. + \sin b\left(x_1-x\right)\right)\Big)$$

$$M_x = -\frac{Q_u^*}{h}\sqrt{\frac{1-\mu^2}{12}} e^{-\theta^*(\tau-\tau_u)}\left(1+\mu\right)\left(\frac{1}{\pi} + \frac{1}{2}\cos\varphi + 0,212\cos 2\varphi\right) \cdot$$

$$\cdot \Big(e^{-bx}\left(\cos bx - \sin bx\right) + e^{-b(x_1-x)}\left(\cos b\left(x_1-x\right) - \right.$$

$$\left. - \sin b\left(x_1-x\right)\right)\Big)$$

$$M_\varphi = \mu M_x, \quad M_{x\varphi} = 0$$

Заключение

При рассмотренном виде нагружения оболочка может потерять устойчивость от усилия N_x. Сравнивая напряжения σ от этого усилия с критическим $\sigma_{\text{кр}}$, можно получить представление о характере работы оболочки. Если $\sigma < \sigma_{\text{кр}}$, то оболочка будет работать в докритическом состоянии.

В противном случае может произойти потеря устойчивости. Следует добавить, что геометрические характеристики оболочек, применяемых в конструкциях летательных аппаратов таковы, что полученные выше зависимости обеспечивают необходимую для практических расчетов точность.

Список литературы

1. Афанасьев П.П., Голубев И.С., Лавочкин С.В., Новиков В.Н., Парафесь С.Г., Пестов А.Д., Туркин И.К. Беспилотные летательные аппараты. Основы устройства и функционирования М.: МАИ, 2010. 654 с.

2. Горшков А.Г., Горюнов А.В., Либерзон Р.Е. Односторонний нагрев цилиндрической оболочки. Мат. Методы и физ.-мех. Поля. Респ. межвед. сб. N16. Львов, 1982.

3. Горюнов А. В., Молодежникова Р. Н., Прокофьев А.И. Температурное поле подкрепленной тонкостенной конструкции при одностороннем нагреве. Электронный журнал “Труды МАИ”, N71, 26 декабря 2013.

4. Черных К.Ф. Линейная теория оболочек. Л.: ЛГУ, 1964. 396 с.

References

1. Afanas’ev P.P., Golubev I.S., Lavochkin S.V., Novikov V.N., Parafes’ S.G., Pestov A.D., Turkin I.K. *Unmanned aerial vehicles. Basics of device and operation.* Moscow, MAI Publ., 2010. 654 p. (in Russian)

2. Gorshkov A.G., Goryunov A.V., Liberzon R.E. Unilateral heating of the cylindrical shell. *Mat. Metody i fiz.-mekh. Polya.* Resp. mezhved. sb. N16. L’vov, 1982. (in Russian)

3. Goryunov A. V., Molodezhnikova R. N., Prokof’ev A.I. Temperature field of reinforced thin-walled structure under one-way heating. *EHlektronnyj zhurnal “Trudy MAI”*, N71, 26 dekabrya 2013. (in Russian)

4. CHernyh K.F. *Linear shell theory.* Leningrad, LGU Publ., 1964. 396 p. (in Russian)

Авторы

Горюнов Александр Владимирович, доцент, к. ф.-м. н., доцент кафедры 812 факультета №8 «Информационные технологии и прикладная математика», ФГБОУ ВО Московский Авиационный Институт (Научно-исследовательский университет), А-80, ГСП-3 Волоколамское шоссе, 4, г. Москва, 125993, Россия
E-mail: kafedra812@yandex.ru

Прокофьев Александр Иванович, доцент, к. ф.-м. н., доцент кафедры 812 факультета №8 «Информационные технологии и прикладная математика», ФГБОУ ВО Московский Авиационный Институт (Научно-исследовательский университет), Волоколамское шоссе, 4, А-80, ГСП-3, г. Москва, 125993, Россия.
E-mail: kafedra812@yandex.ru

Романенков Александр Михайлович, к. т. н., доцент кафедра 812 факультета №8 «Информационные технологии и прикладная математика», ФГБОУ ВО Московский Авиационный Институт (Научно-исследовательский университет), А-80, ГСП-3 Волоколамское шоссе, 4, г. Москва, 125993, Россия.
E-mail: romanaleks@gmail.com

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:
Горюнов А. В., Прокофьев А. И., Романенков А. М. Температурные напряжения в подкрепленной цилиндрической оболочке при нагреве плоскопараллельным тепловым потоком // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2018. № 4. С. 110—117.

Authors

Goryunov Alexander Vladimirovich, associate Professor, candidate of physical and mathematical Sciences, associate Professor of 812 faculty 8 "Information technology and applied mathematics", Moscow Aviation Institute (State University of Aerospace Technologies), A-80, GSP-3, Volokolamskoe shosse, 4, Moscow, 125993, Russia.
E-mail: kafedra812@yandex.ru

Prokofiev Alexander Ivanovich, associate Professor, candidate of physical and mathematical Sciences, associate Professor of 812 faculty 8 "Information technology and applied mathematics", Moscow Aviation Institute (State University of Aerospace Technologies), A-80, GSP-3, Volokolamskoe shosse, 4, Moscow, 125993, Russia.
E-mail: kafedra812@yandex.ru

Romanenkov Alexander Mikhailovich, candidate of technical Sciences, associate Professor of 812 faculty 8 "Information technology and applied mathematics", Moscow Aviation Institute (State University of Aerospace Technologies), A-80, GSP-3, Volokolamskoe shosse, 4, Moscow, 125993, Russia.
E-mail: romanaleks@gmail.com

Please cite this article in English as:
Goryunov A. V., Prokofiev A. I., Romanenkov A. M. Thermal stresses in stiffened cylindrical shell by heating plane parallel heat flow. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2018, no. 4, pp. 110–117.