УДК 53.1

СФЕРИЧЕСКИ-СИММЕТРИЧНЫЕ РЕШЕНИЯ КИРАЛЬНОЙ САМОГРАВИТИРУЩЕЙ МОДЕЛИ $F(R,(\nabla R)^2)$ ГРАВИТАЦИИ В КВАЗИГЛОБАЛЬНЫХ КООРДИНАТАХ

Чаадаев А. А.[a,1]

[a] Ульяновский государственный педагогический университет им. И.Н. Ульянова, г. Ульяновск, 432071, Россия

Мы исследуем сферически-симметричные решения киральной самогравитирующей модели $f(R,(\nabla R)^2)$ гравитации в квазиглобальных координатах. В работе представлено действие модели и метрика кирального пространства. Для данной модели представлены уравнения Эйнштейна и полей в сферически-симметричной метрике общего вида с потенциалом самодействия W, представлены уравнения модели в квазиглобальных координатах. В работе рассматривается специальный случай $W = 0$. В рамках этого случая показано, что уравнения Эйнштейна сводятся к дифференциальному уравнению второго порядка, допускающего замену переменных для комбинации метрических функций. Получены точные решения для всех метрических функций. Исследуется возможность решения полевых уравнений для определения зависимости полей от радиальной координаты u. Получено нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка, позволяющее определить полевую функцию$\chi(u)$.

Ключевые слова: киральная космологическая модель, $f(R)$ теории гравитации, сферически-симметричные решения.

SPHERICALLY SYMMETRIC SOLUTIONS OF THE CHIRAL SELF-GRAVITATING $F(R,(\nabla R)^2)$ MODEL OF GRAVITY IN QUASI-GLOBAL COORDINATES

Chaadaev A. A.[a,1]

[a] Ulyanovsk State Pedagogical University, Ulyanovsk, 432071, Russia

We study spherically symmetric solutions of the chiral self-gravitating model $f(R,(\nabla R)^2)$ of gravity in quasi-global coordinates. The paper presents the action of the model and the metric of the chiral space. For this model, the equations of Einstein and fields are presented in a spherically symmetric metric of a general form with a self-action potential W, the equations of the model are presented in quasi-global coordinates. The special case $W = 0$ is considered in the paper. Within the framework of this case, it is shown that the Einstein equations are reduced to a second-order differential equation that allows a change of variables for a combination of metric functions. Exact solutions are obtained for all metric functions. The possibility of solving field equations for determining the dependence of fields on the radial coordinate u is investigated. A non-linear second-order differential equation is obtained, which makes it possible to determine the field function $\chi(u)$.

Keywords: chiral cosmological model, $f(R)$ gravity theory, spectral spherically symmetric solutions.

PACS: 04.20.Kd, 04.50.Kd
DOI: 10.17238/issn2226-8812.2023.1.113–116

Введение

В связи с открытием гравитационных волн [1] вызывает интерес процесс их генерации массивными движущимися объектами, в частности – вращающимися двойными системами. К таким

[1] E-mail: alexandr308@mail.ru

системам можно отнести двойную чёрную дыру. Динамика такой двойной системы приводит к излучению гравитационных волн, имеющих определённый спектр, который можно регистрировать экспериментально. В этой связи можно поставить вопрос о проявлении каких-либо эффектов и гармоник определённых частот в спектре излучения гравитационных волн, если процесс описывается в рамках модифицированной теории гравитации. Но прежде чем переходить к описанию процесса генерации, следовало бы рассмотреть некоторые модели модифицированной гравитации, получить уравнения этих моделей. В частности, данная работа является подобным шагом, заключающим в себе попытку получения точных решений для модели $f(R,(\nabla R)^2)$ гравитации с целью их дальнейшего анализа.

1. Киральная самогравитирующая модель $f(R,(\nabla R)^2)$ гравитации в сферически-симметричной метрике

В работе [2] рассматривается наиболее общая модель $f(R,(\nabla R)^2,\Box R)$ гравитациии. Частным случаем этой общей модели является модель $f(R,(\nabla R)^2)$. Метод преобразования этой модели в гравитацию Эйнштейна со скалярными полями расмотрен подробно в работе [3]. Действие рассматриваемой модели имеет вид:

$$S_{CCM} = \int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{1}{2}R - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}\chi_{,\mu}\chi_{,\nu} + \frac{1}{4}f_1(\phi)e^{-2\sqrt{\frac{2}{3}}\chi} - \frac{1}{4}\phi e^{-\sqrt{\frac{2}{3}}\chi} + \frac{1}{2}X(\phi)e^{-\sqrt{\frac{2}{3}}\chi}g^{\mu\nu}\phi_{,\mu}\phi_{,\nu}\right], \tag{1.1}$$

Здесь $f_1(\phi)$ и $X(\phi)$ - функции, определяющие конкретный вид модели. Рассматривается сферически-симметричная метрика общего вида

$$ds^2 = -e^{2\nu(u)}dt^2 + e^{2\lambda(u)}du^2 + e^{2\beta(u)}(d\theta^2 + \sin^2(\theta)d\varphi^2). \tag{1.2}$$

Метрика пространства целей в соответствии с (1.1) имеет вид

$$ds^2 = d\chi^2 - e^{-\sqrt{\frac{2}{3}}\chi}X(\phi)d\phi^2. \tag{1.3}$$

Потенциал модели представлен в следующей форме

$$W = W(\chi,\phi) = \frac{1}{4}e^{-\sqrt{\frac{2}{3}}\chi}\left(\phi - e^{-\sqrt{\frac{2}{3}}\chi}f_1(\phi)\right). \tag{1.4}$$

Поиск решений указанной модели осуществляется в рамках квазиглобальных координат, что соответсвует условию:

$$\lambda = -\nu. \tag{1.5}$$

Уравнения Эйнштейна имеют следующий вид

$$\nu'' + \nu'\left(2\beta' + 2\nu'\right) = -\kappa e^{-2\nu}W, \tag{1.6}$$

$$-2\beta'' - \nu'' - \nu'(2\beta' + 2\nu') - 2(\beta')^2 = \kappa\left((\chi')^2 - e^{-\sqrt{\frac{2}{3}}\chi}X(\phi)(\phi')^2 + e^{-2\nu}W\right), \tag{1.7}$$

$$1 + e^{2\nu+2\beta}\left(-\beta'' - \beta'\left(2\beta' + 2\nu'\right)\right) = \kappa e^{2\beta}W. \tag{1.8}$$

Полевые уравнения

$$\chi'' + \left(2\nu' + 2\beta'\right)\chi' - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}e^{-\sqrt{\frac{2}{3}}\chi}X(\phi)(\phi')^2 = e^{2\nu}\frac{\partial W}{\partial\chi}, \tag{1.9}$$

$$X(\phi)\phi'' - \sqrt{\frac{2}{3}}X(\phi)\phi'\chi' + \frac{\partial X(\phi)}{\partial\phi}(\phi')^2 + X(\phi)(2\nu' + 2\beta')\phi' = -e^{-2\nu} + \sqrt{\frac{2}{3}}\chi\frac{\partial W}{\partial\phi}. \tag{1.10}$$

2. Решение модели для случая $W = 0$

В этом случае систему уравнений модели принимает следующий вид

$$\nu'' + \nu'\left(2\beta' + 2\nu'\right) = 0, \tag{2.1}$$

$$-2\beta'' - \nu'' - \nu'(2\beta' + 2\nu') - 2(\beta')^2 = \kappa\left((\chi')^2 - e^{-\sqrt{\frac{2}{3}}\chi}X(\phi)(\phi')^2\right), \tag{2.2}$$

$$1 + e^{2\nu+2\beta}\left(-\beta'' - \beta'\left(2\beta' + 2\nu'\right)\right) = 0. \tag{2.3}$$

Полевые уравнения

$$\chi'' + \left(2\nu' + 2\beta'\right)\chi' - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}e^{-\sqrt{\frac{2}{3}}\chi}X(\phi)(\phi')^2 = 0, \tag{2.4}$$

$$X(\phi)\phi'' - \sqrt{\frac{2}{3}}X(\phi)\phi'\chi' + \frac{\partial X(\phi)}{\partial\phi}(\phi')^2 + X(\phi)(2\nu' + 2\beta')\phi' = -e^{-2\nu}. \tag{2.5}$$

Комбинация уравнений (2.1) и (2.3) приводит к уравнению

$$\nu'' + \beta'' + 2(\beta' + \nu')^2 = e^{-2(\nu+\beta)}. \tag{2.6}$$

Как видно, в этом уравнении возможна замена переменных следующего вида

$$\eta = \nu + \beta. \tag{2.7}$$

После такой замены получаем нелинейное дифференциальное уравнение 2 порядка для одной неизвестной функции $\eta(u)$

$$\eta'' + 2(\eta')^2 = e^{-2\eta} \tag{2.8}$$

Найдено решение указанного уравнения, имеющее вид:

$$\eta = \ln\sqrt{(u - u_*)^2 - C} \tag{2.9}$$

Это позволяет определить вид зависимости всех метрических функций

$$\nu = -\lambda = \nu_0 + \frac{t_*}{2\sqrt{C}}\ln\left|\frac{u - u_* - \sqrt{C}}{u - u_* + \sqrt{C}}\right|, \tag{2.10}$$

$$\beta = \ln\sqrt{(u - u_*)^2 - C} - \nu_0 - \frac{t_*}{2\sqrt{C}}\ln\left|\frac{u - u_* - \sqrt{C}}{u - u_* + \sqrt{C}}\right|. \tag{2.11}$$

Ведётся поиск полевых функций. В частности, получено уравнение, позволяющее получить зависимость $\chi(u)$ в явном виде:

$$\chi'' - \frac{1}{\sqrt{6}}(\chi')^2 + \sqrt{\frac{2}{3}}\frac{r}{r^2 - C}\chi' = -\frac{1}{\kappa}\sqrt{\frac{2}{3}}\left(\frac{1}{|r^2 - C|} + \frac{2C - (t_*)^2}{(r^2 - C)^2}\right), \tag{2.12}$$

где $r = u - u_*$. Это уравнение получено из (2.2) и (2.4) с учётом известных зависимостей метрических функций (2.10) и (2.11).

Заключение

Решение уравнения (2.12) позволит получить зависимость $\chi(u)$ и перейти к определению полевой функции $\phi(u)$ и функции $X(\phi)$. Это является предметом дальнейших изысканий.

В заключение хочу выразить благодарность научному руководителю профессору Червону С.В. за постановку задачи и проявленный интерес к данной работе.

Список литературы

1. Abbott B.P., et al. Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger. *Phys. Rev. Lett.*, 2016, 116, 061102.

2. Naruko A., Yoshida D., Mukohyama S. Gravitational scalar-tensor theory. *Class. Quant. Grav.*, 2016, vol. 33, no. 9, pp. 09LT01.

3. Chervon S.V., Fomin I.V., Mayorova T.I. Chiral Cosmological Model of $f(R)$ Gravity with a Kinetic Curvature Scalar. *Grav. Cosmol.*, 2019, 25, no. 3, pp. 205–212.

References

1. Abbott B.P., et al. Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger. *Phys. Rev. Lett.*, 2016, 116, 061102.

2. Naruko A., Yoshida D., Mukohyama S. Gravitational scalar-tensor theory. *Class. Quant. Grav.*, 2016, vol. 33, no. 9, pp. 09LT01.

3. Chervon S.V., Fomin I.V., Mayorova T.I. Chiral Cosmological Model of $f(R)$ Gravity with a Kinetic Curvature Scalar. *Grav. Cosmol.*, 2019, 25, no. 3, pp. 205–212.

Авторы

Чаадаев Александр Алексеевич, Лаборатория гравитации, космологии, астрофизики, Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н. Ульянова, пл. Ленина, д. 4/5, Ульяновск, 432071, Россия.
E-mail: alexandr308@mail.ru

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Чаадаев А. А. Сферически-симметричные решения киральной самогравитирущей модели $f(R,(\nabla R)^2)$ гравитации в квазиглобальных координатах. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия.* 2023. № 1. С. 113–116.

Authors

Chaadaev Alexander Alekseevich, Laboratory of gravitation, cosmology, astrophysics, Ulyanovsk State Pedagogical University, Ulyanovsk, 432071, Russia.
E-mail: alexandr308@mail.ru

Please cite this article in English as:

Chaadaev A. A. Spherically symmetric solutions of the chiral self-gravitating $f(R,(\nabla R)^2)$ model of gravity in quasi-global coordinates. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2023, no. 1, pp. 113–116.