

# *Библиотека ConvEq*

Подключение библиотеки . . . . .	2
Команда Conv . . . . .	2
Команда SolveConvEq . . . . .	3
Команда SolveDiffEq . . . . .	4

## Подключение библиотеки

Подключение библиотеки ConvEq осуществляется следующим образом.

```
>read 'ConvEq.m';  
>with(ConvEq);
```

## Команда Conv

Команда предназначена для вычисления свертки двух обобщенных функций, удовлетворяющих одному из условий

- Хотя бы одна из обобщенных функций обладает компактным носителем.
- Носители обеих обобщенных функций ограничены слева.

**Формат вызова команды:**

$\text{Conv}(F,G)$

**Парметры**

- $F$  - обобщенная функция;
- $G$  - обобщенная функция.

Выражения  $F$  и  $G$  Должны зависеть от переменной  $t$ .

**Пример**

Вычислим свертку обобщенных функций

$$H(t)\sin(t) * H(t)\cos(t),$$

где  $H(t)$  - функция Хевисайда.

```
>Conv(Heaviside(t)*sin(t),Heaviside(t)*cos(t));
```

$$\frac{1}{2}\sin(t)t\text{Heaviside}(t)$$

## Команда SolveConvEq

Команда предназначена для решения уравнения свертки вида

$$P(D) [f(t)\delta^{(r)}(t)] * U = W,$$

где  $P(D)$  - обыкновенный дифференциальный оператор с постоянными коэффициентами,

$f(t)$  - функция класса  $C^\infty(\mathbb{R})$

$\delta(t)$  - мера Дирака,

$r \in \mathbb{N}$ ,

$W$  — заданная обобщенная функция из пространства  $\mathcal{D}'_+(\mathbb{R})$ ,

$U$  — искомая обобщенная функция из  $\mathcal{D}'_+(\mathbb{R})$ ,

$\mathcal{D}'_+(\mathbb{R})$  - пространство обобщенных функций с носителями на положительной вещественной полуоси.

### Формат вызова

`SolveConvEq(P,f,r,W)`

### Парметры

- $P$  - дифференциальный оператор, вводится как выражение зависящее от переменной  $D$ ;
- $f$  - функция, зависящая от переменной  $t$ ;
- $r$  - целое число;
- $W$  - обобщенная функция из пространства обобщенных функций с носителями на положительной вещественной полуоси, вводится как выражение, зависящее от переменной  $t$ .

### Пример

Решим уравнение свертки

$$(D^2 - 1) [\sin(t)\delta^{(3)}(t)] * U = t^2 * H(t).$$

```
>P:=D-1:
> f:=sin(t):
> r:=3:
> W:=t^2*Heaviside(t):
>SolveConvEq(P,f,r,W);
```

$$\frac{1}{2} \operatorname{Heaviside}(t) \left( 3\sqrt{3}e^{1/3\sqrt{3}t} - 3\sqrt{3}e^{-1/3\sqrt{3}t} - 2t^2 + 9e^{1/3\sqrt{3}t} + 9e^{-1/3\sqrt{3}t} - 2e^t - 4t - 16 \right)$$

## Команда SolveDiffEq

Команда предназначена для решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений вида

$$P(D)L(D)u(t) = f(t),$$

$$u^{(k)}(0) = c_i.$$

где  $P(D)$ ,  $L(D)$  - обыкновенные дифференциальные операторы с постоянными коэффициентами,

$f(t)$  - функция класса  $L^1_{loc}(\mathbb{R})$ .

**Формат вызова**

`SolveDiffEq(P,L,f,c)`

**Парметры**

- $P$  - дифференциальный оператор, вводится как выражение зависящее от переменной  $D$ ;
- $L$  - дифференциальный оператор, вводится как выражение зависящее от переменной  $D$ ;
- $f$  - выражение, зависящее от переменной  $t$ ;
- $c$  - массив числовых значений начальных условий.

**Пример** Решим уравнение

$$(D-1)(D-2)^2u(t) = H(t-t^2) * H(t-t^2),$$

$$u(0) = 0, u'(0) = 0.5, u''(0) = 1.$$

```
>f:=Conv(Heaviside(t-t^2),Heaviside(t-t^2));
>SolveDiffEq((D-1),(D-2)^2,f,[0,0.5,1]);
```

$$\begin{aligned} & -1/2 \operatorname{Heaviside}(t) - 1/4 \operatorname{Heaviside}(t)t - 1/2 e^{2t} \operatorname{Heaviside}(t) - 2 e^{-1+t} \operatorname{Heaviside}(-1+t) + \\ & e^{-2+t} \operatorname{Heaviside}(-2+t) + 1/2 t \operatorname{Heaviside}(-1+t) - 1/4 t \operatorname{Heaviside}(-2+t) + \\ & 1/2 \operatorname{Heaviside}(-1+t) + 1/4 \operatorname{Heaviside}(t) e^{2t} t - e^{-4+2t} \operatorname{Heaviside}(-2+t) + \\ & 3/2 e^{2t-2} \operatorname{Heaviside}(-1+t) - 1/2 e^{2t-2} t \operatorname{Heaviside}(-1+t) + 1/4 e^{-4+2t} t \operatorname{Heaviside}(-2+t) + \\ & \operatorname{Heaviside}(t) e^t - 1.5 \operatorname{Heaviside}(t) (e^{2t} t + e^t - e^{2t}) + \\ & 0.5 \sum_{k1=0}^1 \binom{1}{-k1} \left( \frac{d_{-k1}}{dt_{-k1}} \operatorname{Heaviside}(t) \right) (-1/2 2^{1-k1} (-2t - 1 + \_k1) e^{2t} + e^t - 2^{1-k1} e^{2t}) \end{aligned}$$