

УДК 53.01

© Молчанов А. Б., 2023

ПРОЦЕДУРА ДЕКОМПАКТИФИКАЦИИ РАССТОЯНИЙМолчанов А. Б.^{a,1}^a Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова, г. Москва, 119234, Россия.

В рамках реляционного подхода к описанию пространства-времени и физических взаимодействий главной задачей является вывод классических пространственно-временных понятий из более фундаментальных закономерностей микромира. К таким понятиям, в частности, относятся размерность, сигнатура и протяжённость (классическое расстояние). Последнее может быть получено в результате решения задачи декомпактификации для заданной системы частиц. В настоящей работе приводится математическая формулировка данной задачи в рамках формализма теории систем отношений. Показывается, что используемые при постановке данной задачи отношения описывают элементарные процессы испускания и поглощения электромагнитного излучения. Решение такой задачи для реальной физической системы сопряжено с необходимостью учёта большого числа фазовых вкладов испущенного, но не поглощённого излучения. Поэтому рассматривается задача декомпактификации классических расстояний для системы конечного числа излучателей и поглотителей, имеющих ограниченный спектр атома водорода. Обсуждается методика численного решения и приводятся его результаты при заданных ограничениях.

Ключевые слова: пространство-время, метрика, реляционный подход, системы отношений, декомпактификация.

PROCEDURE OF DISTANCES DECOMPACTIFICATION IN THE RELATIONAL APPROACHMolchanov A. B.^{a,1}^a Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119234, Russia.

Within the framework of the relational approach to the space-time and physical interactions, the main task is to derive classical space-time concepts from the more fundamental laws of the microworld. Particularly, these concepts include dimensions number, signature and length (classical distance). The latter can be obtained by solving the problem of decompactification for a given system of particles. This paper provides a mathematical formulation of this problem within the systems of relations theory. It is shown that the relations used in the formulation of this problem describe the elementary processes of emission and absorption of electromagnetic radiation. The solution of such a problem for a real physical system is associated with the need to take into account a large number of phase contributions of emitted but unabsorbed radiation. So, there is considered the problem of classical distances decompactification for a system of a finite number of emitters and absorbers with a limited spectrum of the hydrogen atom. The technique of the numerical solution is discussed and its results are presented under the given constraints.

Keywords: space-time, metric, relational approach, systems of relations, decompactification.

PACS: 03.65.Ta, 04.20.Cv, 02.60.Cb

DOI: 10.17238/issn2226-8812.2023.2.36-46

Введение

Современная теоретическая физика исследует мир в рамках трёх парадигм: теоретико-полевой, геометрической и реляционной. В основе первой лежит идея о самостоятельно существующем классическом пространстве-времени, на фоне которого задаются источники и переносчики

¹ E-mail: alexeybm2009@gmail.com

полей физических взаимодействий, записываются уравнения, определяющие их динамику. Геометрическая парадигма выстраивается на объединении категорий пространства-времени и полей в одну обобщённую категорию искривлённого пространства-времени, ядром этой парадигмы является общая теория относительности (ОТО). В основе реляционной парадигмы, опирающейся на идеи Лейбница и Маха, в современном понимании лежат три аспекта [1]: 1) реляционный подход к природе пространства и времени, 2) описание взаимодействий в рамках концепции дальнодействия, 3) принцип Маха. Первый аспект подразумевает вторичность и макроскопическую природу пространства-времени по отношению к более фундаментальным закономерностям микромира; второй с необходимостью следует из первого, поскольку на фундаментальном уровне в отсутствие пространства-времени существование переносчиков взаимодействий становится невозможным; наконец, третий аспект также следует из двух предыдущих и понимается в самом широком смысле: как обусловленность локальных свойств объектов глобальными свойствами всего окружающего мира.

К настоящему моменту в попытках построения микроскопической теории гравитации всё больше физиков-теоретиков обращаются к основаниям фундаментальной физики, помещая на передний план задачу вывода классических пространственно-временных представлений из более глубоких закономерностей микромира. На основании приведённых выше факторов, а также, учитывая ряд известных трудностей, с которыми сталкиваются геометрическая и теоретико-полевая парадигмы в попытках объединения гравитации с другими фундаментальными взаимодействиями, можно убедиться, что наиболее приемлимым для решения указанной задачи является именно реляционный подход. Поэтому развитие реляционной концепции в целом и методики решения задачи вывода классических пространственно-временных представлений в частности является крайне актуальным вопросом.

Идеи о макроскопической природе пространства-времени неоднократно высказывались видными учёными, среди которых Луи де Бройль, Р. Пенроуз, Б. Грин и П.К. Рашевский, который, пожалуй, наиболее ёмко выразил её в своей книге "Риманова геометрия и тензорный анализ". Он писал: "Между тем, трудно сомневаться в том, что макроскопические понятия, в том числе и наши пространственно-временные представления, на самом деле уходят своими корнями в микромир. Когда-нибудь они должны быть раскрыты как некоторый статистический итог, вытекающий из закономерностей этого мира - далеко ещё не разгаданных - при суммарном наблюдении огромного числа микроявлений." [2] Тем не менее, ни Рашевский, ни другие исследователи, выдвигавшие сходные идеи, не указывали, какие именно "микроявления" должны приводить к формированию классических пространственно-временных понятий. Мы же, прежде чем назвать эти факторы в реляционном подходе, опишем сначала формальную процедуру, которая будет использоваться для вывода классического понятия длины, - декомпактификацию. В итоге мы увидим, что данная процедура в полной мере реализует идею П.К. Рашевского, сформулированную в приведённой выше цитате. Задача декомпактификации возникает в формализме теории систем отношений, представляющем собой основу математического аппарата реляционного подхода [3].

1. Проблема декомпактификации в теории систем отношений

Начальными понятиями в данном формализме являются отношения, - числа, характеризующие пары элементов, - и сами элементы, описываемые несколькими числовыми параметрами. Отношения образуют систему, если при выборе любых r элементов для соответствующих парных отношений выполняется алгебраическое тождество, имеющее один и тот же вид. Данное тождество называется законом системы отношений, а число r - её рангом. Наиболее наглядной иллюстрацией может служить следующий пример. Рассмотрим ориентированную прямую, на которой последовательно в одном направлении выберем три произвольные точки a , b и c . Пусть l_{ab} , l_{bc} и l_{ac} - соответствующие парные расстояния. Тогда для них выполняется тождество:

$$l_{ab} + l_{bc} - l_{ac} = 0. \quad (1.1)$$

В этом примере элементами являются точки a, b, c , каждая из которых характеризуется одним параметром – координатой на ориентированной прямой; парные расстояния l_{ab}, l_{bc}, l_{ac} есть отношения между элементами; поскольку точки выбираются произвольно (с сохранением порядка), записанное тождество представляет собой закон системы отношений ранга $r = 3$. Ещё одним важным понятием, которое также иллюстрируется данным примером, является базис системы отношений. Параметры всех элементов могут быть выражены через отношения к элементам, которые выбраны в качестве базисных. В приведённом примере базисный элемент один – точка, которую мы выберем началом отсчёта. Параметры остальных элементов (координаты остальных точек) задаются расстояниями до начала отсчёта с учётом направления.

В контексте обсуждаемой в статье задачи данный пример может показаться эклектичным, поскольку уже содержит в себе пространственно-временные понятия. Однако, как мы увидим далее, приведённая система отношений, хоть и весьма проста, всё же не является фундаментальной и может быть выведена из другой системы, которая, в свою очередь, наиболее пригодна для описания явлений микромира.

Расширение приведённой в примере системы отношений на более высокие ранги осуществляется довольно очевидным образом, так что не будем на этом останавливаться подробно, а лучше обратим внимание вот на что. Элементы, между которыми устанавливаются отношения в данной системе, принадлежат одному и тому же множеству, а сами отношения являются вещественными числами, иными словами, это унарная система вещественных отношений (УСВО). В наиболее общем случае парные отношения могут устанавливаться между элементами двух разных множеств, и представляться комплексными числами, – бинарные системы комплексных отношений (БСКО). Есть также класс бинарных систем вещественных отношений (БСВО). Ограничимся рассмотрением БСКО симметричных рангов (r, r) , то есть тех, для которых соответствующие законы включают в себя отношения между r элементами из первого множества и r элементами из второго. В работах Г.Г. Михайличенко (см. напр. [4]) было показано, что для таких систем существует два и только два вида законов:

$$\Phi_{(r,r)} = \begin{vmatrix} u_{i\alpha} & u_{i\beta} & u_{i\gamma} & \cdots \\ u_{k\alpha} & u_{k\beta} & u_{k\gamma} & \cdots \\ u_{j\alpha} & u_{j\beta} & u_{j\gamma} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \ddots \end{vmatrix} = 0, \quad \Phi_{(r,r;a)} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & \cdots \\ 1 & a_{i\alpha} & a_{i\beta} & a_{i\gamma} & \cdots \\ 1 & a_{k\alpha} & a_{k\beta} & a_{k\gamma} & \cdots \\ 1 & a_{j\alpha} & a_{j\beta} & a_{j\gamma} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \ddots \end{vmatrix} = 0, \quad (1.2)$$

где латинские индексы обозначают элементы из первого множества, греческие – из второго, а сами отношения выражаются через параметры элементов следующим образом:

$$u_{i\alpha} = \sum_{l=1}^{r-1} i^l \alpha^l, \quad a_{i\alpha} = \sum_{l=1}^{r-2} i^l \alpha^l + i_0 + \alpha_0. \quad (1.3)$$

Базисом БСКО являются $r - 1$ элементов из первого множества и $r - 1$ элементов из второго. Для симметричных рангов (r, r) переход от одного базиса к другому можно представить каноническими преобразованиями

$$i'^s = C_i i^s, \quad (1.4)$$

где коэффициенты C_i есть комплексные числа [5].

Важной особенностью БСКО, которая не имеет аналогов в УСВО, является возможность построения системы отношений между элементами с комплексно-сопряжёнными параметрами. Полученная таким образом БСКО называется виртуальной. Этот формализм позволяет "сшивать"

пары элементов сопряжённых множеств в новые элементы одного множества, то есть переходить к унарным геометриям от БСКО того или иного ранга [1, с. 54]. Данное обстоятельство является одной из ключевых особенностей, позволяющих получить такие классические понятия, как размерность и сигнатура. Рассмотрим теперь два частных случая БСКО рангов (2,2) и (3,3).

Из приведённой выше записи двух видов законов и выражений для парных отношений, в частности, следует, и это важно для дальнейшей формулировки задачи декомпактификации, что законы БСКО минимального ранга (2,2) и (2,2;а) эквивалентны. Это легко показать, прологарифмировав выражение $\Phi_{(2,2)}$. Иными словами, БСКО ранга (2,2) является вырожденной.

Другой важной особенностью данной БСКО является то, что она оказывается подсистемой БСКО более высоких рангов (r, r) . Это можно проиллюстрировать, записав преобразования для парных отношений, принадлежащих БСКО ранга (r, r) , при смене базиса:

$$u'_{i\alpha}{}^{(r,r)} = \sum_{l=1}^{r-1} i^l \alpha^l = C_i C_\alpha u_{i\alpha}{}^{(r,r)}. \quad (1.5)$$

Произведение комплексных коэффициентов $C_i C_\alpha$ само по себе является отношением, которое принадлежит БСКО ранга (2,2). Будем учитывать это свойство при рассмотрении переходов между базисами в БСКО ранга (3,3). Смысл элементов БСКО ранга (2,2) выясним, перейдя к рассмотрению ранга (3,3).

Можно показать [1, с. 61], что элементами этой системы отношений являются двухкомпонентные спиноры. Формализм виртуальных БСКО при его использовании с БСКО ранга (3,3) позволяет построить из данных элементов 4-мерные векторы с сигнатурой пространства-времени Минковского. 4-векторы, построенные на одном 2-компонентном спиноре оказываются изотропными, а процедура их построения аналогична процедуре, используемой в формализме Ньюмана—Пенроуза. Эти и некоторые другие соображения позволяют утверждать, что БСКО ранга (3,3) описывает элементарные процессы испускания и поглощения электромагнитного излучения. Два множества элементов в таком случае соответствуют частицам-излучателям и поглотителям. Отношения $u_{i\alpha}{}^{(3,3)}$ можно связать с комплексными амплитудами электромагнитного излучения, испускаемого излучателем i и принимаемого поглотителем α . Упомянем здесь также о том, что на базе композиции БСКО рангов (3,3) и БСКО ранга (2,2;а) строится реляционно-статистическая теория атома (см. напр. [6]), в которой удаётся получить спектр испускаемого излучения.

В рамках БСКО ранга (3,3) можно построить спинорный инвариант, соответствующий электрическому заряду. Условие его вещественности приводит к тому, что элементы БСКО ранга (2,2), комплексные конформные факторы, приведённые выше, должны иметь единичный модуль, а их фазы при принадлежности к разным множествам должны отличаться знаком [1, с. 120]. Тогда закон преобразования отношений БСКО ранга (3,3) при смене базиса фактически представляет собой выражение принципа Гюйгенса:

$$u'_{i\alpha}{}^{(3,3)} = e^{i(\varphi_i - \varphi_\alpha)} u_{i\alpha}{}^{(3,3)}. \quad (1.6)$$

Далее условимся, что будем рассматривать системы, в которых каждый объект может быть как излучателем, так и поглотителем. В зависимости от этого ему в той или иной ситуации может быть присвоен латинский или греческий индекс, а соответствующие фазы будут равны по модулю и противоположны по знаку.

Тот факт, что БСКО ранга (2,2) в рассматриваемой задаче является подсистемой БСКО ранга (3,3), означает, что параметры её элементов, то есть фазовые множители (фактически, сами фазы в виду условия единичности модуля), должны содержать в себе характеристики БСКО ранга (3,3). В контексте записанного выше выражения такими характеристиками следует считать компоненты изотропного вектора k_μ , описывающего излучение. Поскольку фаза является скаляром и должна быть инвариантной, то в наиболее простом случае её можно представить в виде

$$\varphi = k_\mu x^\mu. \quad (1.7)$$

Следуя принципу соответствия, можно ввести размерную константу $\hbar$, тогда введённые коэффициенты x^μ будут иметь размерность координат. Однако, координатами в классическом смысле они не будут, поскольку фаза, как известно, определена с точностью до целого значения периодов 2π . Тогда для одного пространственного измерения

$$x = n\lambda + (\varphi/2\pi)\lambda, \quad (1.8)$$

где λ – длина волны излучения, для удобства выраженная из энергии. Эта запись означает, что классические координаты излучателя и поглотителя в одном акте излучения являются неопределёнными величинами, иначе говоря, компактифицированными в фазовых вкладах.

2. Постановка задачи декомпактификации

Чтобы разрешить эту неопределённость, то есть декомпактифицировать классические координаты, необходимо рассматривать совокупность фазовых вкладов от большого числа излучателей и поглотителей. Введём здесь понятие "фотонной матрицы" то есть матрицы, в которой записаны отношения $u_{i\alpha}^{(3,3)}$ между всеми излучателями и всеми поглотителями в рассматриваемой системе, описывающие излучение с одной и той же энергией.

Без ограничения общности будем формулировать задачу декомпактификации в одном пространственном измерении. Чтобы найти расстояние между излучателем i и поглотителем α в акте излучения с энергией $\hbar c/\lambda$

$$r_{i\alpha}^{(\lambda)} = \left(n_i^{(\lambda)} - n_\alpha^{(\lambda)}\right) \lambda + \left(\left[\varphi_i^{(\lambda)} - \varphi_\alpha^{(\lambda)}\right] / 2\pi\right) \lambda, \quad (2.1)$$

нужно при заданных фазах $\varphi_i^{(\lambda)}, \varphi_\alpha^{(\lambda)} \in [0, 2\pi)$ указать разность $n_i^{(\lambda)} - n_\alpha^{(\lambda)}$. Если в рассматриваемой системе всего две частицы: излучатель i и поглотитель α , то нет ничего, что могло бы ограничить допустимые значения n_i и n_α . Классическое расстояние в такой системе не существует. Если же рассмотреть систему большого числа излучателей и поглотителей, то ограничение на числа n будет задаваться двумя условиями:

1) Закон БСКО ранга (2,2). Его выполнение требуется, поскольку фазовые множители являются параметрами элементов данной БСКО.

2) Вид спектра энергий излучения/поглощения. Нельзя допустить, например, чтобы поглотитель в искомой точке мог поглощать энергии, не входящие в его спектр (иначе его следует интерпретировать уже как другой объект с другим спектром).

Сделаем замечание касательно первого условия. Как уже отмечалось ранее, законы БСКО рангов (2,2) и (2,2;a) эквивалентны, причём, если в первом случае отношение записывается как произведение комплексных фазовых множителей, то во втором – как сумма самих фаз. Поскольку в нашей задаче фазы являются вещественными числами, то БСКО ранга (2,2;a) переходит в БСКО того же ранга. Далее следует вспомнить о том, что для каждого объекта, если в одном случае он рассматривается как излучатель, а в другом, – как поглотитель, фазы равны по модулю и противоположны по знаку: $\varphi_j = -\varphi_\beta$ (в этом случае парное отношение $a_{j\beta}^{(2,2;a)}$ очевидно обратится в 0). Это обстоятельство позволяет произвести "сшивку" элементов разных множеств и перейти к закону на одном множестве элементов. Соответствующие отношения на одном множестве будем обозначать τ_{ij} ($\tau_{ij} = a_{i\beta}^{(2,2;a)} \equiv \varphi_i + \varphi_\beta = \varphi_i - \varphi_j$). Запишем закон для случая, когда i и α характеризуют один и тот же объект, а k и β относятся к разным объектам, причём объект, характеризующийся элементом β во втором множестве, соответствует элементу j в первом множестве. Тогда:

$$\Phi_{(2,2;a)} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & a_{i\beta} \\ 1 & a_{k\alpha} & a_{k\beta} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & \tau_{ij} \\ 1 & \tau_{ki} & \tau_{kj} \end{vmatrix} = \tau_{ij} + \tau_{ki} - \tau_{kj} = 0. \quad (2.2)$$

Этот закон совпадает с приведённым в начальном примере (1.1) с точностью до умножения на соответствующую компоненту волнового вектора: $\tau_{ij} = kr_{ij}$.

Процедура "извлечения" расстояний из известных фазовых вкладов с привлечением названных выше двух условий называется *декомпактификацией*.

Декомпактификацию следует понимать в смысле обратного принципа суперпозиции. В прямой задаче требуется найти результирующую амплитуду от большого числа излучателей в заданной точке (когда определены и известны расстояния между каждым излучателем и поглотителем в данной точке). Для её решения фазовые вклады всех источников суммируются по всем энергиям спектра. Обратная задача состоит в том, чтобы найти взаимное расположение излучателей и поглотителя, регистрирующего заданную амплитуду (когда известны фазовые отношения между каждым излучателем и поглотителем).

Например, мы могли бы потребовать, чтобы в искомой точке амплитуда была бесконечной, а во всех остальных равнялась нулю (дельта-функция), то есть воспроизвести полностью классический случай, когда расстояния определяются с бесконечной точностью. Такая ситуация имела бы место в системе излучателей и поглотителей с непрерывным спектром, для которых удалось однозначно определить все числа n . Суммирование фазовых вкладов по всем длинам волн превратилось бы в интегрирование:

$$\frac{1}{2\pi} \int e^{ikr_{ij}} dk \equiv \delta(r_{ij}). \quad (2.3)$$

Такая ситуация является, очевидно, предельным случаем. Во-первых, в системе конечного числа частиц с произвольно заданными фазовыми отношениями для каждого объекта, вообще говоря, будет несколько допустимых значений n , что соответствует множественности конфигураций, реализующих одни и те же значения амплитуд. Во-вторых, при рассмотрении атомов мы будем иметь дело с ограниченными дискретными спектрами.

Данный пример вкупе с названными ограничениями ведёт к определению классических расстояний на основе статистики по фазовым вкладам излучения для всех энергий в спектре: классическое расстояние между парой объектов i и j определяется по максимуму суммы фазовых вкладов:

$$f_{ij}(r) = \sum_{\Delta n} \sum_{\lambda} \left[e^{\frac{2\pi i}{\lambda}(r-r_{ij}^{(\lambda)})} + e^{-\frac{2\pi i}{\lambda}(r-r_{ij}^{(\lambda)})} \right] \rightarrow \max \rightarrow r_{ij}^{(classic)}, \quad (2.4)$$

где внешняя сумма ведётся по всем допустимым значениям разностей фазовых сдвигов $\Delta n = n_i^{(\lambda)} - n_j^{(\lambda)}$, найденным в соответствии с двумя сформулированными выше условиями.

Такая постановка задачи декомпактификации классических расстояний в полной мере соответствует идее П.К. Рашевского и других исследователей о макроскопической природе классических пространственно-временных понятий.

Рассмотрим далее задачу декомпактификации для системы N объектов, имеющих спектры атомов водорода.

3. Автоматизация решения и результаты

Поскольку в большинстве случаев решение обратных задач сводится к многократному решению прямых задач, такую процедуру следует автоматизировать. Задача декомпактификации – не исключение. Учёт фазовых вкладов излучения является весьма трудоёмким процессом в плане

вычислений даже для небольшого числа частиц, поскольку каждая их конфигурация определяется разностью фазовых сдвигов Δn , фазой в интервале от 0 до 2π и энергией излучения (длиной волны λ). Самый очевидный алгоритм решения "brute force" будет иметь следующий вид:

Result: суммарная функция f_{ij} для каждой пары частиц

```

1 Инициализация спектра, фаз и разностей фазовых сдвигов;
2 foreach перестановка длин волн do
3   foreach перестановка разностей фазовых сдвигов do
4     Создать пустую конфигурацию;
5     foreach тройка частиц do
6       Вычислить фазовые вклады;
7       Вычислить парные расстояния;
8       Вычислить  $\Phi_{(2,2;a)}$ ;
9       if  $\Phi_{(2,2;a)} = 0$  then
10        | Добавить фазовые вклады в конфигурацию;
11      else
12        | Обнулить конфигурацию;
13      break;
14    end
15  end
16  | Добавить конфигурацию в соответствующую сумму;
17 end
18 end

```

Algorithm 1: Процедура декомпактификации для N атомов водорода, brute force.

Под добавлением или обнулением конфигурации подразумевается добавление или обнуление величины, стоящей в квадратных скобках в выражении для f_{ij} (2.4). То, что здесь названо для краткости перестановками, на самом деле – число размещений с повторениями (в комбинаторике обозначается как n^k). С помощью таких "перестановок" создаются все возможные конфигурации, для которых будет проверяться условие. Подсчитаем сложность этого алгоритма.

Первое условие, закон БСКО ранга (2,2), записывается для каждой тройки объектов, следовательно полное число уравнений определяется числом сочетаний

$$C_N^3 = \frac{N!}{3!(N-3)!}. \quad (3.1)$$

Поскольку решение задачи необходимо осуществить за конечное время, нужно указать ограничение на спектр энергий излучения, который для атома водорода задаётся формулой Ридберга:

$$\frac{1}{\lambda_{s,n}} = Ry \left(\frac{1}{s^2} + \frac{1}{n^2} \right), \quad (3.2)$$

где s - номер серии, а Ry – постоянная Ридберга. Предлагается задать ограничения на максимальный номер серии s_{max} и на порог различия энергий между соседними уровнями t_λ . Такая аппроксимация позволяет с заданной точностью учесть основные серии излучения. Число уровней, которое будет получено с такими ограничениями, обозначим за L . Тогда число фаз (от 0 до 2π), которые необходимо задать для каждого объекта и каждого акта излучения, будет определяться произведением $N \times L$, а число "перестановок" энергий излучения для каждой тройки – L^3 .

Кроме того, следует задать максимальную разность фазовых сдвигов Δn_{max} , которая в идеале должна быть больше чем отношение максимальной и минимальной длин волн в спектре. Число "перестановок" фазовых сдвигов для каждой тройки объектов в таком случае $(\Delta n_{max})^3$.

В итоге сложность алгоритма brute force декомпактификации в рассматриваемой задаче оценивается как $O(L^3 \times \Delta n_{max}^3 \times C_N^3)$. Сразу отметим, что поскольку конфигурации являются независимыми, то первые два цикла в алгоритме 1 не обязаны выполняться последовательно. Это означает, что алгоритм может быть эффективно распараллелен с получением в итоге сложности $O(C_N^3)$ на один поток.

Прежде чем переходить к результатам вычислений, попытаемся представить себе то, как этот результат должен выглядеть. Для этого посчитаем сумму f_{12} для пары объектов, расстояние между которыми r_0 зададим заранее.

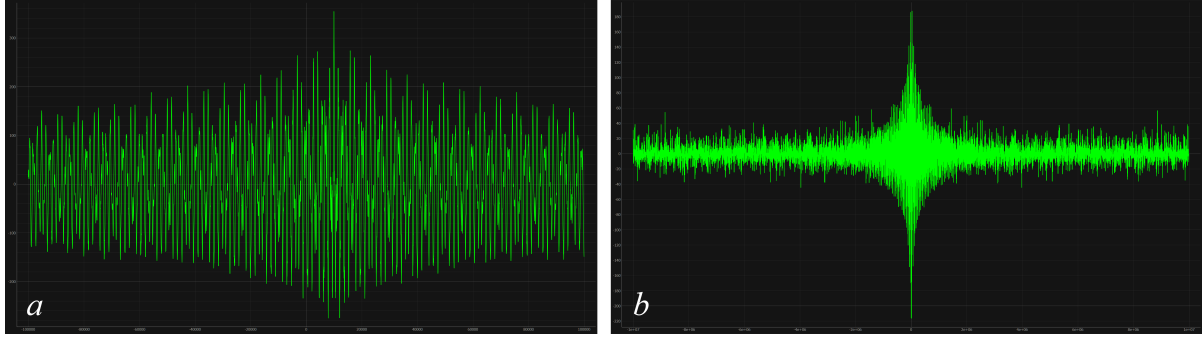


Рис. 1. Суммарная функция f_{12} для двух атомов водорода на расстоянии $r_0 = 10$ мкм при $s_{max} = 4$ (серия Брэккета) и $t_\lambda = 0.01$ нм. Максимальное значение по горизонтальной оси: 100 мкм – (а), 10 мм – (б).

Вид этой функции показан на рисунке 1 при разных масштабах оси расстояний. Функция представляет собой уединённый всплеск, центр которого смещён относительно нуля на расстояние r_0 . Поэтому в конечном результате мы будем ожидать суперпозицию таких всплесков с разными смещениями и разными амплитудами, которая будет давать максимумы в точках наиболее вероятного расстояния для каждой пары частиц.

Программа для вычисления и визуализации суммарных функций, реализующая алгоритм 1, была написана на языках Python и Fortran. С учётом того, что используемый алгоритм пока не был оптимизирован для запуска на параллельных вычислительных системах, результат был получен для случая малого числа частиц ($N = 4$). Однако, удалось учесть 363 энергии в спектре атома водорода вплоть до серии Брэккета. Увеличение максимальной разности фазовых сдвигов Δn_{max} не давало качественных различий, поэтому для оптимизации времени вычисления оно было оставлено при значении 5. Фазы от 0 до 2π были выбраны случайным образом для каждой частицы и каждой энергии спектра и распределены равномерно в данном интервале. Результат показан на рисунке 2.

Максимальное значение по горизонтальной оси выбрано соответствующим максимальной длине волны в спектре, которая при заданных ограничениях составила 4052 нм. Полученные суммарные функции действительно похожи на ожидаемый результат для спектра атома, они содержат как глобальные максимумы, так и минимумы, то есть указывают макросостояния с наиболее и наименее вероятными расстояниями между парами частиц. Следует также указать на то, что глобальные максимумы, близкие к нулю, всё же не расположены строго в нуле, а отстоят от него на 20-30 нм. Тот же результат, но с увеличением пределов в 100 раз ($\gg \lambda_{max} \times \Delta n_{max}$) показан на рисунке 3.

При увеличении пределов оси до 100 максимальных длин волн, становятся заметны вторичные максимумы (и минимумы), которые по своей амплитуде сопоставимы с глобальными. Они отстоят друг от друга на сотни микрометров и не являются периодическими. Их расположение определяется фазами (от 0 до 2π) и видом спектра.

Следует предположить, что при дальнейшем увеличении пределов оси такие максимумы так-

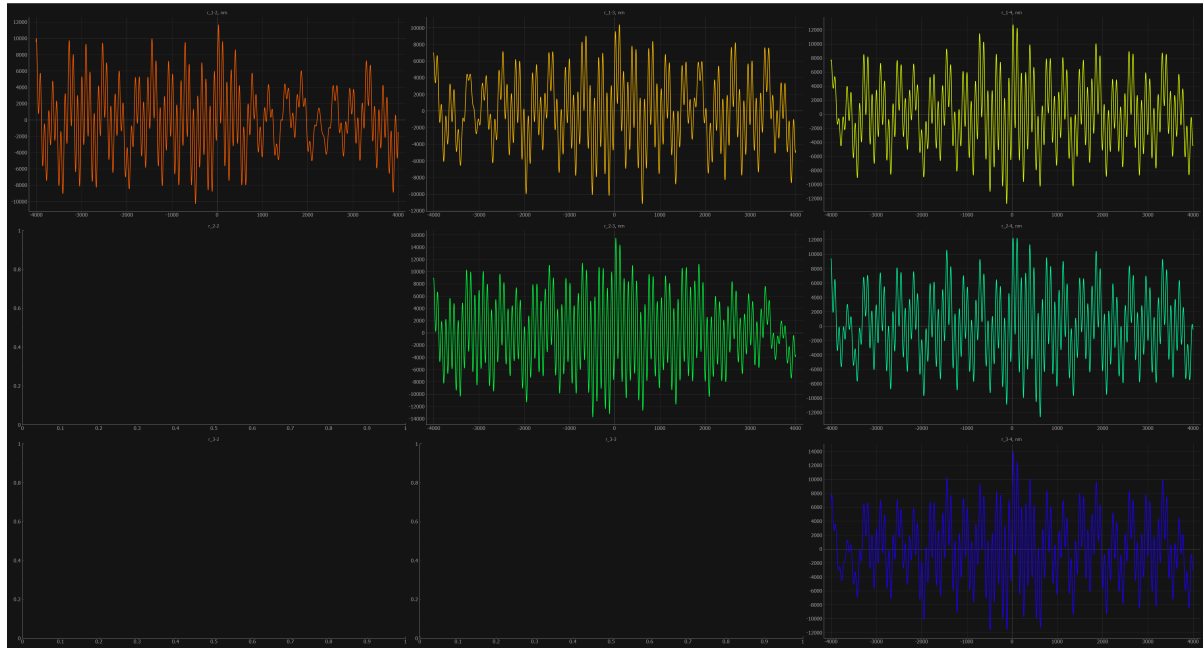


Рис. 2. Суммарные функции f_{ij} для системы из $N = 4$ атомов водорода при $s_{max} = 4$ (серия Брэккета) и $t_\lambda = 0.01$ нм. Значения на горизонтальной оси указаны в нм.

же будут появляться, поэтому однозначно определить конфигурацию малого числа частиц невозможно. Однако уже сейчас по полученным максимумам можно получить различные варианты реализации классических расстояний. Полная локализация может быть достигнута только в случае большого числа частиц.

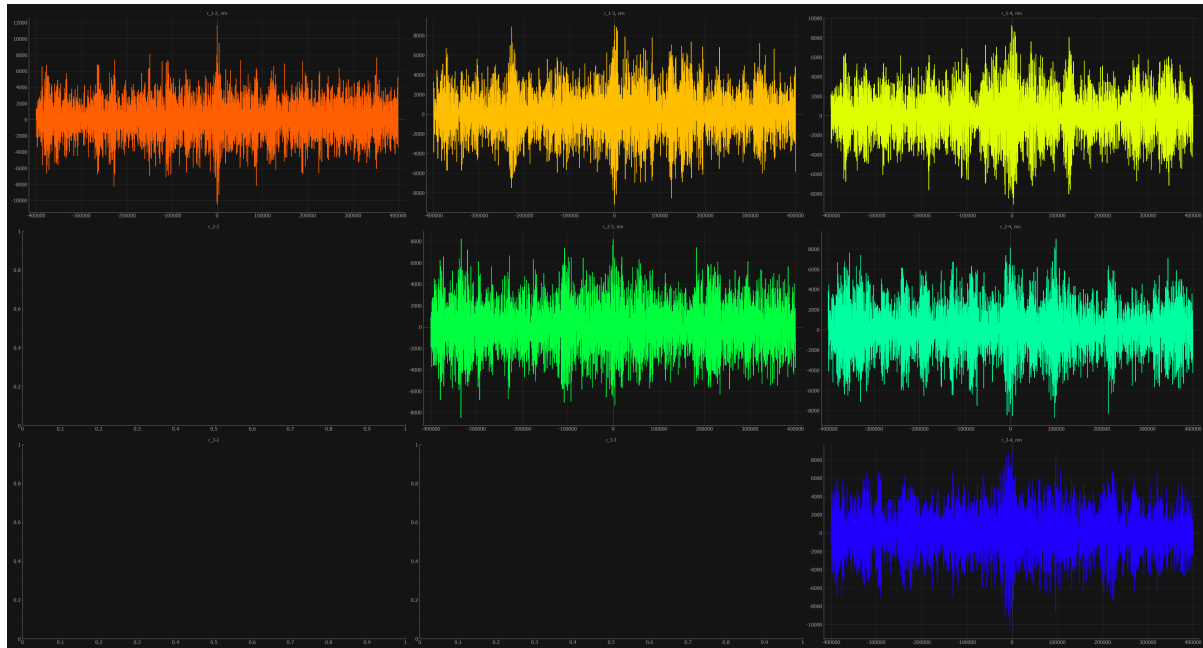


Рис. 3. Суммарные функции f_{ij} для системы из $N = 4$ атомов водорода при $s_{max} = 4$ (серия Брэккета) и $t_\lambda = 0.01$ нм. Значения на горизонтальной оси указаны в нм, пределы увеличены в 100 раз.

Заключение

При исследовании задачи вывода классических пространственно-временных представлений из более фундаментальных закономерностей микромира в рамках реляционного подхода, несомненно, остаётся ряд вопросов. Одним из самых существенных является вопрос о более тесной связи получаемых понятий длины, размерности и сигнатуры. В формализме теории систем отношений размерность и сигнатура выводятся напрямую из свойств спиноров, в то время как для вывода классических расстояний приходится привлекать процедуру декомпактификации, апеллирующую к обратному принципу суперпозиции электромагнитного излучения. Получается, что результат определения классического расстояния зависит от свойств рассматриваемой системы (количества излучателей и поглотителей и вида их спектров), в то время как размерность и сигнатура от данных свойств не зависят.

Это важное обстоятельство побуждает по-новому взглянуть на результаты, полученные при исследовании космологических эффектов в рамках реляционного подхода. Так в работах [7] [8] была дана реляционная интерпретация космологического красного смещения. Было показано, что плотности энергии испущенного, но не поглощённого излучения и энергии наблюдаемого расширения Вселенной в области линейности закона Хаббла совпадают. Нелинейная часть закона Хаббла связывалась с проявлением неархимедовости расстояний на больших масштабах. Оба этих фактора находились в согласии с наблюдательными данными, но не было достаточно чёткого реляционного обоснования использования формализма неархимедовых расстояний и механизма объединения двух названных факторов. К настоящему моменту с возможностью практического решения задачи декомпактификации классических расстояний наметилась и возможность решения этого фундаментального вопроса. Исследования в этом направлении обязательно будут проведены в ближайшем будущем.

За рамки настоящей работы также выходят и некоторые вопросы практического характера. Прежде всего следует оптимизировать используемый алгоритм декомпактификации для его выполнения на параллельных вычислительных системах. Это позволит получать суммарные функции для систем гораздо большего числа частиц, чем то, для которого было проведено вычисление в данной статье. Также это даст возможность рассмотрения отдельных микросостояний - конфигураций, отвечающих одному и тому же значению энергии. Кроме того, удастся исследовать зависимости результата декомпактификации от распределения фаз по объектам и актам излучения. Имеются и другие задачи.

Главным достижением данной работы следует считать проведённую впервые практическую постановку задачи вывода понятия классических расстояний в реляционном подходе и её решения для простого, но важного случая системы атомов водорода. Изложенная процедура декомпактификации и её программная реализация открывают новую перспективу для изучения влияния фундаментальных закономерностей микромира на классические макроскопические представления.

Список литературы

1. Владимиров Ю.С. *Реляционная концепция Лейбница* — Маха. М.: ЛЕНАНД, 2017. 232 с.
2. Рашевский П.К. *Риманова геометрия и тензорный анализ*. М.: Издательство НАУКА, 1967.
3. Владимиров Ю.С. *Физика дальнего действия: Природа пространства-времени. Кн.1*. М.: Книжный дом ЛИБРОКОМ, 2012. 224 с.
4. Михайличенко Г.Г. *Математические результаты и основы теории физических структур*. Горно-Алтайск: РИО Горно-Алтайского госуниверситета, 2012.
5. Владимиров Ю.С. *Реляционная теория пространства-времени и взаимодействий. Часть 1. (Теория систем отношений)*. М.: изд-во Моск. университета, 1996.
6. Владимиров Ю.С., Терещенко Д.А. Реляционно-статистическое обоснование $O(4)$ -симметрии атома водорода. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*. 2016. № 1 (14). С. 43–53.

7. Vladimirov Yu.S., Molchanov A.B., Relational Justification of the Cosmological Redshift. *Gravitation and Cosmology*, 2015, vol. 21, no. 4, pp. 279–282.
8. Владимиров Ю.С., Молчанов А.Б., Обобщенный закон Хаббла в реляционном подходе. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*. 2017. № 2. С. 24–35.

References

1. Vladimirov Yu.S. *Leibniz — Mach relational conception*. Moscow, LENAND Publ., 2017. 232 p. (in Russ.)
2. Rashevskiy P.K. *Riemannian geometry and tensor analysis*. Moscow, NAUKA Publ., 1967. (in Russ.)
3. Vladimirov Yu.S. *Action at a distance physics: The nature of space-time. Book 1*. Moscow, LIBROCOM Publ., 2017. 224 p. (in Russ.)
4. Mikhailichenko G.G. *Mathematical results and foundations of the physical structures theory*. Gorno-Altai, GASU publishing centre, 2017. (in Russ.)
5. Vladimirov Yu.S. *Relational theory of space-time and interactions. Part 1. (Systems of relations theory)*. Moscow, MOSCOW UNIVERSITY PRESS, 1996. (in Russ.)
6. Vladimirov Yu.S., Tereshchenko D.A. Relational-statistical justification of the hydrogen atom's $O(4)$ -symmetry. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2016, no. 1 (14), pp. 43–53. (in Russ.)
7. Vladimirov Yu.S., Molchanov A.B. Relational Justification of the Cosmological Redshift. *Gravitation and Cosmology*, 2015, vol. 21, no. 4, pp. 279–282.
8. Vladimirov Yu.S., Molchanov A.B. Generalized Hubble's Law in the Relational Approach. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2017, no. 2, pp. 24–35. (in Russ.)

Авторы

Молчанов Алексей Борисович, к.ф.-м.н., м.н.с., кафедра теоретической физики, физический факультет, Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова, Ленинские горы, д. 1, г. Москва, 119234, Россия.
E-mail: alexeybm2009@gmail.com

Пробьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Молчанов А. Б. Процедура декомпактификации расстояний. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*. 2023. № 2. С. 36–46.

Authors

Molchanov Aleksei Borisovich, Ph.D. in physics and mathematics, junior researcher, Department of Theoretical physics, Faculty of physics, Lomonosov Moscow State University, Leninskie Gory, 1, Moscow, 119234, Russia.
E-mail: alexeybm2009@gmail.com

Please cite this article in English as:

Molchanov A. B. Procedure of distances decompactification in the relational approach. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2023, no. 2, pp. 36–46.