УДК 532.59: 532.501.34

ДИСПЕРГИРОВАНИЕ ЖИДКОСТИ ВИХРЕВЫМ ГЕНЕРАТОРОМ

Неволин В. Г.[a,1]

[a] Кафедра физики и математики Пермской государственной фармацевтической академии (ПГФА), г. Пермь, 614081, Россия

В работе рассматривалась возможность диспергирования жидкости, то есть возбуждения поверхностных волн, нарастание амплитуды которых ведёт к отрыву капель с её поверхности из-за параметрической неустойчивости поверхности раздела жидкостей (неустойчивости Релея) возникшей вследствие модуляции центробежного ускорения обусловленного модуляцией скорости поступающей в вихревую камеру генератора жидкости, а также вследствие неустойчивости, обусловленной модуляцией скорости сдвига (неустойчивости Кельвина – Гельмгольца). В настоящей работе в рамках вязкой, несжимаемой жидкости исследуется возможность диспергирования жидкости переменным давлением, возникающим в приосевой зоне вихревой камеры при работе генератора. Поскольку рассмотрение проводится для случая несжимаемой жидкости, то изменение давления отождествляется с изменением плотности жидкости. Решение ищется в линейном по вязкости приближении с помощью преобразования Фурье по координатам и преобразования Лапласа по времени. Оказалось, что диспергирование жидкости в этом случае, то есть неустойчивость поверхности жидкости, обусловлена так же, как и в работе, параметрическим резонансом и описывается в зависимости от скорости поступления жидкости в вихревую камеру генератора, длины вихревой камеры, вида выходного отверстия (сопла) уравнениями Матье или Мейснера. Из решения этих уравнений получены границы устойчивости поверхности жидкости.

Ключевые слова: генератор, вихревая камера, колебания давления, неустойчивость поверхности, вязкая несжимаемая жидкость, уравнение Матье, уравнение Мейснера.

DISPERSION OF FLUID BY A VORTEX GENERATOR

Nevolin V. G.[a,1]

[a] Department of physics and mathematics, Perm state pharmaceutical Academy, Perm, 614081, Russia

The paper considers the possibility of dispersion of liquid, that is, excitation of surface waves, the increase in amplitude of which leads to the separation of droplets from its surface due to the parametric instability of the liquid interface (Rayleigh instability) resulting from the modulation of the centrifugal acceleration due to the modulation of the velocity of the liquid entering the vortex chamber of the generator, as well as due to the instability due to the modulation of the shear rate (Kelvin-Helmholtz instability). In this paper, in the framework of a viscous, incompressible fluid, the possibility of dispersion of the liquid by variable pressure arising in the axial zone of the vortex chamber during the operation of the generator is investigated. Since the consideration is carried out for the case of incompressible fluid, the change in pressure is identified with a change in the density of the liquid. The solution is sought in a linear viscosity approximation using the Fourier transform in coordinates and the Laplace transform in time. It was found that the dispersion of the liquid in this case, that is, the instability of the liquid surface, is due to the same as in the work, parametric resonance and is described depending on the rate of fluid flow into the vortex chamber of the generator , the length of the vortex chamber, the type of the outlet (nozzle) Mathieu or Meissner equations. From the solution of these equations the boundaries of the liquid surface stability are obtained.

[1]E-mail: granev@mail.ru

Keywords: generator, vortex chamber, pressure fluctuations, surface instability, viscous incompressible fluid, Mathieu equation, Meissner equation.

DOI: 10.17238/issn2226-8812.2018.4.118-123

Введение

Генератор (рис. 1) работает следующим образом [1,2]. При подаче рабочего тела (жидкости) через входные отверстия 2 внутри вихревой камеры 3 образуется система двух закрученных потоков. По периферии камеры движется так называемый первичный вихрь I, имеющий в поперечном сечении форму кольца, состоящий из жидкости, подаваемой в генератор. Приосевую область занимает вторичный вихрь II, вращающийся как квазитвёрдое тело. Он образуется из вещества среды, в которую происходит истечение. Если природа рабочего тела и вещества окружающей генератор среды близка друг другу, то в потоке генерируются регулярные колебания давления, амплитуда которых зависит от скорости истечения и геометрических параметров вихревой камеры и сопла.

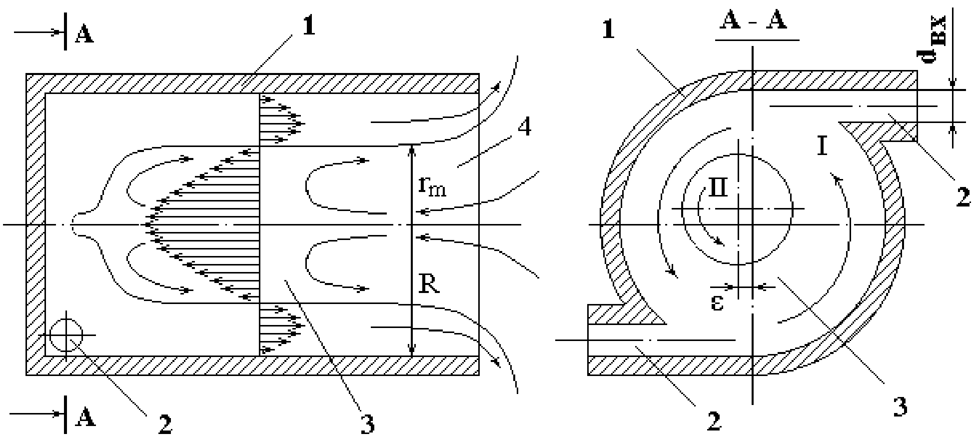

Рис. 1. Схема течения закрученного потока в камере вихревого генератора: 1 – корпус, 2 – входные отверстия, 3 – вихревая камера, 4 – сопло.

При этом наблюдаются несколько режимов работы генератора, отличающиеся величиной скорости истечения жидкости через тангенциальные отверстия (рис. 2). При небольших скоростях движения жидкости появляются гармонические колебания звукового давления малой амплитуды (рис. 2, *a*) обусловленные взаимодействием первичного и вторичного вихрей. При больших скоростях истечения происходит периодическое разряжение в приосевом пространстве вихревой камеры с последующим его схлопыванием. Этот процесс сопровождается звуковыми колебаниями уже не малой амплитуды.

Причём в зависимости от длины вихревой камеры и формы сопла за время движения частицы жидкости в вихревой камере возможно возбуждение звука в виде периодических звуковых импульсов (рис. 2, *b*) разной длительности с большей или меньшей амплитудой.

В качестве модели процесса диспергирования жидкости рассмотрим неустойчивость поверхности вязкой несжимаемой жидкости. Согласно этой модели при движении жидкости в вихревой камере на неё действует переменное давление из приосевой зоны камеры, что приводит к возбуждению поверхностных волн, нарастание амплитуды которых и ведёт к отрыву капель жидкости.

На жидкость, движущейся в вихревой камере, действуют центробежная сила инерции, которой в соответствие с принципом эквивалентности Эйнштейна можно сопоставить некоторую эффективную силу тяжести с ускорением, равным $g = u^2/r$, где u – скорость вращения жидкости

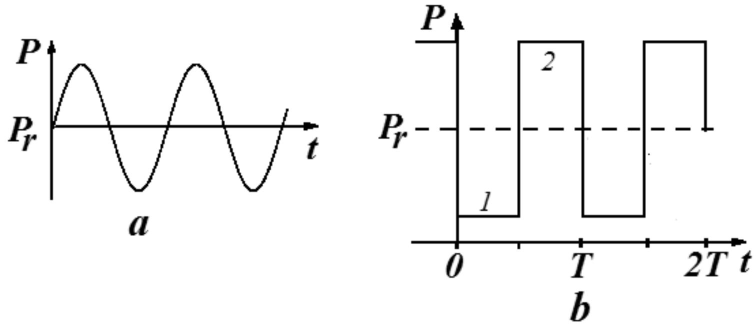

Рис. 2. Пульсации давления в вихревой камере.

в вихревой камере; r – расстояние от оси вихревой камеры до частицы жидкости в камере. Поскольку, как показано в работе [3], $u \approx V_0$, то для g получаем: $g = u^2/r \approx V_0^2/R$, где V_0 – скорость истечения жидкости через входное отверстие, а R – радиус вихревой камеры.

Итак, рассматривается устойчивость поверхности раздела слоёв вязкой несжимаемой жидкости бесконечной глубины, когда в верхнем слое (приосевой области) давление меняется со временем.

Задача решается в линейном по вязкости приближении методом преобразования Лапласа по времени.

Поскольку рассмотрение проводится для случая несжимаемой жидкости, то изменение давления отождествляется с изменением плотности жидкости. Предполагается, что изменение давления не влияет на кинематическую вязкость жидкости.

Равновесное состояние рассматриваемой системы запишется в виде:

$$\mathbf{V}_{0i} = 0, \quad \zeta_0 = 0, \quad p_i = P_0 - p_i g z, \tag{1}$$

где $\mathbf{V} = (u, v, w)$ – вектор скорости, ρ – плотность жидкости, ζ – смещение поверхности от положения равновесия, P_0 – давление на границе раздела при $z = 0$, $i = 1, 2$ – номер жидкости. Жидкость с $i = 1$ заполняет полупространство $z \leq 0$, а с $i = 2 - z > 0$.

Исследуем устойчивость равновесия (1), для чего обычным образом внесём возмущения скорости и давления. Выбирая в качестве единиц измерения длины, времени, частоты, скорости и давления соответственно $[\alpha/(\rho_1{+}\rho_r)g]^{1/2}$, $[\alpha/(\rho_1{+}\rho_r)g^3]^{1/4}$, $[(\rho_1{+}\rho_r)g^3/\alpha]^{1/4}$, $[\alpha g/(\rho_1{+}\rho_r)]^{1/4}$ и $[\alpha g/(\rho_1{+}\rho_r)]^{1/2}$, получим для возмущений следующую линеаризованную систему уравнений:

$$\partial \mathbf{v}_i/\partial t = -(1/\beta_i)\nabla p_i + \gamma_i \nabla^2 \mathbf{v}_i, \qquad \nabla \mathbf{v}_i = 0, \tag{2}$$

где $\beta_i = \rho_i/(\rho_1{+}\rho_r)$, $\gamma_i = v_i[g(\rho_1{+}\rho_r)^3/\alpha^3]^{1/4}$, $\rho_2{=}\rho_r{+}\Delta\rho$, $\beta_2 = \beta_{20}{+}\Delta\beta$, $\beta_{20} = \rho_r/(\rho_1 + \rho_r)$, $\Delta\beta = = \Delta\rho/(\rho_1 + \rho_r)$.

Здесь α - коэффициент поверхностного натяжения на границе раздела. Изменение плотности $\Delta\rho$ найдём из уравнения Менделеева-Клапейрона. Отсюда $\Delta\rho = \mu\Delta P/RT$, где μ – масса моля жидкости, $\Delta P = P$ - P_r – перепад давления в приосевой области, R – газовая постоянная, T – абсолютная температура.

Считая ζ малым, имеем на границе раздела следующее [4]:

$$(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)\mathbf{n} = 0, \qquad (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \times \mathbf{n} = 0, \qquad \partial\zeta/\partial t = w_1, \tag{3}$$

$\beta_1\gamma_1(\partial u_1/\partial z + \partial w_1/\partial x) = \beta_2\gamma_2(\partial u_2/\partial z + \partial w_2/\partial x)$,
$\beta_1\gamma_1(\partial v_1/\partial z + \partial w_1/\partial y) = \beta_2\gamma_2(\partial v_2/\partial z + \partial w_2/\partial y)$,
$p_1 - p_2 = (\beta_1$ - $\beta_2)\zeta$ - $(\partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2)\zeta + 2\beta_1\gamma_1\partial w_1/\partial$z - $2\beta_2\gamma_2\partial w_2/\partial z$.
При $z \to \pm\infty$ $\boldsymbol{v}_i \to 0$.

Здесь $\boldsymbol{n} = (-\partial\zeta/\partial x, -\partial\zeta/\partial y, 1)$ единичный вектор нормали к поверхности.

Совершая преобразования Фурье по переменным x, y и Лапласа по времени и учитывая, что $\boldsymbol{v}_i(t=0) = 0$, $\zeta(t=0) = 0$ и $\boldsymbol{v}_i$, ζ, $\partial\boldsymbol{v}_i/\partial x$, $\partial\boldsymbol{v}_i/\partial x$, $\partial\zeta/\partial \to 0$ при $|x, y| \to \pm\infty$, получим, поступая также как и в работе [5], после обратного преобразования Лапласа в линейном по вязкости и приращению плотности приближении следующее уравнение для смещения поверхности от положения равновесия:

$$\frac{d^2\zeta}{dt^2} + 2\delta(\beta)\frac{d\zeta}{dt} + \left(\Omega_O^2 - k\Delta\beta\right)\zeta = 0, \tag{4}$$

где $\delta(\beta) = \left(\beta_1\gamma_1 + \beta_{20}\gamma_2 + \frac{\beta_1^2\gamma_1^{3/2} + \beta_{20}^2\gamma_2^{3/2} - 2\beta_1\beta_{20}(\gamma_1\sqrt{\gamma_2} + \gamma_2\sqrt{\gamma_1})}{\beta_1\sqrt{\gamma_1} + \beta_{20}\sqrt{\gamma_2}}\right)k^2$, $\Omega_O^2 = k^3 + k(\beta_1 - \beta_r)$, k – волновое число.

В случае реализации режима движения «a» $\Delta\rho = (\mu\Delta P/RT)\sin\omega t$. Тогда уравнение (4) примет вид:

$$\frac{d^2\zeta}{dt^2} + 2\delta(\beta)\frac{d\zeta}{dt} + \left(\Omega_O^2 - kq\sin\omega t\right)\zeta = 0, \tag{5}$$

где $q = \mu|\Delta P|/[RT(\rho_1 + \rho_r)]$.

Уравнение (5) представляет собой уравнение Матье с затуханием [6]. Решая его методом усреднения [7], получим для границ (основной) области устойчивости следующее уравнение:

$$q^2/4\delta(\beta)^2\omega^2k^2 - \left(\Omega_0^2 - \omega^2/4\right)^2/\delta(\beta)^2\omega^2k^2 = 1.$$

Из анализа этого уравнения следует, что поверхность жидкости неустойчива, если амплитуда возбуждения $q \geq 2\delta(\beta)\omega k$. При этом на поверхности возникают волны с частотой $\omega/2$ и волновым числом k, определяемым из уравнения:

$$k^3 + k(\beta_1 - \beta_r) = \omega^2/4.$$

Для отрыва капель с поверхности жидкости необходимо, как показано в работе [8], увеличить амплитуду возбуждения в четыре раза.

При реализации режима движения «b» уравнение (4) примет вид:

$$\frac{d^2\zeta}{dt^2} + 2\delta(\beta)\frac{d\zeta}{dt} + \left(\Omega_O^2 \pm kq\right)\zeta = 0. \tag{6}$$

Это есть уравнение Мейснера (см., например [9,10]). Будем искать периодические решения этого уравнения. На участках 1 и 2 рис. 2 общее решение уравнения (6) имеет вид:

$$\zeta_1 = e^{-\delta(\beta)t}(C_1\sin\Omega_1 t + C_2\cos\Omega_1 t),$$

$$\zeta_2 = e^{-\delta(\beta)t}(C_3\sin\Omega_2 t + C_4\cos\Omega_2 t),$$

где $\mathit{\Omega}_1 = (\Omega_O^2 + kq - \delta(\beta)^2)^{1/2}$, $\mathit{\Omega}_2 = (\Omega_O^2 - kq - \delta(\beta)^2)^{1/2}$.

Из условий непрерывности на границе участков 1 и 2 при $t = T/2$

$$\zeta_1 = \zeta_2, \qquad \partial\zeta_1/\partial t = \partial\zeta_2/\partial t$$

вместе с условиями «воспроизводства» через период T

$$\zeta_2(T) = \rho\zeta_1(0), \qquad \partial\zeta_2/\partial t|_{t=T} = \rho\partial\zeta_1/\partial t|_{t=0}$$

получим систему линейных однородных уравнений для постоянных C_1, C_2, C_3, C_4. Из равенства нулю определителя этой системы уравнений, получим для фактора ρ квадратное уравнение:

$$\rho^2 - 2\rho\{\cos(T\Omega_1/2)\cdot\cos(T\Omega_2/2) - [(\Omega_O^2 - \delta(\beta)^2)/\Omega_1\Omega_2]\sin(T\Omega_1/2)\cdot\sin(T\Omega_2/2)\}e^{-2\pi\delta(\beta)} + e^{-4\pi\delta(\beta)} = 0. \quad (7)$$

Периодические решения получаются при $\rho = \pm 1$. Отсюда для границ области устойчивости получаем

$$\cos(T\Omega_1/2)\cdot\cos(T\Omega_2/2) - [(\Omega_O^2 - \delta(\beta)^2)/\Omega_1\Omega_2]\sin(T\Omega_1/2)\cdot\sin(T\Omega_2/2) = \pm\,\mathrm{ch}\,(2\pi\delta(\beta)). \quad (8)$$

Знак плюс соответствует «целым» решениям, т.е. колебаниям поверхности с периодом, равным периоду модуляции, а знак минус соответствует «полуцелым» решениям, когда период колебаний поверхности вдвое больше периода модуляции.

Уравнение (8) связывает между собой вязкое трение $\delta(\beta)$ с амплитудой и частотой (периодом) модуляции давления ΔP.

Заключение

Гармонические или негармонические колебания давления в одной из жидкостей приводят к неустойчивости поверхности раздела этих жидкостей. В зависимости от амплитуды колебаний давления возможно как возбуждение поверхностных волн, так и диспергирование жидкости.

Список литературы

1. Кныш Ю.А., Лукачев С.В. Экспериментальное исследование вихревого генератора звука // Акустический журнал. 1977. Т. 23. Вып. 5. С. 776-782.

2. Польшин В.В. О некоторой особенности излучения вихревого генератора звука.// Вестник молодых учёных: сер. Прикладная математика и механика. 1997. Вып.1. С. 72-75.

3. Дитякин Ю.Ф. и др. Распыливание жидкостей. М.: Машиностроение, 1977. 208 с.

4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика сплошных сред. Гл. 2. М.-Л., Гостехиздат, 1944.

5. Неволин В.Г. Параметрическое возбуждение волн на границе раздела // Изв. АН СССР. МЖГ. 1977. Вып. 2. С.167-170.

6. Мак-Лахлан Н.В. Теория и приложения функций Матье. М.: ИЛ, 1953. 474 с.

7. Филатов А.Н. Методы усреднения в дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнениях. Ташкент.: ФАН, 1971. 297 с.

8. Eisenmenger W. Dynamic properties of the surface tension of water and aqueous solutions of surface active agents with standing capillary waves. *Acustica*. 1959; vol. 9. № 4. S. 1378-1385.

9. Горяченко В.Д. Элементы теории колебаний. М.: Высшая школа, 2001. 395 с.

10. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1979. С. 242-244.

References

1. Knysh Yu.A., Lukachev S.V. Experimental study of the vortex generator of sound. *Acoustic journal*, 1977, vol. 23, no. 5, pp. 776-782.

2. Polshin V. V. On some features of the vortex sound generator radiation. *Bulletin of young scientists: ser. Applied mathematics and mechanics*, 1997, vol. 1, pp. 72-75.

3. Ditkin Y. F., etc., *Atomization of liquids.* Moscow, Mechanical Engineering Publ., 1977. 208 p. (in Russian)

4. Landau L.D., Lifshitz E.M. *Continuum Mechanics, CH. 2.* Moscow-Leningrad, Gostekhizdat Publ., 1944. (in Russian)

5. Nevolin V.G. Parametric excitation of waves at the interface. *WPI. USSR ACADEMY OF SCIENCES. MIG.*, 1977, vol. 2. pp. 167-170.

6. McLachlan N. In. *Theory and applications of Mathieu functions*. Moscow, IL Publ., 1953. 474 p. (in Russian)

7. Filatov A. *Averaging methods in differential and integro-differential equations.* Tashkent, FAN Publ., 1971. 297 p. (in Russian)

8. Eisenmenger W. Dynamic properties of the surface tension of water and aquatic solutions of surface active agents with standing capillary waves. *Acustica*, 1959, vol. 9, no. 4, pp. 1378-1385.

9. Goryachenko V.D. *Elements of the theory of fluctuations*. Moscow, Higher school Publ., 2001. 395 p. (in Russian)

10. Gershuni G.Z., zhukhovitsky E.M. *Convective stability of incompressible fluid*. Moscow, Science Publ., 1979. pp. 242-244. (in Russian)

Авторы

Неволин Валерий Григорьевич, к. ф.-м. н., доцент Кафедры физики и математики Пермской государственной фармацевтической академии (ПГФА), ул. Полевая, 2, г. Пермь, 614081, Россия.
E-mail: granev@mail.ru

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:
Неволин В. Г. Диспергирование жидкости вихревым генератором // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2018. № 4. С. 118—123.

Authors

Nevolin Valery Grigorievich, Candidate of physical and mathematical Sciences, associate professor of Department of physics and mathematics, Perm state pharmaceutical Academy, Polevaya str., 2, Perm, 614081, Russia.
E-mail: granev@mail.ru

Please cite this article in English as:
Nevolin V. G. Dispersion of fluid by a vortex generator. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2018, no. 4, pp. 118–123.