

УДК 524.8, 52-54

© Eroshenko Yu. N., Stasenko V. D., 2025

**ДВОЙНЫЕ СВЕРХМАССИВНЫЕ ПЕРВИЧНЫЕ ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ**Ерошенко Ю. Н.<sup>a,1</sup>, Стасенко В. Д.<sup>b,c,2</sup><sup>a</sup> Институт ядерных исследований РАН, проспект 60-летия Октября, 7а, 117312 Москва, Россия.<sup>b</sup> Национальный исследовательский ядерный университет, МИФИ, 115409 Москва, Россия.<sup>c</sup> МИРЭА – Российский технологический университет, 119454 Москва, Россия

Исследуется изменение орбиты двойных сверхмассивных первичных черных дыр в общем эволюционирующем гало темной материи. Показано, что пролет слоев темной материи через орбиту пары ведет к ускорению ее сжатия. Этот эффект повышает темп слияний двойных систем и, соответственно, темп всплесков гравитационных волн. Для объяснения данных Nanograv процессом слияниями двойных первичных черных дыр необходимо предполагать, что в ранние эпохи существовал детерминированный механизм формирования таких пар, т.к. число случайно оказавшихся рядом черных дыр для этого недостаточно. Тем не менее, нельзя исключать наличие подобного детерминированного механизма, например, в модели с коллапсами доменных стенок (модель Рубина–Сахарова–Хлопова). Также мы обсуждаем возможный процесс ускоренного слияния черных дыр в парах в модели с самовзаимодействием частиц темной материи.

*Ключевые слова:* первичные черные дыры, сверхмассивные черные дыры, гравитационные волны, темная материя.

**BINARY SUPERMASSIVE PRIMORDIAL BLACK HOLES**Eroshenko Yu. N.<sup>a,1</sup>, Stasenko V. D.<sup>b,c,2</sup><sup>a</sup> Institute for Nuclear Research of the Russian Academy of Sciences, prospekt 60-letiya Oktyabrya 7a, Moscow 117312, Russia.<sup>b</sup> National Research Nuclear University, MEPHI, 115409 Moscow, Russia.<sup>c</sup> MIREA – Russian Technological University, 119454 Moscow, Russia.

The change in the orbit of binary supermassive primordial black holes in the common evolving halo of dark matter is investigated. It is shown that the passage of dark matter layers through the pair leads to an acceleration of the orbit compression. This effect increases the rate of mergers of the binary systems and, consequently, the rate of gravitational wave bursts. To explain the Nanograv data by the process of mergers of binary primordial black holes, it is necessary to assume that in early epochs there was a deterministic mechanism for the formation of such pairs, since the number of black holes that happened to be nearby is insufficient for this. Nevertheless, the presence of such a deterministic mechanism cannot be ruled out, for example, in the model with collapses of domain walls (the Khlopov–Rubin–Sakharov model). We also discuss the possible process of accelerated merge of black holes in pairs in a model with the self-interaction of dark matter particles.

*Keywords:* primordial black holes, supermassive black holes, gravitational waves, dark matter.

PACS: 04.30.Tv, 97.60.Lf, 95.35.+d

DOI: 10.17238/issn2226-8812.2025.4.50-59

---

<sup>1</sup>E-mail: eroshenko@inr.ac.ru<sup>2</sup>E-mail: stasenkovd@gmail.com

## Введение

Гипотеза о возможности образования в ранней Вселенной первичных черных дыр (ПЧД) была высказана в работе [1] и позже независимо в [2]. ПЧД могут играть важную роль в ряде астрофизических процессов и в космологии. В частности, они могут образовывать гравитационно-связанные двойные системы, и слияния ПЧД в парах могут объяснять некоторую часть гравитационно-волновых событий, регистрируемых детекторами LIGO/Virgo/KAGRA [3]. Если ПЧД составляют только малую часть темной материи (ТМ), то оставшаяся ТМ должна образовывать вокруг пар гало ТМ [4]. В работе [5] было установлено, что поток ТМ из эволюционирующего гало существенно ускоряет процесс слияния ПЧД с массами 30 масс Солнца. Для объяснения данных LIGO/Virgo/KAGRA требуется примерно на порядок меньше ПЧД по сравнению со случаем, когда эволюция гало не учитывается. В данной работе мы рассматриваем сверхмассивные ПЧД и показываем, что аналогичный эффект имеет место и в данном случае – эволюция общего гало ТМ ускоряет слияние пары сверхмассивных ПЧД.

Для расчета потока ТМ через орбиту пары мы рассматриваем последовательный пролет несферических слоев ТМ, составляющих гало вокруг двойной системы ПЧД, после их отщепления от космологического расширения и первого сжатия. Поскольку в каждом слое гало ТМ существуют направления с нулевым угловым моментом [6], слои ТМ принимают уплощенную форму и пролетают через центр гало до тех пор, пока происходит отщепление новых слоев (пока гало не стабилизируется). Влияние ТМ на орбиту пары ПЧД исследуется с помощью формализма Квинлана [7]. В качестве факторов, определяющих несферичность сжатия гало, рассмотрено приливное гравитационное влияние инфляционных возмущений плотности.

В работе [5] рассматривалось также влияние третьей ближайшей ПЧД на эволюцию орбиты двойной системы ПЧД со звездными массами. В данной работе рассматриваются сверхмассивные ПЧД. Как мы покажем далее, если пары сверхмассивных ПЧД образуются случайным образом (как предполагалось в работе [3]), то темп их слияний не достаточен для объяснения сигнала Nupogav. По этой причине мы не рассматриваем механизм случайного формирования пар и влияние третьей ближайшей ПЧД на параметры орбиты пары. Мы предполагаем наличие некоторого детерминированного механизма образования пар сверхмассивных ПЧД. Примером служит модель с фрагментирующимися и коллапсирующими доменными стенками [8], [9]. Мы учитываем приливное влияние инфляционных возмущений плотности на эволюцию общего гало ТМ вокруг пары. В недавней работе [10] также была рассмотрена эволюция двойных сверхмассивных ПЧД. В нашей работе учтены дополнительные процессы, влияющие на эволюцию пар, прежде всего, пролет слоев ТМ через орбиту пары. В исследовании процессов слияния сверхмассивных черных дыр в центрах галактик известна проблема “последнего парсека”, когда слияние на последней стадии замедляется из-за исчерпания газа или звезд, пролетающих вблизи орбиты пары. Рассматриваемые в данной работе эффекты помогают решить эту проблему.

## 1. Формирование двойных сверхмассивных ПЧД

В обычном сценарии [3] формирование пар ПЧД происходит случайным образом, а параметры их орбит определяются гравитационным влиянием третьей ближайшей ПЧД. Обсудим вопрос о том, может ли формирование пар ПЧД происходить неким детерминированным образом с большей вероятностью, чем в сценарии [3]. Такая возможность существует, например, в модели Рубина–Сахарова–Хлопова при формировании скоплений ПЧД. Скопления могут иметь большой разброс по параметрам. В большинстве случаев, в центре скопления находится одна большая ПЧД, а ПЧД меньших масс распределены вокруг нее. С несколько меньшей вероятностью в центре скопления могут находиться две большие ПЧД, а остальные ПЧД могут иметь много меньшие массы. Именно этот второй вариант мы рассматриваем как базисный для нашего рассмотрения формирования двойных сверхмассивных ПЧД. Важно также отметить, что в данном механизме образования ПЧД

нет ограничения по  $\mu$ -искажению спектра реликтового излучения, и для сверхмассивных ПЧД с рассматриваемыми нами массами имеют место только динамические ограничения на массовую долю ПЧД в составе ТМ на уровне  $f \leq 10^{-5}$ .

Также можно предположить возможность формирования пар ПЧД за счет механизма, аналогичному эффекту байсинга в теории формирования галактик, когда концентрация галактик повышена в области крупномасштабного избытка плотности. Подобная модель кластеризации ПЧД была предложена в [11]. К сожалению оказалось, что при формировании ПЧД из обычных адиабатических возмущений эффект байсинга неэффективен [12]. Но он может иметь место для других механизмов формирования ПЧД, в том числе, в случае негауссовых возмущений плотности [13]. Однако этот вопрос требует разработки. В данной работе мы не рассматриваем образование двойных ПЧД, а предполагаем, что существует некий детерминированный механизм формирования их пар.

## 2. Пара ПЧД в эволюционирующем гало ТМ

Рассматриваем модель, в которой ПЧД составляют очень малую долю  $f \ll 1$  от всей ТМ. Основная часть ТМ должна в этом случае образовывать вокруг пары ПЧД массивное гало. Гало начинает эффективно нарастать вокруг пары ПЧД после момента перехода на пылевидную стадию эволюции Вселенной в процессе вторичной аккреции. Рост гало заканчивается, когда на нелинейную стадию выходят окружающие возмущения плотности инфляционного происхождения [4]. Следуя формализму [4], можно оценить, что для ПЧД (или пар ПЧД) с массами  $M_{\text{РВН}} = 2 \times 10^7 M_{\odot}$ ,  $2 \times 10^8 M_{\odot}$  и  $2 \times 10^9 M_{\odot}$  рост гало прекратился, соответственно, на красных смещениях  $z = 1$ , 0.5 и 0.07.

После перехода на пылевидную стадию при  $t > t_{\text{eq}}$  радиальное движение слоев ТМ описывается в параметрическом виде соотношениями

$$r = r_s \cos^2 \theta, \quad \theta + \frac{1}{2} \sin 2\theta = \frac{2}{3} \left( \frac{5\delta_{\text{eq}}}{3} \right)^{3/2} \frac{t - t_s}{t_{\text{eq}}}, \quad (1)$$

где  $t_s$  – момент остановки расширения слоя, а  $r_s$  – радиус слоя в этот момент,

$$\frac{t_s}{t_{\text{eq}}} = \frac{3\pi}{4} \left( \frac{5\delta_{\text{eq}}}{3} \right)^{-3/2}, \quad \frac{r_s}{r_{\text{eq}}} = \frac{3}{5\delta_{\text{eq}}}, \quad (2)$$

возмущение плотности в момент  $t = t_{\text{eq}}$  в пределах сферы, содержащей массу  $M$  ТМ,  $\delta_{\text{eq}} = 2M_{\text{РВН}}/M$ . Рассмотрим слой, имеющий в момент остановки толщину  $\delta r_s$ . В момент  $t_c \simeq 2t_s$  слой формально сжался бы в точку, но при наличии возмущающих сил, он принимает вытянутую форму, которую мы моделируем диском с радиусом  $r_t$  и толщиной  $\delta r_c$ . В распределении приливных сил всегда существует направление с нулевым угловым моментом частиц, вдоль которого слой проходит через центр, см. подробнее в [6]. Плотность диска

$$\rho_c(t) = \rho_s(\tilde{t}) \frac{\delta r_s}{\delta r_c} \left( \frac{r_s(\tilde{t})}{r_t} \right)^2, \quad (3)$$

где  $\tilde{t} \simeq t/2$  поскольку слой начал сжиматься раньше. По этой же причине  $\rho_s(\tilde{t})$  в 4 раза больше, чем в момент  $t$  и в  $(3\pi/8)^2 \approx 1.388$  выше средней плотности ТМ в момент  $\tilde{t}$ . Характерная толщина слоя  $\delta r_c \sim v_c \delta t_c$ , где  $v_c \simeq (2GM/r_s)^{1/2}$ , а  $M$  – масса ТМ внутри сферы радиусом  $r_s$ . Отсюда получаем  $\delta r_c/\delta r_s \simeq v_c(\partial t_c/\partial r_s)$ . Т.к.  $t_s \propto r_s^{9/8}$  и  $t_c \approx 2t_s$ , то  $\partial t_c/\partial r_s = (9/4)t_s/r_s$ . Если  $z \gg 1$ , то с хорошей точностью  $1 + z_c \simeq 2^{2/3}(1 + z_s)$ . Масса ТМ внутри слоя в момент его остановки в  $(3\pi/4)^2 = 5.552$  раз выше средней плотности ТМ. Таким образом, в (3) получаем  $\delta r_c/\delta r_s = 9\pi/8 \approx 3.5$ .

Найдем величину  $r_t$ , обусловленную влиянием на гало ТМ возмущений плотности инфляционного происхождения, создающих гравитационный потенциал  $\phi(r, t)$ . Уравнение движения частицы

ТМ в слое в первом (сферически-симметричном) приближении  $d\vec{v}_{\text{rad}}/dt = -\nabla\phi$  имеет решение (1). Во втором (нерадиальном) приближении [14]

$$\frac{d^2 r_{t,i}}{dt^2} = -T_{ij}(t)r^j, \quad (4)$$

где вклад приливных сил  $T_{ij} = \Phi_{ij} - (1/3)\Phi_{ll}\delta_{ij}$ ,  $\Phi_{ij} = \partial^2\phi/(\partial r^i\partial r^j)$  и  $T_{ij}(t) = T_{ij}(t_{\text{eq}})(t/t_{\text{eq}})^{-4/3}$ . После усреднения [14]  $\langle T_{ij}T_{ji} \rangle = (2/3)(4\pi)^2 G^2 \bar{\rho}^2 \sigma^2(M)$ , где  $\sigma(M)$  – среднеквадратичная величина возмущения, нормированная на наблюдательные данные. Интегрируя (4) дважды, получаем

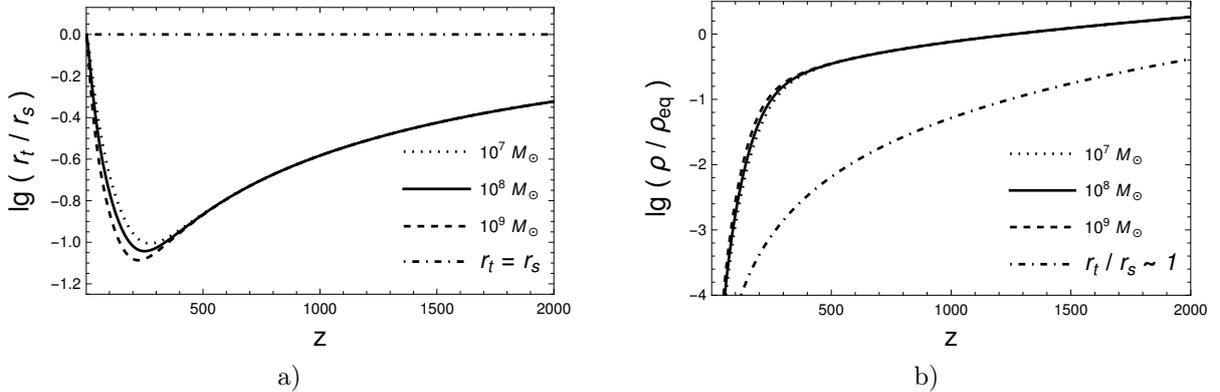
$$r_{t,i} = - \int_{t_{\text{eq}}}^{2t_s} dt' \int_{t_{\text{eq}}}^{t'} dt'' T_{ij}(t'') r^j(t''). \quad (5)$$

Для фиксированной  $M_{\text{РВН}}$  возмущение в момент  $t_{\text{eq}}$  равно  $\delta_{\text{eq}} = (3/5)(3\pi/2)^{2/3}(1+z)(1+z_{\text{eq}})^{-1}$ . ПЧД производит такое возмущение в сфере в масштабе массы  $M = 2M_{\text{РВН}}/\delta_{\text{eq}}$ . Начальный радиус этой сферы  $r_{\text{eq}} = [3M/(4\pi\rho_{\text{eq}})]^{1/3}$ . В итоге имеем

$$r_{t,in} = 2^{9/4} 3^{-1/4} \sigma_{\text{eq}}(M) r_{\text{eq}} \left( \frac{5\delta_{\text{eq}}}{3} \right)^{-2} \varkappa(\delta_{\text{eq}}), \quad (6)$$

где функция  $\varkappa(\delta_{\text{eq}}) \sim 1$  приведена в [5]. Величина  $r_{t,in}/r_s$  показана на Рис. 1.

Рядом с парой ПЧД частица начинает рассеиваться, поэтому характерное минимальное расстояние связано с “радиусом влияния” пары ПЧД  $r_{\text{infl}} \simeq 2GM_{\text{РВН}}/v_c^2 \simeq r_s(z)M_{\text{РВН}}/M(z)$ . Т.к. два фактора действуют независимо, то  $r_t = \min\{r_s, (r_{t,in}^2 + r_{\text{infl}}^2)^{1/2}\}$ . Этот масштаб показан на Рис. 1а. Подставляя  $r_t$  в (3), получаем плотность ТМ, пролетающей через центр гало, эта величина показана на Рис. 1б). Зависимость от массы ПЧД очень слаба. Это объясняется тем, что на заданном красном смещении начинает сжиматься тот слой ТМ, внутри которого средняя плотность равна универсальной величине, получаемой в модели вторичной аккреции, независимо от природы заправки, создавшей возмущение плотности. Зависимость от  $M_{\text{РВН}}$  связана только с величиной  $r_{\text{infl}}$ .



**Рис. 1.** а) Радиус слоя  $r_t$  по отношению к радиусу остановки  $r_s$  на красном смещении  $z$ . Точечная, сплошная и штрихованная кривые соответствуют  $M_{\text{РВН}} = 10^7 M_\odot$ ,  $10^8 M_\odot$  и  $10^9 M_\odot$ . б) Плотность в центре гало ТМ в зависимости от красного смещения для тех же масс ПЧД. Нижняя штрих-пунктирная кривая показывает предельную плотность  $\rho_c(t) = (\pi/2)\bar{\rho}(t)$ .

### 3. Эволюция орбиты

Покажем, что существуют характерные начальные размеры пары ПЧД, при которых их слияние под действием пролета ТМ и излучения гравитационных волн происходит за хаббловское время.

Расчет влияния пролетающей ТМ на эволюцию пары ПЧД мы выполним по методу, разработанному в [7] для случая пролета звезд. Эволюция большой полуоси и эксцентриситета

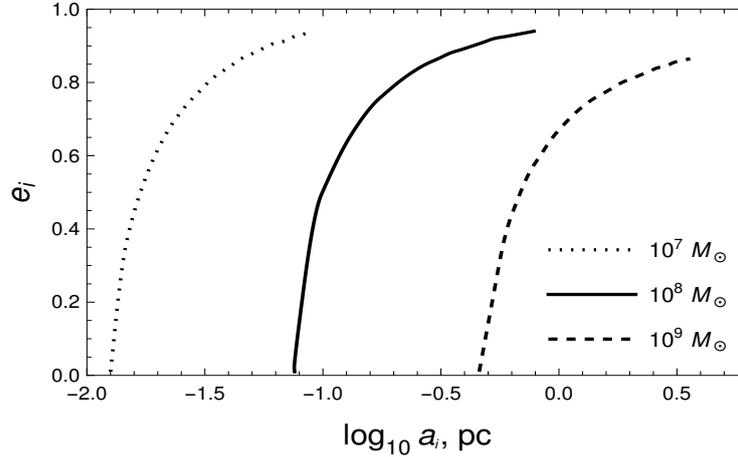
$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{a} \right) = H_1 \frac{G\rho}{v_c}, \quad \frac{de}{d \ln(1/a)} = K_1, \quad (7)$$

где  $H_1 \simeq 20$ , а  $v_c$  была приведена ранее. Величина  $K_1$  содержит множитель  $1 - e^2$  (см. [7]). На сильно вытянутой орбите  $1 - e^2 \ll 1$  (этот случай реализуется для ПЧД), поэтому с хорошей точностью  $e = const$ .

По мере эволюции большой полуоси пара ПЧД достигает стадии, когда начинают преобладать потери энергии орбитального движения на излучение гравитационных волн. Начиная с этого момента, время эволюции до слияния пары составляет

$$t_c = \frac{3c^5}{170G^3 M_{\text{BH}}^3} a^4 (1 - e^2)^{7/2}. \quad (8)$$

Используя данный метод расчета, можно найти время эволюции пары ПЧД для слияния в зависимости от начальных параметров их орбит: от начальной величины большой полуоси и начального эксцентриситета. На Рис. 2 показаны границы области начальных параметров, при которых время эволюции до слияния меньше возраста Вселенной.



**Рис. 2.** Кривые в пространстве начального эксцентриситета и начальной большой полуоси, на которых полное время эволюции пары ПЧД равно современному возрасту Вселенной  $t_0$ . Для точек, находящихся выше этих кривых, слияние пар ПЧД происходит при  $t < t_0$ .

#### 4. Двойные сверхмассивные ПЧД в гало ТМ с самовзаимодействием

В предыдущих разделах рассматривался консервативный сценарий взаимодействия пары ПЧД с пролетающими слоями холодной невзаимодействующей ТМ. Но в случае когда ТМ является самовзаимодействующей, то ситуация меняется. Как и ранее, вокруг двойных ПЧД формируются гало ТМ, причем некоторая малая доля частиц ТМ находится в так называемом конусе потерь, т.е. летит с достаточно малыми прицельными параметрами на двойную систему: перицентр орбиты подчиняется условию  $r_p \lesssim a$ . При рассеянии на паре ПЧД, частицы ТМ “вытягивают” энергию из орбитального движения двойной и покидают конус потерь. Однако в случае самовзаимодействия ТМ конус потерь будет непрерывно заполняться за счет релаксационных процессов при парных рассеяниях частиц ТМ друг с другом. Это соответствует диффузии частиц в фазовом пространстве моментов импульса, характерный временной масштаб которой можно оценить через время релаксации  $t_r = m/\rho v \sigma$ , где  $m$  — масса частицы ТМ,  $v$  — их характерная относительная скорость, а сечение взаимодействия ТМ находится в пределах  $\sigma/m \sim 0.1 - 1 \text{ cm}^2/\text{g}$  (см. например [15, 16]).

Позже мы приведем соответствующую оценку для времени релаксации, чтобы продемонстрировать эффективность этого механизма.

Характерные скорости частиц ТМ  $v \simeq \sqrt{GM/R}$  оцениваются как

$$v \approx 395 \left( \frac{M_{\text{РВН}}}{10^9 M_{\odot}} \right)^{1/3} \left( \frac{1+z}{100} \right)^{1/6} \text{ км с}^{-1}. \quad (9)$$

Из-за взаимодействия с частицами ТМ орбита двойной ПЧД постепенно сжимается в соответствии с уравнением (7). Время необходимое для распада орбиты до значений  $a_{\text{gr}}$  оценивается как

$$t_h \approx \frac{v}{H_1 G \rho a_{\text{gr}}} \approx 1.6 \times 10^9 \left( \frac{M_{\text{РВН}}}{10^9 M_{\odot}} \right)^{-5/12} \left( \frac{1+z}{100} \right)^{-17/6} \left( \frac{t_{\text{mer}}}{t_U} \right)^{-1/4} \text{ лет}. \quad (10)$$

Большая полуось  $a_{\text{gr}}$  была выбрана из формулы (8) так, чтобы время слияния на круговой орбите  $t_{\text{mer}}$  оказалось равным современному возрасту Вселенной  $t_U = 13.8$  млрд. лет. Однако, как было отмечено ранее, только частицы, которые находятся в конусе потерь, способствуют распаду орбиты. Из-за взаимодействия ТМ конус потерь будет непрерывно заполняться, чтобы показать это сравним время распада орбиты  $t_h$  и время релаксации  $t_r$ .

$$\frac{t_h}{t_r} \simeq 94 \left( \frac{M_{\text{РВН}}}{10^9 M_{\odot}} \right)^{-1/12} \left( \frac{1+z}{100} \right)^{1/3} \left( \frac{t_{\text{mer}}}{t_U} \right)^{-1/4} \left( \frac{\sigma/m}{0.1 \text{ см}^2 \text{ г}^{-1}} \right). \quad (11)$$

Таким образом, в процессе распада орбиты частицы, покидающие конус потерь из-за рассеяния на двойной ПЧД, постоянно “замещаются”. Следовательно область фазового пространства, в которой частицы ТМ имеют достаточно малый момент импульса и летят на двойную систему, постоянно заполнена. Поэтому значительная часть ТМ, которая аккумулируются вокруг двойных ПЧД к красным смещениям  $z \sim 100$  продиффундирует в конус потерь и “сожмет” орбиту. При меньших красных смещениях и ПЧД с массой  $M_{\text{РВН}} \sim 10^9 M_{\odot}$  этот процесс оказывается менее эффективным, как видно из соотношения (10).

Оценим теперь эффективность сжатия большой полуоси. Элемент ТМ массой  $dm$  при жестком рассеянии на двойной приобретает от нее энергию  $\Delta E = \eta GM dm/a$ , где  $\eta \sim 1$ . Тогда эволюция большой полуоси подчиняется уравнению

$$GM^2 d \left( \frac{1}{a} \right) = \eta \frac{GM dm}{a}. \quad (12)$$

Интегрируя это уравнение по  $dm$  от 0 до всех частиц ТМ в конусе потерь получим

$$a_f = a_i e^{-\eta M_{\text{ic}}/M}. \quad (13)$$

Для оценки положим, что все аккрецируемое гало к красному смещению  $z = 100$  в конечном итоге проходит через конус потерь, тогда фактор сжатия орбиты при  $\eta = 0.2$  составляет  $a_i/a_f = 3.4 \times 10^{-4}$ . В свою очередь, максимальная большая полуось двойных ПЧД, формирующихся на радиационно-доминированной стадии в формализме [3], будет  $a_{\text{max}} \sim 86$  пк для ПЧД с массой  $M_{\text{РВН}} = 10^9 M_{\odot}$ . Время слияния при выбранных параметрах после сжатия двойной составит  $t_{\text{mer}} \simeq 0.4$  млн. лет для круговых орбит. Не смотря на то, что представленные оценки являются очень грубыми они показывают, что для сверхмассивных ПЧД распад орбиты из-за самовзаимодействия ТМ оказывается весьма эффективным.

## 5. Гравитационно-волновой фон от слияний сверхмассивных ПЧД

Как показано в предыдущих разделах, пары ПЧД могут сливаться за время меньшее возраста Вселенной  $t_U$ . Рассмотрим вопрос о том, может ли излучение гравитационных волн от слияний пар ПЧД объяснить стохастический гравитационно-волновой фон, недавно обнаруженного коллабарациями пульсарного тайминга (NANOGrav и др). Этот вопрос, как будет показано, упирается

в долю пар ПЧД среди всех ПЧД и в ограничения на долю сверхмассивных ПЧД в составе всей ТМ.

Для общности будет предполагать, что ПЧД кластеризованы при формировании выше их случайного распределения. Чтобы описать эту картину будем следовать формализму работы [17]. Введем локальный контраст плотности ПЧД  $\delta_{\text{РВН}} = \rho_{\text{РВН}}/\rho_{\text{DM}}$ . Причем кластеризация подразумевает выполнения условия  $\delta_{\text{РВН}} \geq f$ , нижний предел  $\delta_{\text{РВН}} = f$  соответствует случайному пространственному формированию ПЧД во Вселенной. Зависимость сопутствующего темпа слияний двойных ПЧД от космологического времени дается выражением

$$R \approx 0.026 f \delta_{\text{РВН}}^{16/37} \left( \frac{M_{\text{РВН}}}{10^9 M_{\odot}} \right)^{-32/37} \left( \frac{t}{t_U} \right)^{-34/37} \text{ год}^{-1} \text{ Гпк}^{-3}. \quad (14)$$

Отметим, что здесь мы учитываем только потери орбитальной энергии в двойной системе на гравитационные волны, что, как будет показано, достаточно для нашей цели. Учет эффектов взаимодействия с ТМ приведет к увеличению темпа слияний [5]. Также пренебрегаем эффектами возможного разрушения и возмущения двойных систем из-за кластеризации. Гравитационные волны, излучаемые при слиянии черных дыр, вносят вклад в общий бюджет гравитационно-волнового фона Вселенной, который традиционно параметризуется безразмерной относительной спектральной плотностью [18]

$$\Omega_{\text{gw}} = \frac{1}{\rho_{\text{crit}} c^2} \frac{d\rho_{\text{gw}}}{d \ln \nu} = \frac{1}{\rho_{\text{crit}} c^2} \int_0^{\infty} dz \frac{R(z)}{H(z)(1+z)^2} \frac{dE_{\text{gw}}}{d \ln \nu_s}, \quad (15)$$

где интеграл по красным смещениям подразумевает, что необходимо учесть все события слияния за историю Вселенной,  $\nu_s = (1+z)\nu$  — частота гравитационных волн в системе источника и  $dE_{\text{gw}}/d \ln \nu_s$  — гравитационно-волновая энергия, испускаемая при слиянии двойной черной дыры в логарифмический интервал частоты. Поскольку нас интересует наногерцовый диапазон частот, то для выбранных мас ПЧД достаточно рассмотреть фазу закручивания, энергетический спектр во время которой дается выражением

$$\frac{dE}{d \ln \nu_s} = \frac{\pi^{2/3}}{3G} (GM_c)^{5/3} \nu_s^{2/3}, \quad (16)$$

где  $M_c = (m_1 m_2)^{3/5} / (m_1 + m_2)^{1/5}$  — чирп масса и в рассматриваемом случае черных дыр равных масс  $M_c = M_{\text{РВН}}/2^{1/5}$ . После интегрирования выражения (15) получим

$$\Omega_{\text{gw}} \simeq 1.3 \times 10^{-9} \delta_{\text{РВН}}^{16/37} \left( \frac{f}{10^{-3}} \right) \left( \frac{M_{\text{РВН}}}{10^9 M_{\odot}} \right)^{5/3} \left( \frac{\nu}{\text{нГц}} \right)^{2/3}. \quad (17)$$

Современные наблюдения ограничивают долю сверхмассивных ПЧД ниже  $f \lesssim 10^{-3}$ , поэтому при отсутствии кластеризации  $\delta_{\text{РВН}} = f$  вклад от слияний двойных сверхмассивных ПЧД в гравитационно-волновой фон будет  $\Omega_{\text{gw}} \lesssim 10^{-12}$ , что на три порядка величины ниже наблюдений. С другой стороны кластеризация ПЧД при  $\delta_{\text{РВН}} \gtrsim 1$  позволяет объяснить наблюдения. Отметим, что введение кластеризации для объяснения результатов РТА было также предложено в работе [19].

Дадим теперь простое объяснение, показывающее почему кластеризация сверхмассивных ПЧД необходима для объяснения гравитационно-волнового фона. Пусть  $N_{\text{ВРВН}}$  — число двойных ПЧД в единице объема, которую мы параметризуем простым образом

$$N_{\text{ВРВН}} = \frac{\alpha f \rho_{\text{dm},0}}{M_{\text{РВН}}}, \quad (18)$$

где  $\alpha$  — доля двойных ПЧД от их общей концентрации во Вселенной. Тогда относительная плотность гравитационно-волновой энергии будет

$$\Omega_{\text{gw}} = \frac{N_{\text{ВРВН}}}{\rho_{\text{crit}} c^2} \frac{dE_{\text{gw}}}{d \ln \nu} \simeq 5.2 \times 10^{-5} \alpha f \left( \frac{M}{10^9 M_{\odot}} \right)^{2/3} \left( \frac{\nu}{\text{нГц}} \right)^{2/3}, \quad (19)$$

где для простоты мы пренебрегли интегрированием по красному смещению в выражении (15), т.е. считается, что все ПЧД сливаются на не слишком отдаленных космологических расстояниях. Обсудим теперь какие значения может принимать  $\alpha$ , для этого введем среднее расстояние между ПЧД в момент перехода Вселенной на пылевидную стадию

$$\bar{x} = \left( \frac{M_{\text{РВН}}}{\rho_{\text{РВН}}} \right)^{1/3} = \frac{1}{(1 + z_{\text{eq}})\delta_{\text{РВН}}^{1/3}} \left( \frac{M_{\text{РВН}}}{\Omega_{\text{DM}}\rho_{\text{crit}}} \right)^{1/3}. \quad (20)$$

Легко показать, что гравитационно-связанные пары на радиационно-доминированной стадии формируют те ПЧД, расстояние  $x$  между которыми оказывается  $x < \delta_{\text{РВН}}^{1/3}\bar{x}$  [3]. Распределение расстояний  $x$  между парами ПЧД является с хорошей степенью точности плоским в трехмерном пространстве  $dP/dx = 3(x/\bar{x})^3$ , после интегрирования которого получим долю двойных ПЧД  $\alpha = \delta_{\text{РВН}}$ . Видно, что при отсутствии кластеризации  $\delta_{\text{РВН}} = f$  доля двойных ПЧД составляет  $\alpha \sim f$ . С другой стороны при  $\delta_{\text{РВН}} > 1$  большая часть ПЧД окажется попарно сгруппированной и поэтому  $\alpha \sim 1$ . Более того, в случае сильной кластеризации можно ожидать возникновение рекуррентных слияний, что приведет к увеличению  $\Omega_{\text{gw}}$ . Также выражение (19) подразумевает, что сливаться будут все сформированные пары, что возможно только при существовании дополнительных потерь орбитальной энергии кроме гравитационно-волновых. Последнее возможно, например, из-за взаимодействия двойной системы с ТМ, что рассматривалось в предыдущих разделах. Таким образом, кластеризация ПЧД позволяет объяснить наблюдения стохастического гравитационно-волнового фона даже, если доля сверхмассивных ПЧД в составе ТМ составляет  $f \sim 10^{-4}$

## Заключение

В данной работе исследовано слияние двойных ПЧД в эволюционирующем гало ТМ. Если ПЧД составляют лишь малую долю всей ТМ, а остальная ее часть состоит, например, из элементарных частиц, то вокруг пары ПЧД неизбежно должно образовываться и нарастать со временем гало из ТМ. Расчет эволюции орбиты пары ПЧД показал важность учета потока ТМ из окружающего гало через область орбиты не только в случае ПЧД звездных масс [5], но и для двойных сверхмассивных ПЧД, если такие пары могли формироваться в ранней Вселенной. Показано, что в результате несферичности сжатия слоев ТМ имеется непрерывный поток ТМ через центр гало. Пролеты ТМ влияют на эволюцию орбиты пары черных дыр, отбирая энергию орбитального движения. Этот эффект приводит к ускоренному сжатию орбиты пары ПЧД и уменьшению времени до слияния черных дыр. Это, в свою очередь, приводит к увеличению темпа гравитационных всплесков, сопровождающих слияния черных дыр, и может иметь значения для гравитационно-волновой астрономии. В данной работе показано, что самовзаимодействие частиц ТМ также могло существенно влиять на процесс заполнения “конуса потерь” для частиц ТМ, пролетающих через орбиту пары ПЧД, и приводить к сокращению времени эволюции пары ПЧД до ее слияния.

## Список литературы

1. Зельдович Я. Б., Новиков И. Д. Гипотеза задержавшихся в расширении ядер и горячая космологическая модель. *Астрономический журнал*. 1966. т. 43. № 4. С. 758–760.
2. Hawking S. Gravitationally collapsed objects of very low mass. *MNRAS*, 1971, vol. 15, p. 75.
3. Sasaki M., Suyama T., Tanaka T., Yokoyama S. Primordial Black Hole Scenario for the Gravitational-Wave Event GW150914. *Phys. Rev. Lett.*, 2016, vol. 117, 061101.
4. Докучаев В. И., Ерошенко Ю. Н. Стохастическая модель корреляций между массами центральных черных дыр и дисперсией скоростей в балджах. *Письма в Астрономический журнал*. 2001. Т. 27. С. 883–889.
5. Stasenko V. D., Eroshenko Yu. N. Mergers of Binary Primordial Black Holes in Evolving Dark Matter Halos. *Astron. Lett.*, 2024, vol. 50, pp. 431–439.
6. Sikivie P., Tkachev I. I., Wang Y. Secondary infall model of galactic halo formation and the spectrum of cold dark matter particles on Earth. *Phys. Rev. D*, 1997, vol. 56, pp. 1863–1878.

7. Quinlan G.D. The dynamical evolution of massive black hole binaries - I. Hardening in a fixed stellar background. *New Astron.*, 1996, vol. 1, pp. 35–56.
8. Rubin S. G., Khlopov M. Yu., Sakharov A. S. Primordial black holes from nonequilibrium second order phase transition. *Grav. Cosmol.*, 2000, vol. 6, pp. 51–58.
9. Рубин С. Г., Сахаров А. С., Хлопов М. Ю., Образование первичных ядер галактик при фазовых переходах в ранней вселенной. *Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики*. 2001. Т. 119. № 6. С. 1067–1076.
10. Clesse S., Dandoy V., Verma S. Probing Primordial Black Hole Mergers in Clusters with Pulsar Timing Data. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2412.15989> .
11. Chisholm J.R. Clustering of primordial black holes: Basic results. *Phys. Rev. D*, 2006, vol. 73, 083504.
12. Desjacques V., Riotto A. The Spatial Clustering of Primordial Black Holes. *Phys. Rev. D*, 2018, vol. 98, 123533.
13. Suyama T., Yokoyama S. Clustering of primordial black holes with non-Gaussian initial fluctuations. *Progr. of Theor. and Exp. Phys.*, 2019, vol. 2019, iss. 10, id. 103E02.
14. Berezhinsky V., Dokuchaev V., Eroshenko Y. Small dark matter clumps and annihilation signal. *Phys. Rev. D*, 2003, vol. 68, 103003.
15. Kaplinghat M., Tulin S., Yu H. B. Dark Matter Halos as Particle Colliders: Unified Solution to Small-Scale Structure Puzzles from Dwarfs to Clusters. *Phys. Rev. Lett.*, 2016, vol. 116, 041302.
16. Tulin S., Yu H. B. Dark Matter Self-interactions and Small Scale Structure. *Phys. Rept.*, 2018, vol. 730, pp. 1–57.
17. Stasenko V. Merger History of Clustered Primordial Black Holes. <https://doi.org/10.1016/j.dark.2025.102138>.
18. Phinney E. S. A Practical theorem on gravitational wave backgrounds. <https://doi.org/10.48550/arXiv.astro-ph/0108028>.
19. Depta P. F. et al. Signals of merging supermassive black holes in pulsar timing arrays. *Phys. Rev. Res.*, 2025, vol. 7, 013196.

## References

1. Zel'dovich Ya. B., Novikov I. D. The Hypothesis of Cores Retarded during Expansion and the Hot Cosmological Model. *Sov. Astron.*, 1967, vol. 10, no. 4, pp. 602–603.
2. Hawking S. Gravitationally collapsed objects of very low mass. *MNRAS*, 1971, vol. 15, p. 75.
3. Sasaki M., Suyama T., Tanaka T., Yokoyama S. Primordial Black Hole Scenario for the Gravitational-Wave Event GW150914. *Phys. Rev. Lett.*, 2016, vol. 117, 061101.
4. Dokuchaev V. I., Eroshenko Y. N. A stochastic model for correlations between central black hole masses and galactic bulge velocity dispersions. *Astronomy Letters*, 2001, vol. 27, pp. 759.
5. Stasenko V. D., Eroshenko Yu. N. Mergers of Binary Primordial Black Holes in Evolving Dark Matter Halos. *Astron. Lett.*, 2024, vol. 50, pp. 431–439.
6. Sikivie P., Tkachev I. I., Wang Y. Secondary infall model of galactic halo formation and the spectrum of cold dark matter particles on Earth. *Phys. Rev. D*, 1997, vol. 56, pp. 1863–1878.
7. Quinlan G.D. The dynamical evolution of massive black hole binaries - I. Hardening in a fixed stellar background. *New Astron.*, 1996, vol. 1, pp. 35–56.
8. Rubin S. G., Khlopov M. Yu., Sakharov A. S. Primordial black holes from nonequilibrium second order phase transition. *Grav. Cosmol.*, 2000, vol. 6, pp. 51–58.
9. Rubin S. G., Sakharov A. S., Khlopov M. Yu. The Formation of Primary Galactic Nuclei during Phase Transitions in the Early Universe. *J. Exp. Theor. Phys.*, 2001, vol. 91, pp. 921–929.
10. Clesse S., Dandoy V., Verma S. Probing Primordial Black Hole Mergers in Clusters with Pulsar Timing Data. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2412.15989> .
11. Chisholm J.R. Clustering of primordial black holes: Basic results. *Phys. Rev. D*, 2006, vol. 73, 083504.
12. Desjacques V., Riotto A. The Spatial Clustering of Primordial Black Holes. *Phys. Rev. D*, 2018, vol. 98, 123533.

13. Suyama T., Yokoyama S. Clustering of primordial black holes with non-Gaussian initial fluctuations. *Progr. of Theor. and Exp. Phys.*, 2019, vol. 2019, iss. 10, id. 103E02.
14. Berezhinsky V., Dokuchaev V., Eroshenko Y. Small dark matter clumps and annihilation signal. *Phys. Rev. D*, 2003, vol. 68, 103003.
15. Kaplinghat M., Tulin S., Yu H. B. Dark Matter Halos as Particle Colliders: Unified Solution to Small-Scale Structure Puzzles from Dwarfs to Clusters. *Phys. Rev. Lett.*, 2016, vol. 116, 041302.
16. Tulin S., Yu H. B. Dark Matter Self-interactions and Small Scale Structure. *Phys. Rept.*, 2018, vol. 730, pp. 1–57.
17. Stasenko V. Merger History of Clustered Primordial Black Holes. <https://doi.org/10.1016/j.dark.2025.102138>.
18. Phinney E. S. A Practical theorem on gravitational wave backgrounds. <https://doi.org/10.48550/arXiv.astro-ph/0108028>.
19. Depta P. F. et al. Signals of merging supermassive black holes in pulsar timing arrays. *Phys. Rev. Res.*, 2025, vol. 7, 013196.

## Авторы

**Ерошенко Юрий Николаевич**, д.ф.-м.н., Институт ядерных исследований РАН, проспект 60-летия Октября, 7а, 117312 Москва, Россия.

E-mail: eroshenko@inr.ac.ru

**Стасенко Виктор Дмитриевич**, к.ф.-м.н., Национальный исследовательский ядерный университет, МИФИ, 115409 Москва, Россия.

E-mail: stasenkovd@gmail.com

## Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Ерошенко Ю. Н., Стасенко В. Д. Двойные сверхмассивные первичные черные дыры. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*. 2025. № 4. С. 50–59.

## Authors

**Eroshenko Yury Nikolaevich**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Institute for Nuclear Research of the Russian Academy of Sciences, prospekt 60-letiya Oktyabrya 7a, Moscow 117312, Russia.

E-mail: eroshenko@inr.ac.ru

**Stasenko Viktor Dmitrievich**, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, National Research Nuclear University, MEPHI, 115409 Moscow, Russia.

E-mail: stasenkovd@gmail.com

## Please cite this article in English as:

Eroshenko Yu. N., Stasenko V. D. Binary supermassive primordial black holes. *Space, Time and Fundamental Interactions*, 2025, no. 4, pp. 50–59.