УДК 524.882

О ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДАХ ПРИ СТОЛКНОВЕНИЯХ ЧАСТИЦ В ОКРЕСТНОСТИ ЧЕРНЫХ ДЫР

Павлов Ю. В.[a,b,1]

[a] Институт проблем машиноведения РАН, В.О., Большой пр., д. 61, Санкт-Петербург, 199178, Россия.
[b] Институт математики и механики им. Н. И. Лобачевского Казанского (Приволжского) федерального университета, Казань, 420008, Россия.

При столкновениях частиц вблизи горизонта черных дыр возможно достижение температур кварк-глюонной плазмы, соответствующих фазовым переходам физики элементарных частиц. Размеры и время жизни областей новой фазы имеют порядок комптоновских значений длины и времени энергетического масштаба фазового перехода. Показано, что учет соотношений неопределенностей не позволяет наблюдать при восстановлении симметрии проявления эффектов отрицательного квадрата массы скалярного поля на скорость волновых процессов.

Ключевые слова: черная дыра, столкновения частиц, фазовые переходы.

ON PHASE TRANSITIONS DURING PARTICLE COLLISIONS IN THE VICINITY OF BLACK HOLES

Pavlov Yu. V.[a,b,1]

[a] Institute of Problems in Mechanical Engineering of the Russian Academy of Sciences, V.O., Bol'shoi pr., 61, St. Petersburg, 199178, Russia.
[b] N. I. Lobachevsky Institute of Mathematics and Mechanics, Kazan Federal University, Kazan, 420008, Russia.

In particles collisions near the horizon of black holes, it is possible to achieve temperatures of quark-gluon plasma corresponding to phase transitions of elementary particle physics. The sizes and lifetime of the regions of the new phase are of the order of the Compton length and time for the energy scale of the phase transition. It is shown that taking into account the uncertainty relations does not allow observe, when restoring symmetry, the effects of negative square of the mass of the scalar field on the speed of wave processes.

Keywords: black hole, particle collision, phase transition.

PACS: 04.70.Bw, 11.30.Qc
DOI: 10.17238/issn2226-8812.2025.1.120-126

Введение

Исследование столкновений частиц в окрестности вращающихся черных дыр показало [1]– [3], что можно говорить о существовании в природе естественного суперколлайдера с энергиями столкновений, значительно превышающими энергии современных ускорителей частиц. Возникновение кварк-глюонной плазмы в таких столкновениях может сопровождаться появлением очень высоких температур. Это ставит вопрос об параметрах столкновений для реализации температур фазовых

[1] E-mail: yuri.pavlov@mail.ru

переходов физики элементарных частиц [4]. В стандартной модели элементарных частиц известны фазовые переходы между адронами и кварк-глюонной плазмой, при температурах порядка 10^{12} К, и электрослабый фазовый переход, при температурах порядка 10^{15} К и энергиях порядка $E_W \sim 100$ ГэВ. Размеры областей новой фазы, которая может возникнуть при столкновении элементарных частиц в окрестности черных дыр, по порядку величины, как было показано в [5], соответствуют комптоновской длине волны для соответствующей энергии. Продолжительность существования новой фазы также по порядку величины соответствует комптоновскому времени соответствующего энергетического масштаба. Несмотря на малое время и микроскопические объемы, существование новой фазы при столкновениях в окрестности горизонта черной дыры имеет принципиальное значение. В данной статье показано, что областей макроскопического размера с электрослабым фазовым переходом не может возникнуть и при столкновениях макроскопических тел в окрестности сверхмассивных черных дыр. Рассмотрен вопрос о скорости волновых процессов и возможном проявлении отрицательного значения квадрата массы скалярного поля в случае восстановления симметрии электрослабого взаимодействия.

1. Энергия столкновения частиц, движущихся в окрестности вращающихся черных дыр

Метрика Керра вращающейся черной дыры в координатах Бойера–Линдквиста [6] имеет вид:

$$ds^2 = \frac{\rho^2 \Delta}{\Sigma^2}\, c^2 dt^2 - \frac{\sin^2\theta}{\rho^2}\Sigma^2\,(d\varphi - \omega dt)^2 - \frac{\rho^2}{\Delta}\, dr^2 - \rho^2 d\theta^2, \tag{1}$$

где

$$\rho^2 = r^2 + \frac{a^2}{c^2}\cos^2\theta, \qquad \Delta = r^2 - \frac{2GMr}{c^2} + \frac{a^2}{c^2}, \tag{2}$$

$$\Sigma^2 = \left(r^2 + \frac{a^2}{c^2}\right)^2 - \frac{a^2}{c^2}\sin^2\theta\,\Delta, \qquad \omega = \frac{2GMra}{\Sigma^2 c^2}, \tag{3}$$

M — масса черной дыры, aM — ее момент импульса, c — скорость света. Полагаем, что $0 \le a \le GM/c$, где G — гравитационная постоянная. Случай $a = GM/c$ соответствует экстремально вращающейся черной дыре. Горизонт событий керровской черной дыры определяется значением радиальной координаты

$$r = r_H \equiv \frac{G}{c^2}\left(M + \sqrt{M^2 - \left(\frac{ac}{G}\right)^2}\right). \tag{4}$$

Энергия в системе центра масс двух частиц с массами m_1 и m_2 может быть найдена возведением в квадрат формулы

$$(E_{\text{c.m.}}/c, 0, 0, 0) = p^i_{(1)} + p^i_{(2)}, \tag{5}$$

где $p^i_{(n)}$ — 4-импульсы частиц ($n = 1, 2$). Учтя $p^i_{(n)} p_{(n)i} = m_n^2$, получим

$$E^2_{\text{c.m.}}/c^2 = m_1^2 c^2 + m_2^2 c^2 + 2 p^i_{(1)} p_{(2)i}. \tag{6}$$

Значение энергии в системе центра частиц может быть выражено через относительную скорость частиц v_{rel} в точке столкновения

$$E^2_{\text{c.m.}}/c^4 = m_1^2 + m_2^2 + \frac{2 m_1 m_2}{\sqrt{1 - v^2_{\text{rel}}/c^2}}. \tag{7}$$

Если $E_{\text{c.m.}}$ возрастает неограниченно, то это значит, что относительная скорость при столкновении стремится к скорости света $v_{\text{rel}} \to c$.

Для свободно падающих в экваториальной плоскости черной дыры частиц с энергиями E_1 и E_2 и проекциями моментов импульса на ось вращения черной дыры L_1 и L_2, сталкивающихся в точке с радиальной координатой r, из уравнений геодезических получим

$$p^i_{(1)} p_{(2)i} = \frac{1}{x \Delta_x c^2} \Big\{ E_1 E_2 \left[x^3 + A^2 (x+2) \right] - 2A \left(j_1 E_2 + j_2 E_1 \right) + j_1 j_2 (2-x) - \\ - \sqrt{2 E_1^2 x^2 + 2 (j_1 - E_1 A)^2 - j_1^2 x + (E_1^2 - m_1^2 c^4) x \Delta_x} \times \\ \times \sqrt{2 E_2^2 x^2 + 2 (j_2 - E_2 A)^2 - j_2^2 x + (E_2^2 - m_2^2 c^4) x \Delta_x} \Big\}, \tag{8}$$

где

$$x = \frac{r c^2}{GM}, \quad A = \frac{ac}{GM}, \quad \Delta_x = x^2 - 2x + A^2, \quad j_n = \frac{L_n c^3}{GM}. \tag{9}$$

Для заданных значений энергий и моментов импульса частиц предел выражения для энергии столкновения в системе центра масс, когда радиальная координата точки столкновения стремится к горизонту событий, равен

$$E^2_{\text{c.m.}} (r \to r_H) = \frac{(j_{1H} j_2 - j_{2H} j_1)^2}{4 (j_{1H} - j_1)(j_{2H} - j_2)} + m_1^2 c^4 \left[1 + \frac{j_{2H} - j_2}{j_{1H} - j_1} \right] + m_2^2 c^4 \left[1 + \frac{j_{1H} - j_1}{j_{2H} - j_2} \right], \tag{10}$$

где

$$j_{nH} = \frac{2 E_n r_H c}{a}. \tag{11}$$

При $a > 0$ значение проекции момента импульса L у частицы вблизи горизонта событий не может превышать $2 E_n r_H / Ac$. Величина j_{nH} соответствует предельно допустимому у горизонта значению j_n частицы с данной энергией E_n.

Как видно из формулы (10), значение энергии в системе центра масс при столкновении двух частиц на горизонте событий черной дыры могло бы быть неограниченно большим, если бы одна из частиц имела проекцию момента импульса, равную предельному значению на горизонте. Это впервые было указано в работе [1]. Однако частица, падающая из удаленного от черной дыры расстояния с таким значением проекции момента импульса, может достигнуть горизонта событий только в случае экстремально вращающейся черной дыры $A = 1$. В остальных случаях ($A < 1$) до горизонта могут долететь лишь частицы с меньшими значениями момента импульса и энергия столкновения двух частиц у горизонта будет ограничена. Однако, как было показано в работах [2], [3], если частица, падающая в черную дыру, за счет взаимодействия с аккреционным диском или с другими частицами увеличит значение проекции момента импульса, то энергия ее столкновения с другой падающей частицей вблизи горизонта может быть снова неограниченно велика.

При столкновении со сверхвысокой энергией может произойти множественное рождение частиц и образоваться состояние, характеризуемое эффективной температурой. Оценки для температуры, возникающей при столкновении двух частиц массой m с энергией в системе центра масс $E_{\text{c.m.}}$, сделаны в работе [4] по формуле $T = (E_{\text{c.m.}} - 2mc^2)/k_B$, где k_B — постоянная Больцмана. Значения радиальной координаты, где возможно достижение температур, соответствующих температурам кварк-глюонного и электрослабого фазовых переходов, в случае экстремально вращающихся черных дыр определяются формулой

$$r - r_H \approx 2 r_H \left(\frac{mc^2}{k_B T} \right)^2. \tag{12}$$

При реализации механизма многократных столкновений температуры фазовых переходов достижимы и при падении на неэкстремальные ($A < 1$) черные дыры. Однако, это возможно только для столкновений элементарных частиц, поскольку любые макроскопические тела при ультрарелятивистских столкновениях должны разрушаться.

2. Оценки размера и времени существования области фазового перехода

Оценим размер области новой фазы, считая, что вся энергия столкновения переходит в энергию равновесного ультрарелятивистского газа элементарных частиц новой фазы. Таким образом, это будет верхняя оценка на размер области. Плотность энергии газа ультрарелятивистских частиц может быть вычислена по формуле [7]

$$\varepsilon = g_{\text{eff}} \frac{2\sigma}{c} T^4, \tag{13}$$

где σ — постоянная Стефана-Больцмана

$$\sigma = \frac{\pi^2 k_B^4}{60\hbar^3 c^2} \approx 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}, \tag{14}$$

$\hbar$ — постоянная Планка, g_{eff} определяется числом эффективных безмассовых степеней свободы частиц стандартной модели физики элементарных частиц. Для температур, выше электрослабого фазового перехода, с учетом фотона, $W^{\pm}$, Z^0-бозонов, 8 глюонов, 3 поколений кварков и лептонов и бозона Хиггса [7], $g_{\text{eff}} = 106.75$.

Размер области новой фазы оценим, предполагая ее шаром радиуса R_0. Тогда

$$\frac{4}{3}\pi R_0^3 \varepsilon = E_{\text{c.m.}} \quad \Leftrightarrow \quad R_0 = \frac{3\hbar c}{\pi k_B T} \sqrt[3]{\frac{5E_{\text{c.m.}}}{2g_{\text{eff}} k_B T}}. \tag{15}$$

Введя характерный массовый масштаб μ формулой $\mu c^2 = k_B T$ и соответствующую комптоновскую (приведенную) длину волны $l_C = \hbar/\mu c$, выражение для размера области новой фазы запишем в виде

$$R_0 = \frac{3l_C}{\pi} \sqrt[3]{\frac{5E_{\text{c.m.}}}{2g_{\text{eff}} \mu c^2}}. \tag{16}$$

Предполагая, что энергия столкновения в системе центра масс $E_{\text{c.m.}} \sim g_{\text{eff}} \mu c^2$, приходим к выводу, что размер области новой фазы, по порядку величины, равен комптоновской длине волны энергетического масштаба фазового перехода. Например, для электрослабого фазового перехода область новой фазы, возникающей при столкновении элементарных частиц, составит $l \approx 2 \cdot 10^{-18}$ м.

Макроскопический размер области электрослабого фазового перехода мог бы сформироваться при столкновении с ультрарелятивистской энергией макроскопических частей вещества с ядерной плотностью. Такие плотности имеются у нейтронных звезд. Столкновения двух нейтронных звезд с ультрарелятивистскими скоростями были бы возможны вблизи экстремально вращающихся сверхмассивных черных дыр. При столкновениях, необходимых для электрослабого фазового перехода, энергия столкновения должна была бы на несколько порядков превышать энергию покоя (как отношение массы W-бозонов к массе протона). Поскольку массы нейтронных звезд, по порядку величины, соответствуют массе Солнца, то при таких столкновениях нейтронных звезд они бы оказались под горизонтом событий образовавшейся в результате черной дыры.

Оценку времени жизни образования новой фазы получим, используя формулу для интенсивности теплового излучения [8] с учетом дополнительных степеней свободы g_{eff}

$$J = \frac{g_{\text{eff}}}{2} \sigma T^4. \tag{17}$$

Для сферической области радиуса R из уравнения энергетического баланса для промежутка времени dt

$$d(\varepsilon V) = -JSdt, \tag{18}$$

где V — объем, S — площадь поверхности, получим уравнение

$$\frac{R}{3} d\varepsilon = -\left(Jdt + \varepsilon dR\right). \tag{19}$$

Подставляя (13) и (17) в (19), приходим к уравнению

$$\frac{dT}{T} = -\frac{3}{16} \left(1 + \frac{4}{c} \frac{dR}{dt}\right) \frac{c\, dt}{R}. \tag{20}$$

Предполагая, что скорость изменения радиуса области фазового перехода при тепловом излучении много меньше скорости света, получим следующую зависимость температуры от времени в области с новой фазой

$$T(t) = T(t_0) \exp\left[-\frac{3}{16}\frac{c(t-t_0)}{R_0}\right]. \tag{21}$$

Таким образом, время жизни новой фазы, по порядку величины, равно $\tau \approx R_0/c$. Поскольку, согласно (16), размер области фазового перехода равен комптоновской длине, то время жизни области фазового перехода соответствует комптоновскому времени для соответствующего массового масштаба μ: $\tau_C = \hbar/(\mu c^2)$. Для кварк-глюонного фазового перехода это составляет примерно $\tau \approx 3 \cdot 10^{-24}$ с, для электрослабого фазового перехода время жизни $\tau \approx 7 \cdot 10^{-27}$ с.

3. Скорости волн в области новой фазы

В моделях спонтанного нарушения симметрии часто рассматривается скалярное поле с самодействием вида [9]

$$V(\varphi) = -\left(\frac{\mu c}{\hbar}\right)^2 \frac{\varphi^2}{2} + \frac{\lambda^2}{4}\varphi^4. \tag{22}$$

При нарушении симметрии положение устойчивого равновесия может быть в точках

$$\varphi = \pm\varphi_0, \qquad \varphi_0 = \frac{\mu c}{\hbar\lambda}. \tag{23}$$

При высоких температурах симметрия восстанавливается.

Ограничимся линейными слагаемыми и рассмотрим скалярное поле с уравнением, содержащим отрицательный квадрат массы

$$\left(\partial_i\partial^i - \left(\frac{\mu c}{\hbar}\right)^2\right)\varphi = 0. \tag{24}$$

Будем искать решение в виде плоской волны, распространяющейся в направлении $\mathbf{r}$: $\varphi = \exp(i(\omega t - \mathbf{kr}))$. Тогда

$$\frac{\omega^2}{c^2} = k^2 - \left(\frac{\mu c}{\hbar}\right)^2 \tag{25}$$

и такие решения существуют при $|k| > \mu c/\hbar$. Фазовая скорость этих волн равна

$$v_f = \frac{\omega}{k} = c\sqrt{1 - \left(\frac{\mu c}{k\hbar}\right)^2} \tag{26}$$

и всегда меньше скорости света. Групповая скорость таких волн равна

$$v = \frac{\partial\omega}{\partial k} = c \Bigg/ \sqrt{1 - \left(\frac{\mu c}{k\hbar}\right)^2} \tag{27}$$

и всегда больше скорости света, причем, $v/c \to \infty$, если $k \to (\mu c/\hbar) + 0$.

На примере поля с уравнением (24) рассмотрим вопрос: может ли появление областей фазового перехода физики элементарных частиц, при столкновениях частиц вблизи горизонта черных дыр, привести к проявлениям сверхсветовых скоростей и нарушению причинности в этих областях?

Как было показано в предыдущем разделе, области новой фазы, возникающие при ультрарелятивистских столкновениях, имеют размер порядка комптоновской длины волны и время жизни порядка комптоновского времени соответствующего фазовому переходу энергетического масштаба. Для наблюдения эффектов, связанных с возможным превышением скорости света в образовавшихся областях новой фазы, было бы необходимо проводить измерения с точностью по длине, очевидно, меньшей размера R_0 новой фазы, и за времена, меньшие $\Delta t = R_0/c$. В соответствии с квантово-механическими соотношениями неопределенности

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar/2, \qquad \Delta t \cdot \Delta E \geq \hbar/2, \tag{28}$$

проведение таких измерений потребовало бы значений энергии частиц $E \geq \hbar c/\Delta R_0 \approx \hbar c/l_C = \mu c^2$, т.е. большей, чем энергия столкновения создавшего область новой фазы. Таким образом, эффекты, связанные с превышением скорости света для групповой скорости при фазовом переходе в микроскопических областях образовавшейся новой фазы, не проявляются.

Заключение

Для вращающихся черных дыр температуры кварк-глюонного и электрослабого фазовых переходов могут быть достигнуты при многократных столкновениях элементарных частиц вблизи горизонта событий. В случае экстремально вращающейся черной дыры такие температуры достижимы при резонансе Банадоса-Силка-Веста [1] и в однократных столкновениях. При столкновениях элементарных частиц вблизи горизонта черных дыр размеры области фазового перехода по порядку величины соответствуют комптоновской длине волны соответствующего энергетического масштаба. Время жизни новой фазы также имеет порядок комптоновского времени. Макроскопических областей новой фазы не возникает при столкновениях вблизи неэкстремально вращающихся черных дыр, поскольку макроскопические тела должны были бы разрушиться при многократных столкновениях. Для экстремально быстро вращающихся сверхмассивных черных дыр столкновение в их окрестности с необходимой для электрослабого фазового перехода энергией двух нейтронных звезд привело бы к попаданию области новой фазы под горизонт событий образовавшейся при таком столкновении черной дыры.

В областях новой фазы скалярное поле в механизме спонтанного нарушения симметрии имеет отрицательный квадрат массы. Это приводит в линейном приближении к значению групповой скорости волн, превышающей скорость света. Однако области новой фазы микроскопические, а квантово механические соотношения неопределенностей приводят к не наблюдаемости таких эффектов. Для их проявления потребовались бы энергии частиц, превышающие энергии, создавшие при столкновениях эти области новой фазы.

Список литературы

1. Bañados M., Silk J., West S.M. Kerr black holes as particle accelerators to arbitrarily high energy. *Phys. Rev. Lett.* 2009, vol. 103, no. 11, p. 111102. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.103.111102

2. Grib A.A., Pavlov Yu.V. On the collisions between particles in the vicinity of rotating black holes. *JETP Lett.*, 2010, vol. 92, no. 3, pp. 125–129. https://doi.org/10.1134/S0021364010150014

3. Grib A.A., Pavlov Yu.V. On particle collisions in the gravitational field of the Kerr black hole. *Astropart. Phys.*, 2011, vol. 34, no. 7, pp. 581–586. https://doi.org/10.1016/j.astropartphys.2010.12.005

4. Grib A.A., Pavlov Yu.V. On phase transitions near black holes. *JETP Lett.*, 2022, vol. 116, no. 8, pp. 493–499. https://doi.org/10.1134/S0021364022601907

5. Grib A.A., Pavlov Yu.V. On phase transitions during collisions near the horizon of black holes. *Universe*, 2024, vol. 10, no. 3, p. 131. https://doi.org/10.3390/universe10030131

6. Boyer R.H., Lindquist R.W. Maximal analytic extension of the Kerr metric. *J. Math. Phys.*, 1967, vol. **8**, no. 2, pp. 265–281. http://dx.doi.org/10.1063/1.1705193

7. Kolb, E.W.; Turner, M.S. *The Early Universe*; Addison-Wesley: Redwood City, 1990.

8. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Статистическая физика. Ч.1.* М.: Наука, 1995. 608 с.

9. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. *Квантовые поля.* М.: Наука, 1980. 320 с.

References

1. Bañados M., Silk J., West S.M. Kerr black holes as particle accelerators to arbitrarily high energy. *Phys. Rev. Lett.* 2009, vol. 103, no. 11, p. 111102. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.103.111102

2. Grib A.A., Pavlov Yu.V. On the collisions between particles in the vicinity of rotating black holes. *JETP Lett.*, 2010, vol. 92, no. 3, pp. 125–129. https://doi.org/10.1134/S0021364010150014

3. Grib A.A., Pavlov Yu.V. On particle collisions in the gravitational field of the Kerr black hole. *Astropart. Phys.*, 2011, vol. 34, no. 7, pp. 581–586. https://doi.org/10.1016/j.astropartphys.2010.12.005

4. Grib A.A., Pavlov Yu.V. On phase transitions near black holes. *JETP Lett.*, 2022, vol. 116, no. 8, pp. 493–499. https://doi.org/10.1134/S0021364022601907

5. Grib A.A., Pavlov Yu.V. On phase transitions during collisions near the horizon of black holes. *Universe*, 2024, vol. 10, no. 3, p. 131. https://doi.org/10.3390/universe10030131

6. Boyer R.H., Lindquist R.W. Maximal analytic extension of the Kerr metric. *J. Math. Phys.*, 1967, vol. **8**, no. 2, pp. 265–281. http://dx.doi.org/10.1063/1.1705193

7. Kolb, E.W.; Turner, M.S. The Early Universe. Addison-Wesley: Redwood City, 1990.

8. Landay, L.D., Lifshitz, E.M. *Statistical Physics. Part 1.* Pergamon Press: Oxford, 1980.

9. Bogoliubov N.N., Shirkov D.V. *Quantum Fields.* Reading, Mass.: Benjamin-Cammings, 1983.

Авторы

Павлов Юрий Викторович, д-р. физ.-мат. наук, в. н. с. Института проблем машиноведения РАН, В.О., Большой пр., д. 61, Санкт-Петербург, 199178, Россия.
E-mail: yuri.pavlov@mail.ru

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Павлов Ю. В. О фазовых переходах при столкновениях частиц в окрестности черных дыр. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия.* 2025. № 1. С. 120—126.

Authors

Pavlov Yuri Viktorovich, Doctor of Physics and Mathematics, Leading Researcher, Institute of Problems in Mechanical Engineering of the Russian Academy of Sciences, V.O., Bol'shoi pr., 61, St. Petersburg, 199178, Russia.
E-mail: yuri.pavlov@mail.ru

Please cite this article in English as:

Pavlov Yu. V. On phase transitions during particle collisions in the vicinity of black holes. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2025, no. 1, pp. 120–126.