

УДК 524.882, 524.834

© Бронников К. А., Ишкаева В. А., Сушков С. В., 2025

ГЕОДЕЗИЧЕСКОЕ ДВИЖЕНИЕ ФОТОНОВ В ПРОСТРАНСТВЕ–ВРЕМЕНИ ДИНАМИЧЕСКОЙ КРОТОВОЙ НОРЫ^{*}

Бронников К. А.^{a,b,c,1}, Ишкаева В. А.^{d,2}, Сушков С. В.^{d,3}

^a Научно–исследовательский центр прикладной метрологии — Ростест, г. Москва, 119361, Россия.

^b Российский университет дружбы народов, г. Москва, 117198, Россия.

^c Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, г. Москва, 115409, Россия.

^d Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, 420008, Россия.

Необходимость в экзотической материи, нарушающей световое энергетическое условие, является одной из проблем физики кротовых нор, по крайней мере, в случае статических конфигураций в ОТО. Однако некоторые конфигурации динамических кротовых нор не нарушают его. В данной статье мы изучаем движение фотонов в пространстве–времени такой динамической проходимой кротовой норы, заполненной пылью. Мы записываем уравнения геодезических для фотонов и решаем их, рассматривая начальный период эволюции кротовой норы.

Ключевые слова: динамическая кротовая нора; кротовая нора.

GEODESIC MOTION OF PHOTONS IN THE SPACE–TIME OF A DYNAMIC WORMHOLE

Bronnikov K. A.^{a,b,c,1}, Ishkaeva V. A.^{d,2}, Sushkov S. V.^{d,3}

^a Research Center for Applied Metrology — Rostest, Moscow, 119361, Russia.

^b Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University), Moscow, 117198, Russia.

^c National Research Nuclear University “MEPhI”, Moscow, 115409, Russia.

^d Kazan State University, Kazan, 420008, Russia.

The necessity of exotic matter violating the null energy condition is a basic problem of wormhole physics, at least in the case of static configurations in GR. However, some configurations of dynamic wormholes do not violate it. In this article, we study the motion of photons in the space–time of such a dynamic traversable wormhole filled with dust. We write down the geodesic equations for photons and solve them by considering the initial period of wormhole evolution.

Keywords: dynamic wormhole; wormhole.

PACS: 98.80.-k, 04.90.+e

DOI: 10.17238/issn2226-8812.2025.1.60-66

Введение

Кротовая нора — это структура пространства–времени с нетривиальной топологией, которая представляет собой туннель, соединяющий различные пространственные области одной и той

*Работа была поддержана грантом Фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС» № 24-1-1-39-2.

¹E-mail: kb20@yandex.ru

²E-mail: ishkaeva.valeria@mail.ru

³E-mail: sergey_sushkov@mail.ru

же вселенной или различные вселенные. О возможном существовании таких конфигураций, получаемых как решения уравнений Эйнштейна, впервые упоминалось в [1–3]. Большой интерес к этим объектам вызвала статья Морриса и Торна [4] (1988), в которой обсуждались теоретические перспективы использования проходимых кротовых нор для межзвездных путешествий и было показано, что горловина статической кротовой норы, рассматриваемая в рамках ОТО, требует существования так называемой "экзотической" материи, нарушающей световое энергетическое условие (СЭУ). Однако некоторые конфигурации динамических кротовых нор не нарушают его, по крайней мере, в течение конечного интервала времени [5–13]. Наше внимание привлекли работы, посвященные изучению возможных проходимых кротовых нор в ОТО, создаваемых пылевидной материи [14–16], в которых авторами были получены конкретные модели проходимых динамических кротовых нор, не нарушающих СЭУ.

В данной статье мы записываем уравнения геодезических для фотонов, движущихся в пространстве–времени динамической кротовой норы [16] и решаем их, рассматривая начальный период эволюции кротовой норы.

1. Метрика Леметра–Толмана–Бонди

Рассмотрим решение Леметра–Толмана–Бонди [17–19], описывающее динамику сферически симметричного распределения электрически нейтральной пыли. Если мы выберем систему отсчета, сопутствующую частицам пыли, то метрику можно записать в следующем виде [20]:

$$ds^2 = d\tau^2 - e^{2\lambda(R,\tau)} dR^2 - r^2(R, \tau) (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2). \quad (1)$$

Из уравнений Эйнштейна, полагая космологическую постоянную $\Lambda = 0$, можно получить следующие выражения [16]:

$$e^{2\lambda(R,\tau)} = \frac{r'^2(R, \tau)}{1 - h(R)}, \quad (2)$$

$$\dot{r}^2(R, \tau) = \frac{F(R)}{r(R, \tau)} - h(R), \quad (3)$$

где $r' \equiv \partial r / \partial R$, $\dot{r} \equiv \partial r / \partial \tau$, $F(R)$ и $0 < h(R) < 1$ — произвольные функции. Интегрируя уравнение (3), мы получаем

$$\pm[\tau - \tau_0(R)] = \frac{1}{h} \sqrt{Fr - hr^2} + \frac{F}{2h^{3/2}} \arcsin \frac{F - 2hr}{F}. \quad (4)$$

Это решение можно переписать в более удобном виде, введя параметр η [20]:

$$r = \frac{F}{2h} (1 - \cos \eta), \quad \pm[\tau - \tau_0(R)] = \frac{F}{2h^{3/2}} (\eta - \sin \eta). \quad (5)$$

В дальнейшем мы будем решать уравнения геодезических в приближении малых η , т.е. будем рассматривать начало эволюции кротовой норы, и положим $\tau_0(R) = 0$. Тогда уравнения (5) можно переписать следующим образом:

$$\tau \approx \frac{F\eta^3}{12h^{3/2}}, \quad r \approx (3/2)^{2/3} F^{1/3} \tau^{2/3}. \quad (6)$$

2. Уравнения геодезических для фотонов

Уравнения геодезических имеют вид [20]

$$\frac{d^2x^i}{ds^2} + \Gamma_{kl}^i \frac{dx^k}{ds} \frac{dx^l}{ds} = 0, \quad (7)$$

где Γ_{kl}^i — символы Кристоффеля второго рода. Для метрики (1) они записываются следующим образом:

$$\frac{d^2\tau}{ds^2} = -\dot{\lambda}e^{2\lambda} \left(\frac{dR}{ds} \right)^2 - rr' \left[\left(\frac{d\theta}{ds} \right)^2 + \sin^2 \theta \left(\frac{d\phi}{ds} \right)^2 \right], \quad (8)$$

$$\frac{d^2R}{ds^2} = -2\dot{\lambda} \frac{d\tau}{ds} \frac{dR}{ds} - \lambda' \left(\frac{dR}{ds} \right)^2 + rr'e^{-2\lambda} \left[\left(\frac{d\theta}{ds} \right)^2 + \sin^2 \theta \left(\frac{d\phi}{ds} \right)^2 \right], \quad (9)$$

$$\frac{d^2\theta}{ds^2} = -2\frac{\dot{r}}{r} \frac{d\theta}{ds} \frac{d\tau}{ds} - 2\frac{r'}{r} \frac{d\theta}{ds} \frac{dR}{ds} + \sin \theta \cos \theta \left(\frac{d\phi}{ds} \right)^2, \quad (10)$$

$$\frac{d^2\phi}{ds^2} = -2\frac{\dot{r}}{r} \frac{d\phi}{ds} \frac{d\tau}{ds} - 2\frac{r'}{r} \frac{d\phi}{ds} \frac{dR}{ds} - 2 \cot \theta \frac{d\theta}{ds} \frac{d\phi}{ds}. \quad (11)$$

Далее для упрощения решения данных уравнений, постараемся свести их к дифференциальным уравнениям первого порядка. Для этого, во-первых, учтем, что метрика (1) сферически-симметричная. Следовательно, движение плоское. Тогда без потери общности будем рассматривать движение частиц в экваториальной плоскости ($\theta = \pi/2$). Во-вторых, ϕ является циклической координатой. Следовательно, существует интеграл движения $p_\phi = r^2 \frac{d\phi}{ds} = \text{const} = L$ — азимутальный угловой момент частицы. И наконец запишем лагранжиан фотона \mathcal{L} :

$$2\mathcal{L} = \left(\frac{d\tau}{ds} \right)^2 - e^{2\lambda} \left(\frac{dR}{ds} \right)^2 - r^2 \left(\frac{d\phi}{ds} \right)^2 = 0. \quad (12)$$

Производная от лагранжиана по аффинному параметру s на самом деле является комбинацией уравнений (8) и (9), а значит мы можем заменить одно из них на выражение (1). Тогда, с учетом уравнения (2), уравнения геодезических для фотонов, движущихся в экваториальной плоскости, можно переписать следующим образом:

$$\frac{d^2\tau}{ds^2} = -\frac{\dot{r}'}{r'} \left(\frac{d\tau}{ds} \right)^2 + \frac{L^2}{r^2} \left(\frac{\dot{r}'}{r'} - \frac{\dot{r}}{r} \right), \quad (13)$$

$$\frac{dR}{ds} = \pm \sqrt{\frac{1-h}{r'^2} \left[\left(\frac{d\tau}{ds} \right)^2 - \frac{L^2}{r^2} \right]}, \quad (14)$$

$$\frac{d\phi}{ds} = \frac{L}{r^2}. \quad (15)$$

3. Решение уравнений геодезических в приближении малых η

Начнем решение уравнений геодезических с уравнения (13). Заметим, что $\frac{\dot{r}'}{r'} = \frac{\dot{r}}{r} = \frac{2}{3\tau}$. Тогда

$$\frac{d^2\tau}{ds^2} = -\frac{2}{3\tau} \left(\frac{d\tau}{ds} \right)^2. \quad (16)$$

Это уравнение легко интегрируется и мы получаем

$$\tau = \left(\frac{5}{3} C_1 s + C_2 \right)^{3/5}, \quad (17)$$

где C_2 связано со временем появления фотона $C_2 = \tau(0)^{5/3}$, а C_1 связано с первоначальной энергией фотона $C_1 = \tau(0)^{2/3} (d\tau/ds)|_{s=0} = \tau(0)^{2/3} p_\tau(0) = \tau(0)^{2/3} E_0$.

Теперь перейдем к решению уравнения (14). Учитывая уравнение (17) и подставляя разложение r (6), его можно переписать в следующем виде

$$\frac{dR}{ds} = \pm \left| \frac{C_1}{F'} \right| 12^{1/3} F^{2/3} \sqrt{(1-h) \left[1 - \frac{L^2}{C_1^2} \left(\frac{4}{9F} \right)^{2/3} \right]} \tau^{-4/3}. \quad (18)$$

Интегрируя это уравнение, мы получаем

$$\pm \int_{R(0)}^R \frac{|F'| d\tilde{R}}{12^{1/3} F^{2/3} \sqrt{(1-h) \left[1 - \frac{L^2}{C_1^2} \left(\frac{4}{9F} \right)^{2/3} \right]}} = 3 \left(\frac{5}{3} C_1 s + C_2 \right)^{1/5}. \quad (19)$$

Здесь важно отметить, что интеграл в левой части (19) имеет особую точку R_t . Она определяется из равенства нулю второго подкоренного множителя:

$$F(R_t) = \frac{4}{9} \left| \frac{L}{C_1} \right|^3. \quad (20)$$

Точка R_t задает диапазон возможных координат R для фотона с заданными L и C_1 :

$$R \in (-\infty; -|R_t|] \cup [|R_t|; \infty). \quad (21)$$

Также может показаться, что интеграл в (19) имеет еще одну особую точку при $1 - h(R) = 0$. Однако $h(R) = 1$ только на горловине кротовой норы R_{th} , но на горловине $F'(R_{th}) = 0$ [16]. Таким образом мы получаем неопределенность $\frac{0}{0}$, которая в нашей модели, рассмотренной далее, успешно разрешается.

4. Траектории фотонов в пространстве–времени динамической кротовой норы

При выводе и решении уравнений геодезических мы не конкретизировали функции $F(R)$ и $h(R)$. Теперь, следуя статье [16] мы выберем их следующим образом:

$$F = 2b(1+R^2)^k, \quad h = \frac{1}{1+R^2}, \quad (22)$$

где постоянные $b, k > 0$. Тогда функция $r(R, \tau)$ в приближении малых η равна

$$r(R, \tau) \approx (4.5b)^{1/3} (1+R^2)^{k/3} \tau^{2/3}. \quad (23)$$

При таком выборе функций метрика (1) описывает пространство–время динамической кротовой норы, симметричной относительно своей горловины $R = 0$. Диапазон возможных координат R для фотона с заданными L и C_1 ограничен точкой R_t , равной

$$R_t = \pm \sqrt{\left(\frac{2}{9b} \right)^{1/k} \left| \frac{L}{C_1} \right|^{3/k} - 1}. \quad (24)$$

На Рис.1 представлены примеры траекторий фотонов $R(\tau)$ в пространстве–времени динамической кротовой норы с параметрами $b = 1, k = 0.1$. Все фотоны начинают движение в $R_0 = -10, \tau_0 = 0.01$ с энергией $E_0 = 1.2(C_1 \approx 0.0557)$. При таких параметрах ограничение на возможные R имеют только фотоны с $|L| > 0.092$, следовательно они не могут пересечь горловину и остаются в области $R < 0$.

Заключение

В данной работе мы получили уравнения геодезических для фотонов, двигающихся в пространстве–времени динамической кротовой норы, заполненной пылью, решили их и построили траектории фотонов в приближении малого параметра η .

По результатам работы можно сделать следующие выводы:

- некоторые фотоны ограничены в своем движении точкой $R_t: R \in (-\infty; -|R_t|] \cup [|R_t|; \infty)$;
- только фотоны с малыми угловыми моментами L , не имеющие ограничения на R , проходят через горловину кротовой норы.

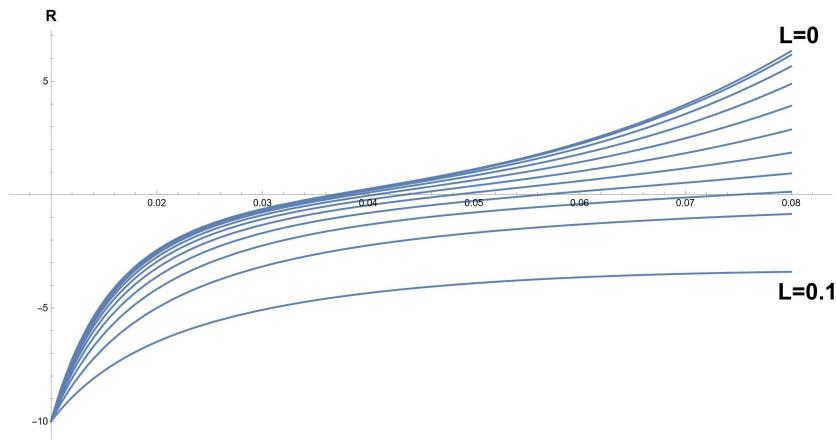


Рис. 1. Траектории $R(\tau)$ фотонов с различными L . Параметры кротовой норы: $b = 1, k = 0.1$. Фотоны стартуют с $R_0 = -10, \tau_0 = 0.01$. Начальная энергия фотонов одинакова и равна $E_0 = 1.2$.

Список литературы

1. Flamm L. Beitrage zur Einsteinschen Gravitationstheorie. *Phys. Z.*, 1916, vol. 17, p. 448.
2. Einstein A., Rosen N. The particle problem in the general theory of relativity. *Phys. Rev.*, 1935, vol. 48, no. 1, p. 73. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.48.73>
3. Wheeler J.A. Geons. *Phys. Rev.*, 1955, vol. 97, pp. 511–536. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.97.511>
4. Morris M.S., Thorne K.S. Wormholes in spacetime and their use for interstellar travel: A tool for teaching general relativity. *Am. J. Phys.*, 1988, vol. 56, no. 5, pp. 395–412. <https://doi.org/10.1119/1.15620>
5. Arellano A.V.B., Lobo F.S.N. Evolving wormhole geometries within nonlinear electrodynamics. *Class. Quant. Grav.*, 2006, vol. 23, pp. 5811–5824. <https://doi.org/10.1088/0264-9381/23/20/004>
6. Bronnikov K.A. Nonlinear electrodynamics, regular black holes and wormholes. *Int. J. Mod. Phys. D*, 2018, vol. 27, no. 6, p. 1841005. <https://doi.org/10.1142/S0218271818410055>
7. Kuhfittig P.K.F. Exactly solvable wormhole and cosmological models with a barotropic equation of state. *Acta Phys. Pol. B*, 2016, vol. 47, no. 5, pp. 1263–1272. <https://doi.org/10.5506/APhysPolB.47.1263>
8. Kar S. Evolving wormholes and the energy conditions. *Phys. Rev. D*, 1994, vol. 49, pp. 862–865. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.49.862>
9. Kim S.W. Cosmological model with a traversable wormhole. *Phys. Rev. D*, 1996, vol. 53, no. 12, pp. 6889–6892. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.53.6889>
10. Roman T.A. Inflating Lorentzian wormholes. *Phys. Rev. D*, 1993, vol. 47, no. 4, pp. 1370–1379. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.47.1370>
11. Sushkov S.V., Kim S.W. Cosmological evolution of a ghost scalar field. *Gen. Rel. Grav.*, 2004, vol. 36, pp. 1671–1678. <https://doi.org/10.1023/B:GERG.0000032159.46106.63>
12. Sushkov S.V., Zhang Y.Z. Scalar wormholes in cosmological setting and their instability. *Phys. Rev. D*, 2008, vol. 77, p. 024042. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.77.024042>
13. Wang A., Letelier P.S. Dynamic wormholes and energy conditions. *Prog. Theor. Phys.*, 1995, vol. 94, pp. 137–142. <https://doi.org/10.1143/PTP.94.137>
14. Kashargin P.E., Sushkov S.V. Collapsing wormholes sustained by dustlike matter. *Universe*, 2020, vol. 6, no. 10, p. 186. <https://doi.org/10.3390/universe6100186>
15. Bronnikov K.A., Kashargin P.E., Sushkov S.V. Magnetized dusty black holes and wormholes. *Universe*, 2021, vol. 7, no. 11, p. 419. <https://doi.org/10.3390/universe7110419>
16. Bronnikov K.A., Kashargin P.E., Sushkov S.V. Possible Wormholes in a Friedmann Universe. *Universe*, 2023, vol. 9, no. 11, p. 465. <https://doi.org/10.3390/universe9110465>
17. Tolman R.C. Effect of inhomogeneity on cosmological models. *Proc. Nat. Acad. Sci.*, 1934, vol. 20, pp. 169–176. <https://doi.org/10.1073/pnas.20.3.169>
18. Lemaître A.G. The expanding universe. *Gen. Rel. Grav.*, 1997, vol. 29, pp. 641–680. <https://doi.org/10.1023/A:1018855621348>

19. Bondi H. Spherically symmetrical models in general relativity. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 1947, vol. 107, pp. 410–425. <https://doi.org/10.1093/mnras/107.5-6.410>
20. Landau L.D., Lifshitz E.M. *The Classical Theory of Fields*. Oxford: Pergamon Press, 1975, Volume 2, 402 p.

References

1. Flamm L. Beitrage zur Einsteinschen Gravitationstheorie. *Phys. Z.*, 1916, vol. 17, p. 448.
2. Einstein A., Rosen N. The particle problem in the general theory of relativity. *Phys. Rev.*, 1935, vol. 48, no. 1, p. 73. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.48.73>
3. Wheeler J.A. Geons. *Phys. Rev.*, 1955, vol. 97, pp. 511—536. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.97.511>
4. Morris M.S., Thorne K.S. Wormholes in spacetime and their use for interstellar travel: A tool for teaching general relativity. *Am. J. Phys.*, 1988, vol. 56, no. 5, pp. 395–412. <https://doi.org/10.1119/1.15620>
5. Arellano A.V.B., Lobo F.S.N. Evolving wormhole geometries within nonlinear electrodynamics. *Class. Quant. Grav.*, 2006, vol. 23, pp. 5811–5824. <https://doi.org/10.1088/0264-9381/23/20/004>
6. Bronnikov K.A. Nonlinear electrodynamics, regular black holes and wormholes. *Int. J. Mod. Phys. D*, 2018, vol. 27, no. 6, p. 1841005. <https://doi.org/10.1142/S0218271818410055>
7. Kuhfittig P.K.F. Exactly solvable wormhole and cosmological models with a barotropic equation of state. *Acta Phys. Pol. B*, 2016, vol. 47, no. 5, pp. 1263–1272. <https://doi.org/10.5506/APhysPolB.47.1263>
8. Kar S. Evolving wormholes and the energy conditions. *Phys. Rev. D*, 1994, vol. 49, pp. 862–865. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.49.862>
9. Kim S.W. Cosmological model with a traversable wormhole. *Phys. Rev. D*, 1996, vol. 53, no. 12, pp. 6889–6892. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.53.6889>
10. Roman T.A. Inflating Lorentzian wormholes. *Phys. Rev. D*, 1993, vol. 47, no. 4, pp. 1370–1379. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.47.1370>
11. Sushkov S.V., Kim S.W. Cosmological evolution of a ghost scalar field. *Gen. Rel. Grav.*, 2004, vol. 36, pp. 1671–1678. <https://doi.org/10.1023/B:GERG.0000032159.46106.63>
12. Sushkov S.V., Zhang Y.Z. Scalar wormholes in cosmological setting and their instability. *Phys. Rev. D*, 2008, vol. 77, p. 024042. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.77.024042>
13. Wang A., Letelier P.S. Dynamic wormholes and energy conditions. *Prog. Theor. Phys.*, 1995, vol. 94, pp. 137–142. <https://doi.org/10.1143/PTP.94.137>
14. Kashargin P.E., Sushkov S.V. Collapsing wormholes sustained by dustlike matter. *Universe*, 2020, vol. 6, no. 10, p. 186. <https://doi.org/10.3390/universe6100186>
15. Bronnikov K.A., Kashargin P.E., Sushkov S.V. Magnetized dusty black holes and wormholes. *Universe*, 2021, vol. 7, no. 11, p. 419. <https://doi.org/10.3390/universe7110419>
16. Bronnikov K.A., Kashargin P.E., Sushkov S.V. Possible Wormholes in a Friedmann Universe. *Universe*, 2023, vol. 9, no. 11, p. 465. <https://doi.org/10.3390/universe9110465>
17. Tolman R.C. Effect of inhomogeneity on cosmological models. *Proc. Nat. Acad. Sci.*, 1934, vol. 20, pp. 169–176. <https://doi.org/10.1073/pnas.20.3.169>
18. Lemaître A.G. The expanding universe. *Gen. Rel. Grav.*, 1997, vol. 29, pp. 641–680. <https://doi.org/10.1023/A:1018855621348>
19. Bondi H. Spherically symmetrical models in general relativity. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 1947, vol. 107, pp. 410–425. <https://doi.org/10.1093/mnras/107.5-6.410>
20. Landau L.D., Lifshitz E.M. *The Classical Theory of Fields*. Oxford: Pergamon Press, 1975, Volume 2, 402 p.

Авторы

Бронников Кирилл Александрович, д.ф.-м.н., главный научный сотрудник, Научно-исследовательский центр прикладной метрологии — Ростест, ул. Озерная, д. 46, г. Москва, 119361, Россия; профессор, Российский университет дружбы народов, ул. Миклухо-Маклая, д. 6, г. Москва,

117198, Россия; инженер-исследователь, Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Каширское шоссе, д. 31, г. Москва, 115409, Россия.
E-mail: kb20@yandex.ru

Ишкаева Валерия Артуровна, Казанский (Приволжский) федеральный университет, ул. Кремлевская, д. 18, г. Казань, 420008, Россия.
E-mail: ishkaeva.valeria@mail.ru

Сушкин Сергей Владимирович, д-р физ.-мат. наук, доцент, Казанский (Приволжский) федеральный университет, ул. Кремлевская, д. 18, г. Казань, 420008, Россия.
E-mail: sergey_sushkov@mail.ru

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Бронников К. А., Ишкаева В. А., Сушкин С. В. Геодезическое движение фотонов в пространстве–времени динамической кротовой норы. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*. 2025. № 1. С. 60–66.

Authors

Bronnikov Kirill Alexandrovich, Doctor of Physics and Mathematics, Principal researcher, Research Center for Applied Metrology — Rostest, Ozyornaya st., 46, Moscow, 119361, Russia; Professor, Peoples’ Friendship University of Russia (RUDN University), Miklukho-Maklaya st., 6, Moscow, 117198, Russia; Research engineer, National Research Nuclear University “MEPhI”, Kashirskoe Shosse, 31, Moscow, 115409, Russia.

E-mail: kb20@yandex.ru

Ishkaeva Valeria Arturovna, Kazan State University, Kremlevskaya str. 18, Kazan, 420008, Russia.
E-mail: ishkaeva.valeria@mail.ru

Sushkov Sergey Vladimirovich, Doctor of Physics and Mathematics, Docent, Kazan State University, Kremlevskaya str. 18, Kazan, 420008, Russia.

E-mail: sergey_sushkov@mail.ru

Please cite this article in English as:

Bronnikov K. A., Ishkaeva V. A., Sushkov S. V. Geodesic motion of photons in the space–time of a dynamic wormhole. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2025, no. 1, pp. 60–66.