УДК 531.9, 514.82

СФЕРИЧЕСКИ СИММЕТРИЧНОЕ РЕШЕНИЕ ПУАНКАРЕ КАЛИБРОВОЧНОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ ПРИ НАЛИЧИИ ТЕМНОЙ ЭНЕРГИИ

Бабурова О. В.[a,1], Фролов Б. Н.[b,2]

[a] Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ), г. Москва, 119992, Россия.
[b] Московский педагогический государственный университет (МПГУ), ул. М. Пироговская, 29, г. Москва, 119992, Россия.

На основе обобщения общей теории относительности (ОТО) на пуанкаре калибровочную теорию гравитации (ПКТ) и осуществленной Э.В. Глинером модификации космологической постоянной ОТО найдено сферически симметричное решение ПКТ при наличии темной энергии с крайне минимальным самодействием. Найденное решение конформно известной метрике Илмаза–Розена, которая близка к метрике Шварцшильда, но не имеет сингулярности на гравитационном радиусе, что приводит к отсутствию черных дыр и замене их на квази-черные дыры.

Ключевые слова: Пуанкаре калибровочная теория гравитации; темная энергия; решение конформное метрике Илмаза–Розена.

SPHERICALLY SYMMETRIC POINCAR'E SOLUTION OF GAUGE GRAVITY THEORY IN THE PRESENCE OF DARK ENERGY

Babourova O. B.[a,1], Frolov B. N.[b,2]

[a] Moscow Automobile and Road Construction State Technical University (MADI), Moscow, 125319, Russia.
[b] Moscow Pedagogical State University (MPSU), Moscow 119435, Russia.

Based on the generalization of the general theory of relativity (GTR) on the Poincaré gauge theory of gravity (GT) and the modification of the cosmological constant of GTR carried out by E.V. Gliner, a spherically symmetric solution of GT in the presence of dark energy with an extremely minimal self-action was found. The solution found is conformal to the well-known Yilmaz-Rosen metric, which is close to the Schwarzil'd metric, but has no singularity at the gravitational radius, which leads to the absence of black holes and their replacement with quasi-black holes.

Keywords: Poincar'e gauge theory of gravity; dark energy; solution conformal to the Yilmaz–Rosen metric.

PACS: 04.50.Kd, 04.50-h
DOI: 10.17238/issn2226-8812.2025.1.30-36

Введение

Пуанкаре калибровочная теория гравитации [1–3] (ПКТ) является с нашей точки зрения следующим этапом после общей теории относительности (ОТО) А. Эйнштейна в развитии современной теории гравитации.

[1]E-mail: ovbaburova@madi.ru
[2]E-mail: bn.frolov@mpgu.su

В настоящее время общепринято, что теории основных фундаментальных физических полей удовлетворяют калибровочному принципу. На примере теории Янга–Миллса, имеющей геометрическую интерпретацию, основанную на теории расслоенных пространств, видим, что калибровочное свойство теории проявляется в том свойстве, что потенциалы физических полей Янга–Миллса при геометрической интерпретации находятся в соответствии со связностью расслоения.

В связи с этим ОТО с нашей точки зрения не является истинной калибровочной теорией, поскольку в ОТО потенциалы гравитационного поля являются компонентами метрического тензора пространства-времени, а не связностями, тогда как в ПКТ потенциалы гравитационного поля являются аффинными связностями, поскольку группа Пуанкаре не простая группа, как в случае Янга–Миллса, а минимальная подгруппа аффинной группы.

Аффинная связность $\Gamma_{(a)}$ в аффинном расслоенном пространстве разлагается согласно известной теореме [4],

$$\Gamma_{(a)} = \begin{pmatrix} \theta \\ \Gamma \end{pmatrix}, \tag{1}$$

где Γ – линейная связность, а θ – 1-форма припайки, которая "припаивает"касательное пространство к точке базы. Форму θ можно выразить через тетрады, если аффинная связность – это связность Картана. Таким образом, в ПКТ в качестве потенциалов гравитационного поля присутствуют как линейная связность, так и метрический тензор через тетрады. Также существенно, что ПКТ требует наличия не только кривизны, но и кручения пространства-времени.

В 1965 году Э. Б. Глинер [5–7] предложил рассматривать в уравнениях А. Эйнштейна космологическую постоянную Λ как космическую среду, позже названную *темной энергией*. В нашем подходе мы моделируем эту среду как слабо взаимодействующее скалярное поле β и предполагаем, что константа самодействия l поля β чрезвычайно мала, $l \ll 1$ [8,9].

В данной работе мы рассматриваем сферически симметричный случай ПКТ в присутствии указанного скалярного поля β и получаем метрику, близкую к метрике Шварцшильда, модифицированной β-полем.

1. Лагранжева плотность и уравнения поля

В данной работе лагранжева плотность теории принята в виде,

$$\mathsf{L} = \mathsf{L}_0 + \mathsf{L}_m, \tag{2}$$

$$\mathsf{L}_0 = f_0\beta^2\big[(1/2)\mathsf{R}^a{}_b \wedge \eta_a{}^b + \beta^2\Lambda_0\eta \tag{3}$$

$$+l\beta^{-2}\mathrm{d}\beta \wedge *\mathrm{d}\beta\big]. \tag{4}$$

Здесь * – оператор дуального сопряжения Ходжа. Введена форма объема, $\eta = \theta^0 \wedge \theta^1 \wedge \theta^2 \wedge \theta^3$, а также вспомогательные формы, $\eta_a, \eta_{ab}, \eta_{abc}$, определенные с использованием 4-формы объема η,

$$\eta = \frac{1}{4!}\eta_{abcd}\theta^a \wedge \theta^b \wedge \theta^c \wedge \theta^d = \frac{1}{4}\theta^a \wedge \eta_a, \quad \eta_{abc} = \theta^d\eta_{abcd}, \quad \eta_{ab} = \frac{1}{2}\theta^c \wedge \eta_{abc} = \frac{1}{2!}\theta^c \wedge \theta^d\eta_{abcd}, \tag{5}$$

Для этих вспомогательных форм выполняются следующие правила вычисления,

$$\theta^b \wedge \eta_a = \delta^b_a\eta, \quad \theta^c \wedge \eta_{ab} = -2\delta^c_{[a}\eta_{b]}, \quad \theta^d \wedge \eta_{abc} = 3\delta^d_{[a}\eta_{bc]}, \quad \theta^f\eta_{abcd} = -4\delta^f_{[a}\eta_{bcd]},$$
$$\theta^e \wedge \theta^f \wedge \eta_{abc} = 6\delta^e_{[a}\delta^f_b\eta_{c]}, \quad \theta^c \wedge \theta^d \wedge \eta_{ab} = 2\delta^c_{[a}\delta^d_{b]}\eta. \tag{6}$$

Слагаемое L_m в (2) – это плотность лагранжиана внешних полей. В настоящей статье мы полагаем $\mathsf{L}_m = 0$.

Второе и последнее слагаемые в (3) описывают обобщенную зависящую от координаты r (благодаря полю β) "космологическую постоянную"$\Lambda = \beta^2\Lambda_0$, что представляет собой развитие идей

Э. Б. Глинера [5–7]. Подобная конструкция (только зависящая от времени) была ранее использована авторами [8,9], также для решения известной "проблемы космологической постоянной"[10], а затем недавно в ПКТ [11].

В ПКТ обобщенный тетрадный формализм Палатини используется как вариационный принцип, означающий независимую вариацию относительно линейных связностей и тетрад. В ПКТ при наличии скалярного поля β плотность лагранжиана будет варьироваться относительно независимых переменных: 1-формы связности Г, базисных 1-форм θ^a и скалярного поля β.

В результате реализации вариационной процедуры были получены следующие уравнения поля:

Г–уравнение,

$$(1/2)\mathsf{T}_c \wedge \eta_a{}^{bc} + \mathrm{d}\ln\beta \wedge \eta_a{}^b = 0. \tag{7}$$

θ–уравнение,

$$(1/2)\mathsf{R}^b{}_c \eta_b{}^c{}_a + \beta^2 \Lambda_0 \eta_a - l\big[\mathrm{d}\ln\beta \wedge *(\mathrm{d}\ln\beta \wedge \theta_a) + *(*\mathrm{d}\ln\beta \wedge \theta_a) \wedge *\mathrm{d}\ln\beta\big] = 0. \tag{8}$$

β–уравнение,

$$\mathsf{R}^a{}_b \eta_a{}^b + 4\beta^2 \Lambda_0 \eta - l(2\mathrm{d} * \mathrm{d}\ln\beta + 2\mathrm{d}\ln\beta \wedge *\mathrm{d}\ln\beta) = 0. \tag{9}$$

2. Исследование уравнений поля в сферически симметричном случае

Хорошо известно, что кручение в общем виде состоит из трех независимых частей: следа, псевдоследа и бесследовой части. В сферически симметричном случае остается только след и кручение в этом случае имеет вид,

$$\mathsf{T}^a = \frac{1}{3}\mathsf{T} \wedge \theta^a, \quad T^a{}_{bc} = -\frac{2}{3}\delta^a_{[b} T_{c]}. \tag{10}$$

Можно показать, что в сферически симметричном случае Г-уравнение (7) обращается в тождество при выполнении следующего условия,

$$\mathsf{T} = -3\mathrm{d}\ln\beta. \tag{11}$$

Поэтому в случае сферической симметрии следует решать только θ- и β-уравнения. Для этой цели эти уравнения следует полностью разложить на риманову честь без кручения и на нериманову часть, содержащую кручение. Для θ-уравнения при этом значительная часть ковариантных производных взаимно уничтожается и уравнение сильно упрощается.

В качестве метрики пространства-времени рассмотрим статическую сферически симметричную метрику с двумя неизвестными функциями $\lambda(r)$, $\mu(r)$:

$$ds^2 = e^{\lambda(r)}\Big(e^{-\mu(r)}c^2 dt^2 - e^{\mu(r)}\big(\mathrm{d}r^2 + r^2(\mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta \mathrm{d}\phi^2)\big)\Big), \quad c = 1. \tag{12}$$

Также мы имеем третью неизвестную функцию β.

Решение, наиболее близкое к решению Шварцшильда, получается, если пренебречь в уравнениях значением космологической постоянной Λ, учет которой, ввиду ее крайней малости ($\Lambda = 10^{-56}$ см$^{-2}$), важен при решении квантовых задач.

Подставив в θ- и β-уравнения вычисленные для метрики (12) значения компонент производных и бинома Эйнштейна, получаем несколько уравнений для трех неизвестных функций, с помощью тождественных преобразований которых удается найти частное решение этих уравнений,

$$\mu'' + \frac{2}{r}\mu' = 0, \qquad \lambda + 2ln\beta = 0. \tag{13}$$

В этом случае все компоненты θ-уравнения приобретают одно значение,

$$\frac{1}{4}(\mu')^2 = l((ln\beta)')^2. \tag{14}$$

Для β-уравнения мы получаем выражение,

$$(l+3)\big((ln\beta)''+\frac{2}{r}(ln\beta)'\big)+\frac{1}{4}(\mu')^2-l((ln\beta)')^2=0, \tag{15}$$

которое удовлетворяется найденными выражениями (13), (14).

3. Сферически симметричная метрика

Таким образом, три уравнения (13) и (14) для трех неизвестных функций λ, μ и β решают проблему нахождения метрики (12) и скалярного поля β для случая сферической симметрии. Найденное решение имеет вид,

$$\mu(r)=\frac{r_0}{r},\quad ln\frac{\beta}{\beta_0}=\pm\frac{1}{2\sqrt{l}}\frac{r_0}{r},\quad \beta(r)=\beta_0\exp\Big(\pm\frac{1}{2\sqrt{l}}\frac{r_0}{r}\Big). \tag{16}$$

Здесь r_0 и β_0 представляют собой константы интегрирования. Мы полагаем $\beta_0=1$.

Сферически симметричная метрика (12) имеет вид,

$$\mathrm{d}s^2=e^{-\frac{1}{\sqrt{l}}\frac{r_0}{r}}\,\Big(e^{-\frac{r_0}{r}}c^2\mathrm{d}t^2-e^{\frac{r_0}{r}}\big(\mathrm{d}r^2+r^2(\mathrm{d}\theta^2+\sin^2\theta\mathrm{d}\phi^2)\big)\Big),\quad c=1. \tag{17}$$

Метрика (17) конформна известной метрике Илмаза–Розена [12,13],

$$\begin{aligned}&\mathrm{d}s^2=e^{-\frac{1}{\sqrt{l}}\frac{r_0}{r}}\,\mathrm{d}s^2_{YR},\\&\mathrm{d}s^2_{YR}=e^{\frac{-r_0}{r}}\mathrm{d}t^2-e^{\frac{r_0}{r}}(\mathrm{d}r^2+r^2(\mathrm{d}\theta^2+\sin^2\theta\mathrm{d}\phi^2)).\end{aligned} \tag{18}$$

Если здесь величину r_g выбрать равной гравитационному радиусу центрального тела,

$$r_0=r_g=\frac{2GM}{c^2}, \tag{19}$$

то при больших r_g метрика Илмаза–Розена будет совпадать с метрикой Шварцшильда не только в ньютоновском, но и в постньютоновском (ППН) приближениях. Поэтому метрика Илмаза–Розена (18) очень близка к решению Шварцшильда, и эта метрика даст те же экспериментальные результаты, что и метрика Шварцшильда.

Для того чтобы это свойство также выполнялось и для полученной метрики (17), необходимо, чтобы константа l в (17) была бы достаточно малой, а знак в (16) был бы выбран отрицательным.

Метрика Илмаза–Розена (18) представляет интерес для исследователей [14–17], так как в ней отсутствует сингулярность на гравитационном радиусе. Поэтому полученное решение (17) также не имеет сингулярности на сфере Шварцшильда и, таким образом, не реализует черные дыры (в стандартном смысле), но при больших значениях r_g, малых размерах центрального сверхплотного тела, а также из-за малости константы связи l возникает огромная величина гравитационного потенциала, препятствующая выходу света, что приводит к появлению квази-черных дыр из-за явления, открытого Джоном Мичеллом еще в 1784 году [18]. В этом случае пространство оказывается доступным вплоть до центрального тела, порождающего эту квази-черную дыру.

Аналогичный эффект имеет место в работе К.А.Бронникова и его коллег [19], посвященной взаимодействию в ОТО метрики со скалярными и электромагнитными полями. Здесь введен термин квази-черных дыр, возникающих из-за наличия скалярного поля.

Заключение

Полученная метрика (17) очень близка к решению Шварцшильда, поскольку метрика Илмаза–Розена (18) удовлетворяет этому свойству.

Однако на галактических расстояниях или даже на больших расстояниях в пределах Солнечной системы PPN-приближение для метрики (17) будет несколько отличаться от PPN-приближения метрики Шварцшильда, что приведет к небольшому различию траекторий движения звезд в галактиках, а также космических аппаратов в Солнечной системе, от найденных с помощью метрики Шварцшильда.

Дополнительная экспонента в решении (17) даст небольшое отличие траекторий планет, а также космических аппаратов в пределах Солнечной системы по сравнению с определенными с помощью метрики Шварцшильда. Такие эффекты наблюдаются, например, см. «пролетная аномалия» [20].

Существование этих явлений носит принципиально важный характер. Ему можно привести аналогию в виде эффекта перигелия Меркурия, существование которого привело (наряду с другими экспериментальными фактами) к пониманию правильности основанной на ОТО теории гравитации по сравнению с теорией гравитации Ньютона. Аналогично, существование указанных выше явлений и их объяснение на основе пуанкаре калибровочной терии гравитации приводит к пониманию того, что ПКТ представляет собой дальнейшее (по сравнению с ОТО) развитие современной теории гравитации.

Список литературы

1. Kibble T.W.B. Lorentz invariance and the gravitational field. *J. Math. Phys.*, 1961. V. 2. 212–221 pp.

2. Фролов Б.Н. Принцип локальной инвариантности и теорема Нетер, *Вестник Моск. Ун-та*, Сер. физ., астрон. 1963. № 6. С. 48–58 .

3. Ivanenko D.D. Tetradic and compensational theory of gravitation. *Comptes rendus de l'Academie bulgare des Sciences*. 1964. V. 17. № 9. 801–804 pp.

4. Кобаяси Ш., Номидзу К. *Основы дифференциальной геометрии*, М.: Наука. Т 1, 1981. 544 с.

5. Глинер Э.Б. Алгебраические свойства тензора энергии-импульса и вакуумно-подобное состяние материи, *ЖЭТФ* 1965, Т. 49. С. 542–548 ; English Transl. *Sov. Phys. JETP*. 1966. V. 22. 378 pp.

6. Глинер Э.Б. Вакуумно-подобное состояние среды и космология Фридмана , *Доклады АН ССС*. 1970. Т. 192. С. 771–774 ; English Transl. *Sov. Phys. Dokl.* 1970. V. 15. 559 pp.

7. Глинер Э.Б. Инфляционная Вселенная и вакуумно-подобное состояние физической среды , *УФН*. 2002. Т. 172. С. 221–228 ; English Transl. *Phys. Uspekhi*. 2002. V. 45. 213—220 pp.

8. Babourova O.V.,Frolov B.N. Dark energy, Dirac's scalar field and the cosmological constant problem. ArXive. 2011. 1112.4449 [gr–qc].

9. Babourova O.V., Frolov B.N., Lipkin K.N. Theory of gravitation with scalar Dirac field in exterior form formalism and the cosmological constant problem. *Gravit. Cosmol.* 2012. V. 18. 225–231 pp.

10. Babourova O.V., Frolov B.N. The Solution of the Cosmological Constant Problem: The Cosmological Constant Exponential Decrease in the Super–Early Universe. *Universe*. 2020. V. 6. 230–238 pp.

11. Babourova O.V.,Frolov B.N. Sharp decrease of the effective cosmological constant in the Poincaré gauge theory of gravity with minimal self-acting scalar feld. *Gravit. Cosmol.* 2024. V. 30. 393–400 pp.

12. Yilmaz H. New approach to general relativity. *Phys. Rev.* 1958. V. 111. 1417-–1426 pp. ArXiv. 9805005 [gr–qc].

13. Rosen N. A bi–metric theory of gravitation. *Gen. Rel. Grav.* 1973. J. 4. 435-–447 pp.

14. Rosen N. A theory of gravitation. *Ann. Phys. (N.Y.)*. 1974. V. 84. 455-–473 pp.

15. Yilmaz H. Physical foundations of the new theory of gravitation. *Ann. Phys. (N.Y.)*. 1976. V. 101. 413-–432 pp.

16. Muench.U., Gronwald F.,Hehl F.W. A small guide to variations in teleparallel gauge theories of gravity and the Kaniel–Itin model. ArXiv. 1998. 9801036 [gr–qc].

17. Kaniel S.,Itin Y. Gravity on a parallelizable manifold. ArXive. 1997. 9707008 [gr–qc].

18. Michell J. *Philosophical Transactions of the Royal Society*. 1784. V. 74. 35–57 pp.

19. Bronnikov K.A., Fabris J.C., Silveira R., Zaslavskii O.B. Dilaton gravity, (quasi-) black holes, and scalar charge. *Gen. Rel. Grav.* 2014. V. 46. № 9. Article 1775. ArXiv. 1312.4891 [gr-qc].

20. Iorio L. Gravitational Anomalies in the Solar System. *Int. J. Mod. Phys. D*. 2015. V. 24. № 6. 1530015 pp (37 p.).

References

1. Kibble T.W.B. Lorentz invariance and the gravitational field // *J. Math. Phys.*, 1961, vol. 2. pp. 212–221.

2. Frolov B.N. Principle of local invariance and Noether theorem. *Vestnik Mosk. Univ., Ser. fiz., astron.*, 1963. no 6, pp. 48–58 (in Russ.)

3. Ivanenko D.D. Tetradic and compensational theory of gravitation. *Comptes rendus de l'Academie bulgare des Sciences*, 1964, vol. 17, no. 9, pp. 801–804.

4. Kobayashi S., Nomizu K. *Foundations of differential geometry.* N.Y.: Interscience Publ., 1963. 544 p.

5. Gliner E.B. Algebraic Properties of the Energy-momentum Tensor and Vacuum-like States of Matter. *ZhTF*, 1965, vol. 49, pp. 542-–548; English Transl. *Sov. Phys. JETP*, 1966, vol. 22, pp. 378.

6. Gliner E.B. Vacuum-like state of medium and Friedmann's cosmology. *Akad. Nauk SSSR Dokl.*, 1970, vol. 192, pp. 771-–774; English Transl. *Sov. Phys. Dokl.*, 1970, vol. 15, pp. 559.

7. Gliner E.B. Inflationary universe and the vacuumlike state of physical medium. *UFN*, 2002, vol. 172. pp. 221-–228; English Transl. *Phys. Uspekhi*, 2002, vol. 45, pp. 213—220.

8. Babourova O.V.,Frolov B.N. Dark energy, Dirac's scalar field and the cosmological constant problem. ArXive, 2011, 1112.4449 [gr–qc].

9. Babourova O.V., Frolov B.N., Lipkin K.N. Theory of gravitation with scalar Dirac field in exterior form formalism and the cosmological constant problem. *Gravit. Cosmol.*, 2012, vol. 18, pp. 225–231.

10. Babourova O.V., Frolov B.N. The Solution of the Cosmological Constant Problem: The Cosmological Constant Exponential Decrease in the Super–Early Universe. *Universe*, 2020, vol. 6, pp. 230–238.

11. Babourova O.V.,Frolov B.N. Sharp decrease of the effective cosmological constant in the Poincaré gauge theory of gravity with minimal self-acting scalar field. *Gravit. Cosmol.*, 2024, vol. 30, pp. 393–400.

12. Yilmaz H. New approach to general relativity. *Phys. Rev.*, 1958, vol. 111, pp. 1417-–1426. ArXiv, 9805005 [gr–qc].

13. Rosen N. A bi–metric theory of gravitation. *Gen. Rel. Grav.*, 1973, J. 4, pp. 435-–447.

14. Rosen N. A theory of gravitation. *Ann. Phys. (N.Y.)*, 1974, vol. 84, pp. 455-–473.

15. Yilmaz H. Physical foundations of the new theory of gravitation. *Ann. Phys. (N.Y.)*, 1976, vol. 101, pp. 413-–432.

16. Muench U., Gronwald F., Hehl F.W. A small guide to variations in teleparallel gauge theories of gravity and the Kaniel–Itin model. ArXiv, 1998, 9801036 [gr–qc].

17. Kaniel S., Itin Y. Gravity on a parallelizable manifold, ArXive, 1997, 9707008 [gr–qc].

18. Michell J. *Philosophical Transactions of the Royal Society*, 1784, vol. 74, pp. 35–57.

19. Bronnikov K.A., Fabris J.C., Silveira R., Zaslavskii O.B. Dilaton gravity, (quasi-) black holes, and scalar charge. *Gen. Rel. Grav.*, 2014, vol. 46, no. 9, Article 1775. ArXiv, 1312.4891 [gr-qc].

20. Iorio L. Gravitational Anomalies in the Solar System. *Int. J. Mod. Phys. D*, 2015. vol. 24, no. 6, pp. 1530015 (37 p.).

Авторы

Бабурова Ольга Валерьевна, к.ф. -м.н., профессор, кафедра "Физика", Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ), Ленинградский проспект, 64, г. Москва, 125319, Россия.
E-mail: ovbaburova@madi.ru

Фролов Борис Николаевич, д.ф. -м.н., профессор, кафедра теоретической физики им. Э.В. Шпольского, Московский педагогический государственный университет (МПГУ), ул. М. Пироговская, 29, г. Москва, 119992, Россия.
E-mail: bn.frolov@mpgu.su

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:
Бабурова О. В., Фролов Б. Н. Сферически симметричное решение пуанкаре калибровочной теории гравитации при наличии темной энергии. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия.* 2025. № 1. С. 30—36.

Authors

Babourova Ol'ga Valerievna, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Department of "Physics", Moscow Automobile and Road Construction State Technical University (MADI), Leningradsky pr. 64, Moscow, 125319, Russia.
E-mail: ovbaburova@madi.ru

Frolov Boris Nikolaevich, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Department of Theoretical Physics, Moscow Pedagogical State University (MPSU), M. Pirogovskaya. 29, Moscow 119435, Russia.
E-mail: bn.frolov@mpgu.su

Please cite this article in English as:
Babourova O. B., Frolov B. N. Spherically symmetric Poincar'e solution of gauge gravity theory in the presence of dark energy. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2025, no. 1, pp. 30–36.